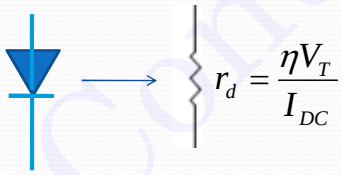
الکترونیک 3

فصل اول

ترانزیستور در فرکانس بالا

استاد: خالصی

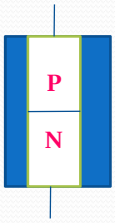
مدار معادل دیود : (AC)



$$r_d = \frac{\eta V_T}{I_{DC}}$$

در الکترونیک ۱ و۲ فرض می شد ترانزیستور و دیود آناً به تغییرات جریان یا ولتاژ پاسخ می دهد، اما واقعاً این پاسخ با مقداری تاخیر انجام می شود که ناشی از خازن ها (و یا سلفهای) داخلی این عناصر است.

نحوه ی ساخت دیود

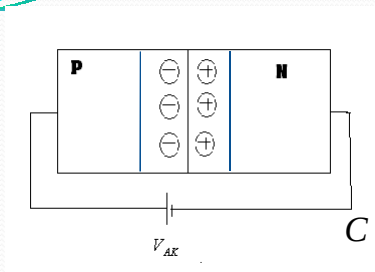


اثر خازنی دیود:

۱.خازن ناحیه تخلیه(خازن اتصال) C_j

۲.خازن دفیوژن C_D

خازن ناحیه تخلیه یا خازن اتصال



$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

$$c_j = \frac{c_{j\circ}}{\sqrt{1 - \frac{V_{AK}}{\psi_0}}}$$

$c_{j\circ}$: خازن ناحیه تخلیه به ازای ولتاژ آند-کاتد صفر

ψ_0: پتانسیل سد داخلی

هر چه ولتاژ ناحیه معکوس بیشتر باشد خازن کوچکتر است.
این فرمول بیشتر در بایاس معکوس استفاده می شود
و فرض شده است توزیع اتم های ناخالصی بصورت یکنواخت است. (step junction)

اگر توزیع ناخالصی ها بصورت شیبدار (graded junction) بود
از فرمول مقابل استفاده می شود.

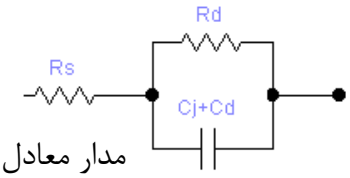
$$c_j = \frac{c_{j\circ}}{\sqrt[3]{1 - \frac{V_{AK}}{\psi_0}}}$$

خازن دفیوژن Cd

در بایاس مستقیم حفره های طرف P به طرف N و الکترون های طرف N به طرف P منتقل می شوند، که با تغییر ولتاژ بایاس میزان حامل ها و جریان هم تغییر می کند، این تغییرات بار نسبت به ولتاژ بیانگر خازن دفیوژن می باشد.

$$C = \frac{dQ}{dV}$$

خازن دفیوژن در حالت معکوس تعریف نمی شود.



مدار معادل دیود

Rs: مقاومت بدنه نیمه هادی و مقاومت اتصالات فلز به نیمه هادی

شرایط ترانزیستورها درمدل :

- ترانزیستور ها در ناحیه فعال باشند.

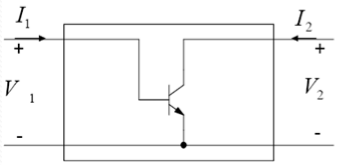
BC : reverse

BE : forward

- سیگنال ورودی در شرایط Small Signal صدق کند.

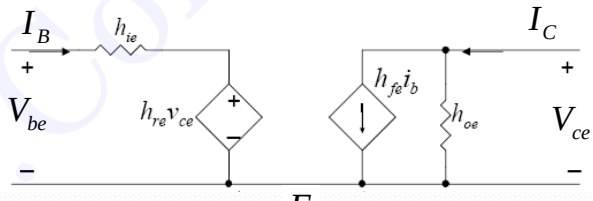
$$v_i \leq 25 \quad mv$$

پارامتر های مدار باز



ترانزیستور بعنوان یک شبکه دوقطبی است

مدار معادل هایبرید



$$v_{be} = h_{ie} i_b + h_{re} v_{ce}$$

$$i_c = h_{fe} i_b + h_{oe} v_{ce}$$

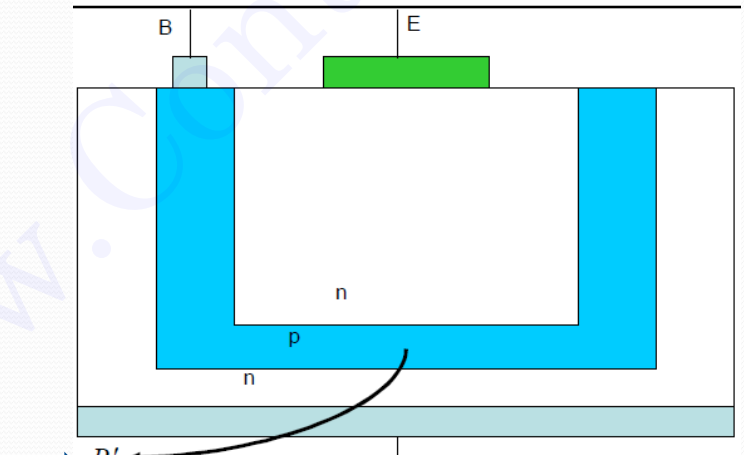
$$h_{ie} = \frac{h_{fe} V_T}{I_c}$$

$$h_{fe} = \beta$$

$$r_o \cong h_{oe}^{-1} = \frac{V_A}{I_c}$$

مدل فرکانس بالای ترانزیستور BJT

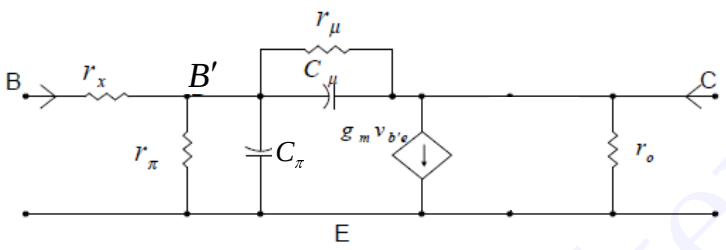
- مهمترین عامل که سبب تغییر رفتار ترانزیستور می شود خازن های داخلی ترانزیستور هستند.
- در فرکانس های بالا یک تکه سیم هم خاصیت خازنی ، هم خاصیت سلفی دارد.
- اتصالات pn بایاس مخالف یک خازن تشکیل می دهند، که ظرفیت خازن وابسته به سطح پیوند، عرض ناحیه تخلیه و جنس دی الکتریک می باشد.
- در بایاس موافق نیز اثر خازنی وجود دارد، اما اثر خازنی آن فقط به علت اتصال نیست بلکه به علت خازن پخش(دفیوژن) نیز می باشد.



نوع اتصال	سطح	مقاومت
فلز-B	کوچک	بزرگ
فلز-C	بزرگ	کوچک
فلز-E	بزرگ	کوچک

مدل فرکانس بالای ترانزیستور

مدل فرکانس بالای ترانزیستور



$$C_\pi = C_e$$

مدل هایبرید π

مقدار عددی پارامترها

r_x : کمتر از ۱۰۰ اهم

r_μ : در حدود چند مگا اهم

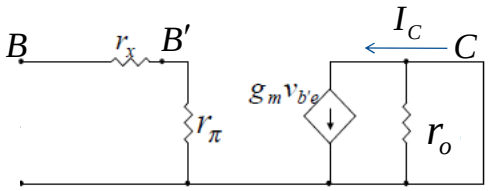
r_π : در حدود چند کیلو اهم

C_μ : در حدود چند پیکو فاراد

g_m : وابسته به نقطه کار ترانزیستور

$r_o = h_{oe}^{-1} \cong \dfrac{V_A}{I_{CQ}}$ وابسته به نقطه کار ترانزیستور، در رنج ۱۰۰ کیلو اهم

محاسبه پارامترهای مدل π ترانزیستور



$$i_c = g_m v_{b'e} \Rightarrow g_m = \frac{i_c}{v_{b'e}} \cong \left.\frac{\Delta I_C}{\Delta V_{B'E}}\right|_{V_{CE}=Cte} = \frac{\partial I_C}{\partial V_{B'E}} = \frac{\alpha \partial I_E}{\partial V_{B'E}}$$

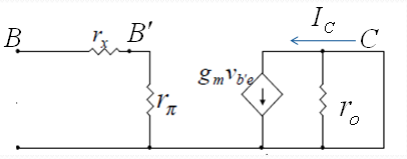
$$I_E = I_0 e^{\frac{V_{B'E}}{V_T}}$$

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T}$$

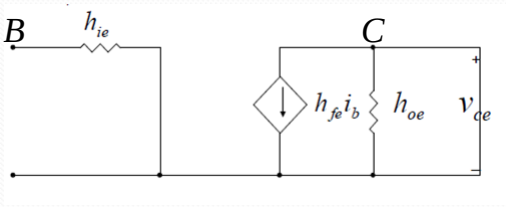
$$g_m = \frac{I_{CQ}}{\eta V_T}$$

مدل فرکانس بالای ترانزیستور

با مساوی قرار دادن دو مدار معادل ترانزیستور داریم:



$$\begin{cases} i_c = g_m v_{b'e} \ , \ v_{b'e} = r_\pi i_b \Rightarrow i_c = g_m r_\pi i_b \\ i_c = h_{fe} i_b \end{cases}$$

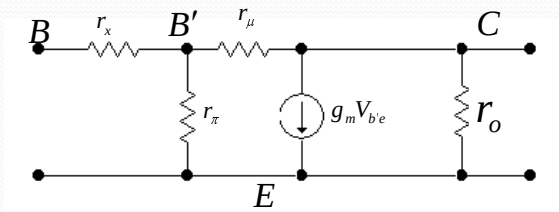


$$h_{fe} = g_m r_\pi \Rightarrow r_\pi = \frac{h_{fe}}{g_m}$$

$$h_{ie} = r_\pi + r_x \Rightarrow r_x = h_{ie} - \frac{h_{fe}}{g_m}$$

محاسبه r_o

$i_B = 0$



$$h_{re} = \frac{V_{be}}{V_{ce}}\Big|_{I_b=0}$$

$$i_B = 0 \Rightarrow V_{be} = V_{b'e} \Rightarrow h_{re} = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \Rightarrow \boxed{h_{re} \cong \frac{r_\pi}{r_\mu}}$$

محاسبه r_μ

$$h_{oe} = \frac{i_C}{V_{ce}}\Big|_{I_b=0} \quad , \; i_C = \frac{V_{ce}}{r_o} + g_m V_{b'e} + \frac{V_{b'e}}{r_\pi}$$

$$\Rightarrow h_{oe} = \frac{1}{r_o} + g_m \frac{V_{b'e}}{V_{ce}} + \frac{1}{r_\pi}\frac{V_{b'e}}{V_{ce}} \qquad , \qquad \frac{V_{b'e}}{V_{ce}} = h_{re}$$

$$\Rightarrow h_{oe} = \frac{1}{r_o} + (g_m + \frac{1}{r_\pi})h_{re} \Rightarrow \boxed{h_{oe} \cong \frac{1}{r_o}}$$

خلاصه برخی از روابط مدار معادل هایبرید π

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{\eta V_T} \ , \ r_o = \frac{1}{h_{oe}} = \frac{V_A}{I_{CQ}}$$

$$h_{ie} = r_x + r_\pi \ , \ r_x = \mathrm{Re}[h_{ie}] \ \ in \ high \ \ frequency$$

$$h_{fe} = r_\pi g_m \ , \ h_{re} = \frac{r_\pi}{r_\mu}$$

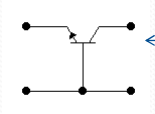
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{\eta V_T}{I_{CQ}} \ , \ h_{fe} \equiv \beta$$

محاسبه خازن C_μ

C_μ : خازن اتصال دیود کلکتور و بیس (بایاس معکوس)

$$c_\mu = \frac{c_{\mu\circ}}{\sqrt{1-\frac{V_{BC}}{\psi_0}}} \quad for \ \ NPN \ \ transistor$$

C_{ob} : خازن خروجی ترانزیستور در آرایش بیس مشترک (با امیتر باز)



$$C_{ob} \cong C_\mu$$

محاسبه خازن C_π or C_e

$$C_\pi = C_{JE} + C_{DE}$$

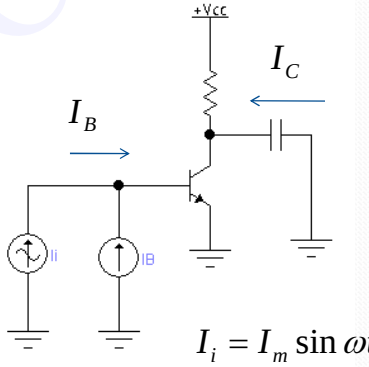
خازن اتصال be می باشد (بایاس مستقیم) دارای دو بخش خازن اتصال و نفوذ می باشد.

$$c_{JE} = \frac{c_{JE\circ}}{\sqrt{1-\frac{V_{BE}}{\psi_0}}}$$

→ دارای خطای زیادی است معمولاً مقدار این خازن داده می شود

$$C_{DE} = g_m \tau_F \quad , \quad \tau_F : Base\ transit\ time$$

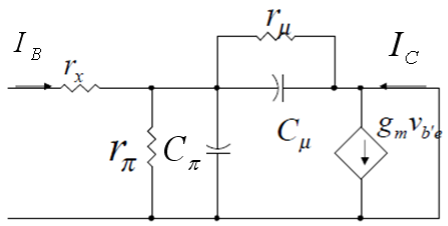
محاسبه بهره جریان اتصال کوتاه مدار امیتر مشترک و فرکانس قطع 3dB

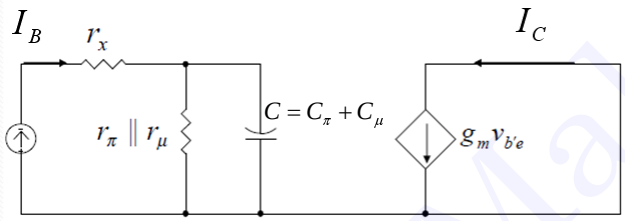


$$A_I = \frac{I_C}{I_B} = ?$$

$$I_i = I_m \sin \omega t$$

به جای ترانزیستور مدار معادل هیبرید π را قرار می دهیم، هدف محاسبه بهره جریان اتصال کوتاه مدار امیتر مشترک است.





$$C = C_\pi + C_\mu$$

$$g_\pi = \frac{1}{r_\pi}$$

$$i_C = g_m v_{b'e} = g_m \frac{I_b}{g_\pi + sC} \Rightarrow$$

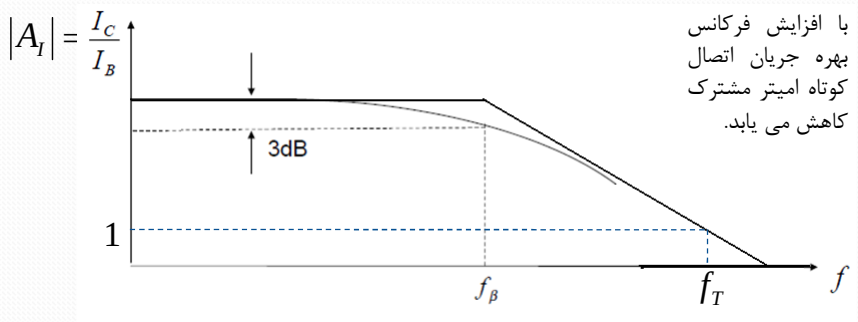
$$\frac{I_C}{I_b} = \frac{g_m}{g_\pi + j\omega C} \times \frac{r_\pi}{r_\pi}$$

$$A_I = \frac{I_C}{I_b} = \frac{h_{fe}}{1 + j\omega C r_\pi} = \frac{h_{fe}}{1 + j\omega r_\pi (C_\mu + C_\pi)}$$

$$\frac{I_C}{I_B} = \frac{h_{fe}}{1 + j\frac{f}{f_\beta}} \Rightarrow \boxed{f_\beta = \frac{1}{2\pi r_\pi (C_\pi + C_\mu)}}$$

$$A_I = h_{FE} = \left|\frac{I_c}{I_b}\right| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1 + (\frac{f}{f_\beta})^2}}$$

برای هر فرکانس باید h_{fe} خودش را استفاده کرد



با افزایش فرکانس بهره جریان اتصال کوتاه امیتر مشترک کاهش می یابد.

f_B : فرکانس قطع (پهنای باند) بهره جریان اتصال کوتاه امیتر مشترک.

f_T : فرکانس بهره واحد.

$$A_I = \frac{h_{fe}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta}} \Rightarrow |A_I| = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_\beta^2}}} = \frac{h_{fe}}{\sqrt{1+\frac{f^2}{f_\beta^2}}}$$

پهنای باند بهره جریان در حالت اتصال کوتاه:

$$B.W = f_H - f_L \cong f_\beta$$

بهره جریان در فرکانس های بالا:

$$f >> f_\beta \Rightarrow \left|\frac{I_C}{I_b}\right| \cong \frac{h_{fe} f_\beta}{f}$$

از ۱ در فرمول بهره صرفنظر می شود.

f_T : فرکانسی است که در آن بهره جریان خروجی اتصال کوتاه برابر ۱ یا 0dB

Unity gain frequency : f_T

$$\frac{h_{fe} f_\beta}{f} = 1 \Rightarrow \boxed{f_T = h_{fe} f_\beta \quad or \quad \omega_T = h_{fe}\omega_\beta}$$

Unity gain frequency : f_T

f_T = بهره * پهنای باند

$$f_T = h_{fe} f_\beta = \frac{h_{fe}}{2\pi\, r_\pi (C_\pi + C_\mu)} = \frac{\frac{h_{fe}}{r_\pi}}{2\pi (C_\pi + C_\mu)}$$

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_\pi + C_\mu)}$$

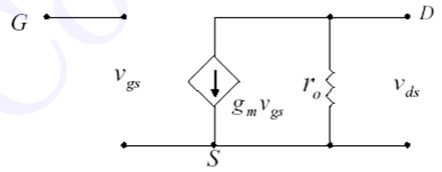
$$\omega_T = \frac{g_m}{C_\mu + C_\pi}$$

$$C_\pi + C_\mu = \frac{g_m}{2\pi\, f_T}$$

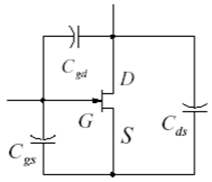
$$\tau_i = r_\pi . C$$

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi \tau_i}$$

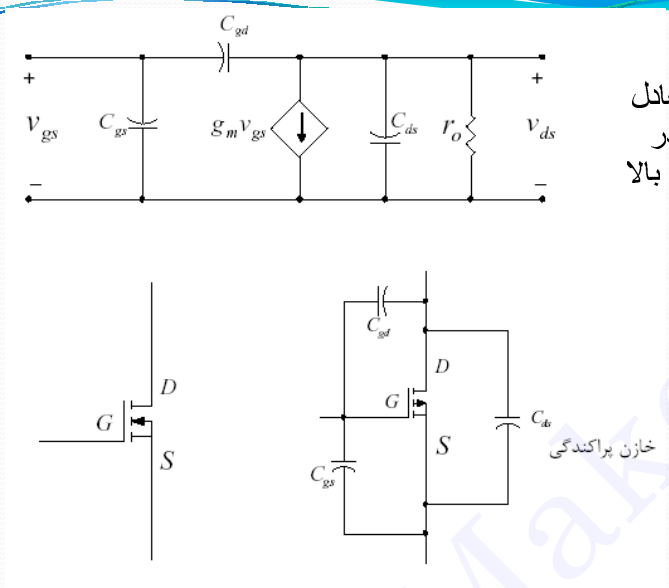
مدارمعادل FET ها در فرکانس پایین



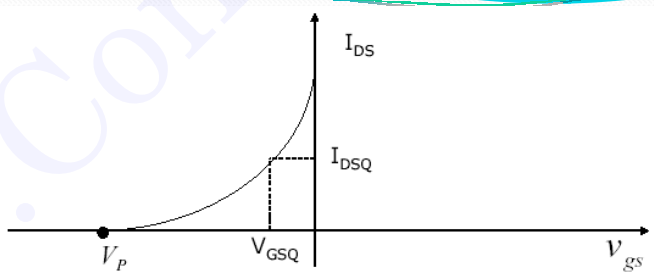
- در ناحیه فعال پیوند گیت و کانال در بایاس مخالف است و یک خازن بین G و D ، و یک خازن بین S و G خواهیم داشت.



مدار معادل ترانزیستور FET در فرکانس بالا



مدار معادل FET در فرکانس بالا



- در JFET ها خازن ها را معمولا به صورت تقریبی مشخص می کنند ، اما در بعضی موارد به صورت تابعی از ولتاژ دو سرآن ها داده می شود.
- در MOSFET ها نیزخازن آن ها را معمولا به صورت تقریبی مشخص می کنند.

- خازن ورودي در حالت سورس مشترك به شرطي كه خروجي اتصال كوتاه باشد. C_{iss} :

$$C_{iss} = C_{gd} + C_{gs}$$

- خازن خروجي در حالت سورس مشترك در حالي كه ورودي اتصال كوتاه باشد. C_{oss} :

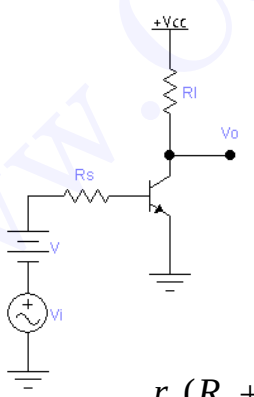
$$C_{OSS} = C_{ds} + C_{gd}$$

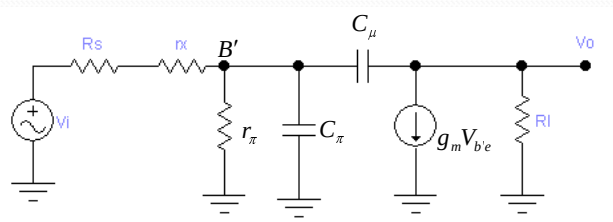
$$\left.\begin{array}{l} \omega C_{rss} = \left|\dfrac{i_g}{v_{ds}}\right|_{v_{gs}=0} \text{ وقتی ورودی اتصال کوتاه باشد} \\ i_g = -j\omega C_{gd} v_{ds} \Rightarrow \left|\dfrac{i_g}{v_{ds}}\right| = \omega C_{gd} \end{array}\right\} \Rightarrow C_{gd} = C_{rss}$$

بهره ولتاژ مدار باز در فرکانس پایین:

$$\frac{v_{ds}}{v_{gs}} = -g_m r_d = -\mu$$

پاسخ فرکانسی مدار امیتر مشترک





R را بصورت زیر تعریف می کنیم هدف محاسبه بهره ولتاژ است.

$$R = \frac{r_\pi (R_s + r_x)}{r_\pi + R_S + r_x} = r_\pi \,||\, (R_s + r_x) \qquad \frac{V_O}{V_i} = ?$$

با نوشتن معادله گره در دو نقطه B' و V_o داریم:

$$\frac{V_{b'e}-V_i}{R_s+r_x}+\frac{V_{b'e}}{r_\pi}+SC_\pi V_{b'e}+SC_\mu(V_{b'e}-V_o)=0$$

$$\frac{V_o}{R_l}+g_m V_{b'e}+SC_\mu(V_{b'e}-V_o)=0$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_i}=\frac{-g_m R_l R}{R_s+r_x}\times\frac{1-\frac{C_\mu}{g_m}S}{1+S(C_\mu R_l+C_\mu R+C_\pi R+g_m R_l R C_\mu)+S^2 R_l R C_\mu C_\pi}$$

معادله فوق یک صفر و دو قطب دارد.

$$A_0=\frac{-g_m R_l R}{R_s+r_x}$$

بهره وسط باند

با افزایش مقاومت بار گین زیاد می شود.

تابع گین فوق دارای یک صفر و دو قطب می باشد.

$$\omega_T=\frac{g_m}{C_\mu+C_\pi}$$

محل صفر $Z=\frac{g_m}{C_\mu}>>\omega_T$

مخرج کسر $D(s)=(1-\frac{S}{P_1})(1-\frac{S}{P_2})=1-(\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2})S+\frac{S^2}{P_1P_2}$

با فرض اینکه P1 قطب غالب است $|P_1|<<|P_2|\Rightarrow D(s)=1-\frac{1}{P_1}S+\frac{S^2}{P_1P_2}$

با مقایسه دو رابطه ★و▲ داریم:

$$P_1P_2 = \frac{1}{R_l R C_\mu C_\pi}$$

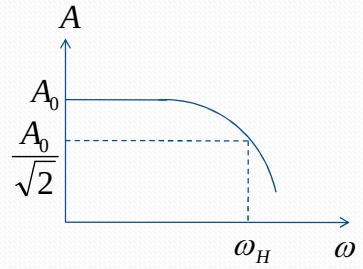
$$P_1 = \frac{-1}{C_\mu R_l + C_\mu R + C_\pi R + g_m R_l R C_\mu}$$

$$P_2 = -\left(\frac{1}{C_\mu R_l} + \frac{1}{C_\pi R} + \frac{1}{C_\pi R_l} + \frac{g_m}{C_\pi}\right) \ , \ |P_2| > \omega_T$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A_0 \frac{1-\frac{S}{Z}}{(1-\frac{S}{P_1})(1-\frac{S}{P_2})}$$

$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = A_0 \frac{\sqrt{1+\cancel{\frac{\omega^2}{Z^2}}}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{P_1^2}}\sqrt{1+\cancel{\frac{\omega^2}{P_2^2}}}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_H \cong |P_1|$$

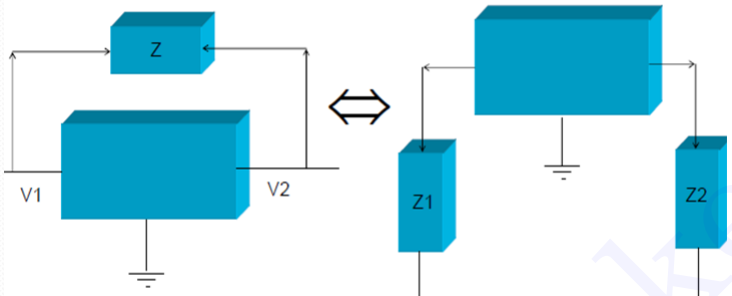
$$\Rightarrow \boxed{\omega_H = \frac{-1}{C_\mu R_l + C_\mu R + C_\pi R + g_m R_l R C_\mu}}$$



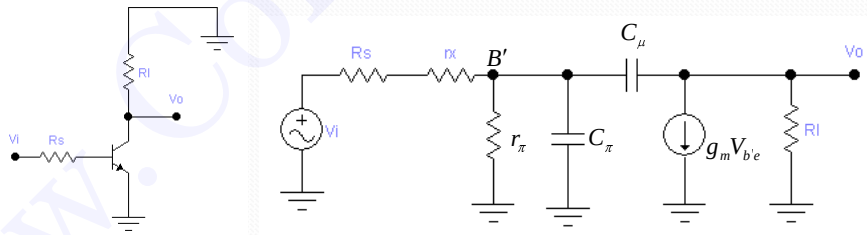
فرکانس قطع بالا در مدار امیتر مشترک همان
مقدار قطب غالب می باشد.
با افزایش مقاومت بار پهنای باند کم می شود.

محاسبه فرکانس قطع بالا (ω_H) به روش قضیه میلر

قضیه میلر



$$K = \frac{V_2}{V_1} \qquad Z_1 = \frac{Z}{1-K} \qquad Z_2 = \frac{Z}{1-\frac{1}{K}} = \frac{KZ}{K-1}$$

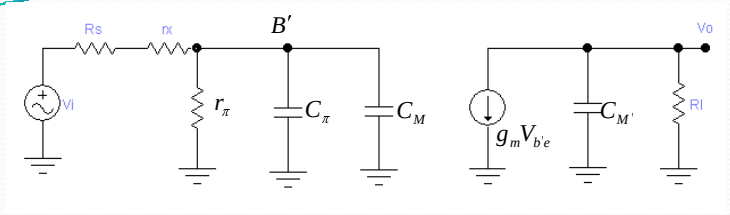


خازن C_μ را از طریق میلر به دو طرف منتقل می کنیم.

C_μ مقدار بسیار کوچکی است.

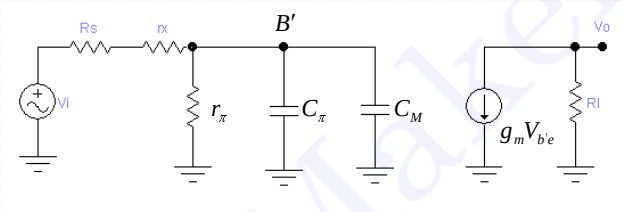
$$\frac{V_o}{R_l} + g_m V_{b'e} + SC_\mu(\cancel{V_{b'e}} - V_o) = 0$$

$$\frac{V_o}{V_{b'e}} \cong -g_m R_l \equiv K$$



$$\begin{cases} C_M = C_\mu(1-K) = C_\mu(1+g_m R_l) \\ C_{M'} = C_\mu(1-\frac{1}{K}) = C_\mu(1+\frac{1}{g_m R_l}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_M >> C_{M'}$$



$$\omega_H = \frac{1}{[r_\pi \,||\, (R_S + r_x)][C_\pi + C_M]}$$

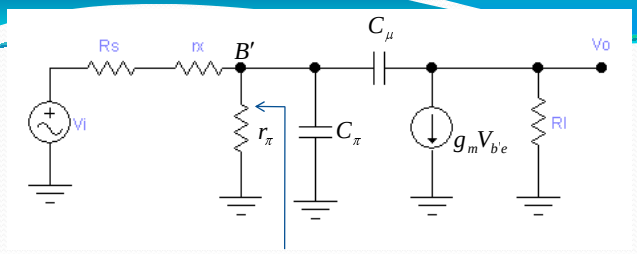
$$\omega_H = \frac{1}{R[C_\pi + C_\mu(1+g_m R_l)]}$$

محاسبه فرکانس قطع بالا (ω_H) به روش ثابت زمانی

$$\omega_H = \frac{1}{\sum_{J=1}^{n} \tau_{JO}}$$

اگر مدار دارای قطب غالب باشد ثابت زمانی تک تک خازن ها را زمانی که بقیه خازن ها مدار بازند محاسبه می کنیم.

$$\omega_L = \sum_{J=1}^{n} \tau_{JS}$$



R_π مقاومت دیده شده از دو سر خازن C_π وقتی خازن C_μ مدار باز است

$$R_\pi = r_\pi \parallel (R_S + r_x) = R$$

R_μ مقاومت دیده شده از دو سر خازن C_μ وقتی خازن C_π مدار باز است! از روش منبع ولتاژ تست بدست می آید!

$$R_\mu = \frac{V}{I} = R(1 + g_m R_L + \frac{R_L}{R})$$

$$\omega_H = \frac{1}{C_\pi R + C_\mu R(1 + g_m R_L + \frac{R_L}{R})}$$

محاسبه ی ω_H تقویت کننده چند طبقه

$$A_1 = \frac{A_{01}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_1}}} \;,\; A_2 = \frac{A_{02}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_2}}} \;,\; \cdots \;,\; A_n = \frac{A_{0n}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_n}}}$$

$$A = A_1 A_2 \cdots A_n = \frac{A_{01} A_{02} \cdots A_{0n}}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_1}}\right)\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_2}}\right)\cdots\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{h_n}}\right)}$$

$$|A| = \frac{A_{01} A_{02} \cdots A_{0n}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_{h_1}^2}\right)\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_{h_2}^2}\right)\cdots\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_{h_n}^2}\right)}} = \frac{A_{01} A_{02} \cdots A_{0n}}{\sqrt{2}}$$

$$\left(1+\frac{\omega_H^{\ 2}}{\omega_{h_1}^2}\right)\left(1+\frac{\omega_H^{\ 2}}{\omega_{h_2}^2}\right)\cdots\left(1+\frac{\omega_H^{\ 2}}{\omega_{hn}^2}\right)=2$$

$$if\ \ \omega_{h1}=\omega_{h2}=\cdots=\omega_{hn}$$

$$\left(1+\frac{\omega_H^2}{\omega_{h1}^2}\right)^n=2$$

$$\omega_H=\omega_{h1}\sqrt{2^{1/n}-1}$$

$$f_H=f_h\sqrt{2^{1/n}-1}$$

$$for\ \ example\ \ if\ \ n=2\Rightarrow\omega_H=0.64\omega_{h1}$$

✓ω_H فرکانس قطع بالای کل مدار

✓گین و پهنای باند رابطه ی معکوس دارند.**(trade off)**

✓در حالت خاص اگر همه ی طبقات پهنای باند مساوی داشته باشند داریم:

✓اگر تعداد طبقات زیاد شود پهنای باند ω_H کم می شود.

✓با فرض اینکه:

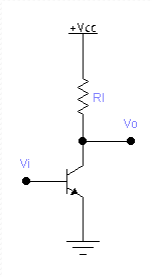
$$\omega_H << \omega_{h1},\omega_{h2},\cdots$$

$$\frac{1}{\omega_H^2}\cong\frac{1}{\omega_{h1}^2}+\frac{1}{\omega_{h2}^2}+\cdots+\frac{1}{\omega_{hN}^2}$$

$$\frac{1}{f_H^{\ 2}}\cong\frac{1}{f_{H_1}^{\ 2}}+\frac{1}{f_{H_2}^{\ 2}}+\ldots+\frac{1}{f_{H_N}^{\ 2}}$$

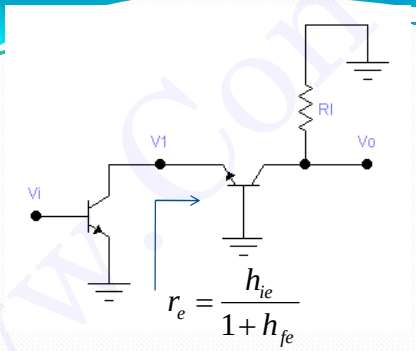
تقویت کننده Cascode :

- در تقویت کننده امیتر مشترک با افزایش مقاومت بار، گین افزایش ولی فرکانس قطع بالا کاهش می یابد برای حل مشکل از تقویت کننده Cascode استفاده می شود.
- تقویت کننده Cascode تقویت کننده ای است که در آن طبقه اول امیتر مشترک و طبقه دوم بیس مشترک است.



$$\frac{V_O}{V_i} = \frac{-h_{fe}R_L}{h_{ie}}$$

$$f_H = \frac{1}{2\pi(C_\pi R + C_\mu R(1 + g_m R_L + \frac{R_L}{R}))}$$



$$r_e = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$$

مقاوت دیده شده در کلکتور ترانزیستور امیتر مشترک به شدت کاهش یافته و در نتیجه پهنای باند (f_h) افزایش می یابد. و یا چون بهره قسمت امیتر مشترک کاهش یافته پهنای باند افزایش یافته است.

نکته: می توان از تقویت کننده های تفاضلی نیز به منظور افزایش پهنای باند استفاده کرد.

$$\frac{V_1}{V_i} = \frac{-h_{fe}\frac{h_{ie}}{1+h_{fe}}}{h_{ie}} \cong -1$$

$$\frac{V_O}{V_1} = \frac{h_{fe}R_L}{h_{ie}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_i} = \frac{-h_{fe}R_L}{h_{ie}}$$

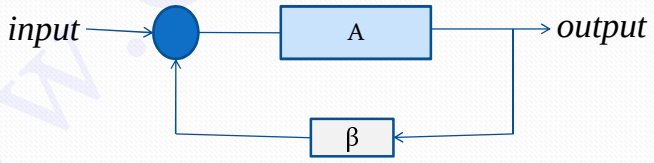
الکترونیک 3

فصل دوم

پایداری در مدارهای الکترونیکی

استاد: خالصی

- حداقل و حداکثر فیدبکی که می توان در یک تقویت کننده قرار داد بطوریکه مدار پایدار بماند؟
- بهترین مقدار β ؟



$$A_f = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$$A \equiv A_V \equiv A_I \equiv R_m \equiv G_m$$

فرض می کنیم شبکه فیدبک مقاومتی است. $\beta=\beta_0$

$$A_f = \frac{A}{1+A\beta}$$

$$A = A_0 \frac{1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m}{1+b_1S+b_2S^2+b_3S^3+\ldots+b_nS^n} \quad , \quad n>m$$

سیستم حقیقی

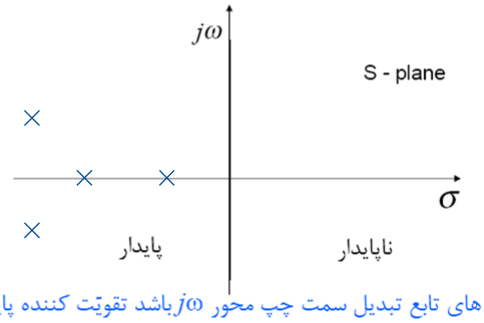
$$A_f = \frac{A_0 \dfrac{1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m}{1+b_1S+b_2S^2+b_3S^3+\ldots+b_nS^n}}{1+\beta A_0 \dfrac{1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m}{1+b_1S+b_2S^2+b_3S^3+\ldots+b_nS^n}}$$

$$A_f = \frac{A_0(1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m)}{1+b_1S+b_2S^2+b_3S^3+\ldots+b_nS^n+\beta A_0(1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m)}$$

با تغییر β محل قطب ها تغییر می کند.

تابع تبدیل(بهره) تقویت کننده

$$A = A_0 \frac{1+a_1S+a_2S^2+a_3S^3+\ldots+a_mS^m}{1+b_1S+b_2S^2+b_3S^3+\ldots+b_nS^n} \quad , \quad n>m$$



اگر قطب های تابع تبدیل سمت چپ محور $j\omega$ باشد تقویت کننده پایدار است.

روش های بررسی پایداری سیستم

1 شرایط هرویتز(Hurvitz):

- شرط لازم برای آنکه چند جمله ای $b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \cdots + b_n s^n$ پایدار باشد و یا دارای قطب در سمت راست صفحهS نباشد این است که تمام ضرایب Sموجود و متحدالعلامه باشد. ولی شرط کافی نیست

- شرایط لازم برای نداشتن ریشه در سمت راست:
  1. همه ضرائب غیر صفر باشند.
  2. همه ضرائب هم علامت باشند.

2 روش روث(ROUTH):

– در این روش با توجه به معلوم بودن تابع تبدیل تقویت کننده جدولRouth را تشکیل می دهیم .

$$A = A_0 \frac{1 + a_1 S + a_2 S^2 + a_3 S^3 + \ldots + a_m S^m}{1 + b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3 + \ldots + b_n S^n}$$

$$\begin{array}{c|cccc}
b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & b_{n-6} & \cdots \\
b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & b_{n-7} & \cdots \\
\hline
c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots \\
d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \cdots \\
\vdots & & & &
\end{array}$$

$$c_1 = \frac{b_{n-1} b_{n-2} - b_n b_{n-3}}{b_{n-1}} \;,\; c_2 = \frac{b_{n-1} b_{n-4} - b_n b_{n-5}}{b_{n-1}}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_{n-2} - b_n c_2}{c_1} \;, \ldots$$

پس از تشکیل جدول، اگر همه جملات ستون اول هم علامت و مخالف صفر بودند تقویت کننده پایدار است

مثال:

به ازای چه محدوده ای از **k** سیستم زیر پایداراست؟

$$A_f = \frac{A_0}{S^4 + 2S^3 + 6S^2 + 4S + k}$$

هرویتس ⇒ **k>0**

جدول روث را تشکیل می دهیم.

S^4	1	6	k	0 …
S^3	2	4	0	0 …
S^2	4	k	0	0 …
S^1	C_1	0	0 …	
S^0	k	0	0 …	

$$C_1 = \frac{16 - 2k}{4} > 0$$

$$\Rightarrow k < 8 \Rightarrow \boxed{0 < k < 8}$$

روش مکان هندسی ریشه ها

- از آنجا که فیدبک ثابت نیست ، با تغییر β وضعیّت پایداری سیستم تغییر می کند.
- شبکه فیدبک بر روی تقویّت کننده اثر باری دارد و در نتیجه روی بهره خود تقویت کننده هم اثر خواهد داشت.(با تغییر β ، A ثابت نمی ماند.)
- فرض می کنیم A از β مستقل است.
- با تغییر بهره شبکه فیدبک تعداد قطب ها تغییر نمی کند بلکه فقط محل قطب ها عوض می شود.

قوائد رسم مکان هندسی ریشه ها $\beta_0 > 0$

- تعداد شاخه های مکان هندسی برابربا تعداد قطب ها است.
- شروع مکان هندسی از قطب هاست.
- هر شاخه از مکان هندسی به یک صفرختم میشود.
- شاخه های مکان هندسی نسبت به محور حقیقی متقارن هستند.
- تعداد مجانب ها = n-m
- مجانب ها یا موازی محور $j\omega$ هستند یا متقاطع ، اگر متقاطع باشند محل تقاطع روی محور σ است.

- به تعداد اختلاف درجه مخرج و صورت در تابع **A**، شاخه به سمت بی نهایت می رود.
- آن قسمت از محور حقیقی که مجموع تعداد صفر و قطب های سمت راست آن فرد است جزء مکان هندسی است.

زاویه مجانب ها با محور حقیقی = $\dfrac{(2k+1)\pi}{n-m}$ $\quad k = 0,1,\cdots,n-m-1$

محل تقاطع مجانب ها = $\dfrac{\left[\sum poles(g(s)) - \sum zeros(g(s))\right]}{n-m}$

تقویت کننده یک قطبی

$$A=\frac{A_0}{1+\frac{S}{\omega_H}} \quad , \quad S=-\omega_H<0$$

سیستم پایدار است

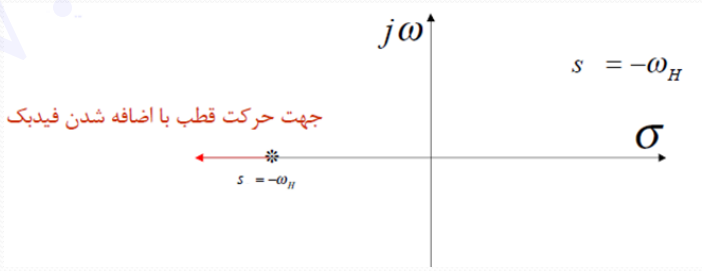
محل قطب = محل فرکانس قطع

وقتی فیدبک قرار می دهیم داریم:

$$A_f=\frac{A}{1+A\beta}=\frac{\frac{A_0}{1+\frac{S}{\omega_H}}}{1+\beta\frac{A_0}{1+\frac{S}{\omega_H}}}=\frac{A_0}{1+\frac{S}{\omega_H}+A_0\beta}$$

$$S_f=-\omega_H(1+\beta A_0)<0$$

به ازای جمیع مقادیر β سیستم تک قطبی پایدار است.



$$A_0 \times \omega_H =$$ حاصلضرب بهره وسط باند در پهنای باند تقویت کننده تک قطبی بدون فیدبک

$$\frac{A_0}{1+A_0\beta} \times \omega_H (1+A_0\beta) = A_0 \times \omega_H =$$ حاصلضرب بهره وسط باند در پهنای باند تقویت کننده تک قطبی با فیدبک

- بهره با فیدبک با ضریب $(1+\beta_0 A_0)$ کاهش یافته است.
- حاصلضرب بهره در پهنای باند ثابت مانده است.
- فقط در تقویّت کننده هایی که تک قطبی هستند ویا قطب غالب دارند در صورت اعمال فیدبک مقاومتی ، حاصلضرب بهره در پهنای باند ثابت می ماند.

تقویت کننده دو قطبی

$$A = \frac{A_0}{(1+\frac{S}{\omega_1})(1+\frac{S}{\omega_2})} \quad , \; A_f = \frac{A}{1+A\beta} = \frac{\dfrac{A_0}{(1+\frac{S}{\omega_1})(1+\frac{S}{\omega_2})}}{1+\beta\dfrac{A_0}{(1+\frac{S}{\omega_1})(1+\frac{S}{\omega_2})}}$$

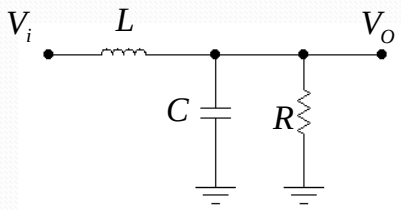
$$\begin{cases} S_1 = -\omega_1 \\ S_2 = -\omega_2 \end{cases} \Rightarrow A_f = \frac{\dfrac{A_0}{1+A_0\beta}}{\dfrac{S^2}{\omega_1\omega_2(1+A_0\beta)} + \dfrac{\omega_1+\omega_2}{\omega_1\omega_2(1+A_0\beta)}S + 1}$$

محل قطب ها بدون فیدبک

$$\omega_1\omega_2(1+A_0\beta) \equiv \omega_0^{\,2}$$ فرکانس تشدید مدار

$$\frac{\sqrt{\omega_1\omega_2(1+A_0\beta)}}{\omega_1+\omega_2} = \frac{\omega_0}{\omega_1+\omega_2} \equiv Q$$ ضریب کیفیت مدار

$$A_f = \frac{\dfrac{A_0}{1+A_0\beta}}{\dfrac{S^2}{\omega_0^{\,2}} + \dfrac{S}{Q\omega_0} + 1} \quad , \quad \xi = K = \frac{1}{2Q}$$ ضریب میرایی



می توان سیستم درجه ۲ را با مدار مقابل مدل کرد.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{LCS^2 + \dfrac{L}{R}S + 1}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega_0^{\,2} &= \frac{1}{LC} \\ Q &= \frac{R}{L\omega_0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\dfrac{S^2}{\omega_0^{\,2}} + \dfrac{S}{Q\omega_0} + 1}$$

محل قطب ها با فیدبک

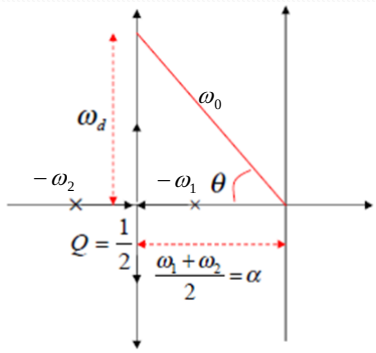
$$\frac{S^2}{\omega_0^{\,2}} + \frac{S}{Q\omega_0} + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S_{1f} = \dfrac{-\omega_0}{2Q} + \omega_0\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2} - 1} \\ S_{2f} = \dfrac{-\omega_0}{2Q} - \omega_0\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2} - 1} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4Q^2} - 1 > 0 \quad (Q < 0.5 \;\; or \;\; K > 1)$$ دو ریشه حقیقی متمایز و منفی

$$\frac{1}{4Q^2} - 1 < 0 \quad (Q > 0.5 \;\; or \;\; K < 1)$$ دو ریشه مزدوج مختلط با قسمت حقیقی منفی

$$\frac{1}{4Q^2} - 1 = 0 \quad (Q = 0.5 \;\; or \;\; K = 1)$$ دو ریشه مضاعف

زاویه مجانب ها



$$\gamma=\frac{(2k+1)\pi}{2-0}\ ,\ \frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}$$

$$\alpha\equiv\frac{\omega_0}{2Q}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$$

$$\omega_d=\omega_0\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}$$

سیستم درجه ۲ همواره پایدار است

می خواهیم در یک زاویه دلخواه مقدار β را بدست آوریم.

$$\cos\theta=\frac{\frac{\omega_0}{2Q}}{\omega_0}=\frac{1}{2Q}$$

$$\boxed{\cos\theta=\frac{1}{2Q}}$$

برای مثال

$$\theta=45\Rightarrow Q=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta=60\Rightarrow Q=1$$

پاسخ فرکانسی تقویت کننده دو قطبی

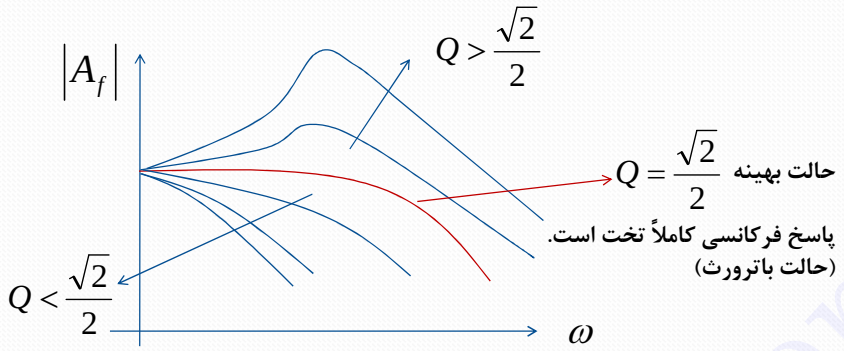
$$A_f=\frac{\frac{A_0}{1+A_0\beta}}{\frac{S^2}{\omega_0^{\ 2}}+\frac{S}{Q\omega_0}+1}\ ,\ A_f=\frac{\frac{A_0}{1+A_0\beta}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^{\ 2}}+\frac{j\omega}{Q\omega_0}}$$

$$|A_f|=\frac{\frac{A_0}{1+A_0\beta}}{\sqrt{(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^{\ 2}})^2+\frac{\omega^2}{Q^2\omega_0^{\ 2}}}}\ ,\ \frac{d|A_f|}{d\omega}=0$$

منحنی پیک ندارد.

$$1-\frac{1}{2Q^2}<0\Rightarrow Q<\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow\omega_p=\omega_0\sqrt{1-2k^2}=\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$$



در حالت باترورث قطبها با محور حقیقی زاویه ۴۵ درجه می سازند.

پاسخ پله تقویت کننده دو قطبی

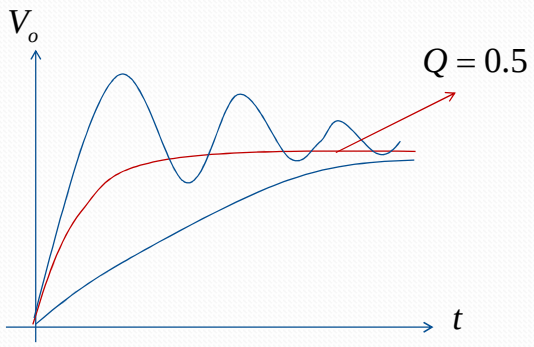
$V_i = U(t)$ → مدار دوقطبی → V_o

$Q < 0.5$ اگر قطبها حقیقی متمایز و منفی باشد پاسخ حالت فوق میرا است.

$Q > 0.5$ اگر قطبها مزدوج مختلط باشد پاسخ حالت زیر میرا است.

$Q = 0.5$ اگر قطبها دو ریشه مضاعف باشد پاسخ حالت میرای بحرانی است.

Q=0.5 بهترین پاسخ پله می باشد.



بحث تکمیلی پاسخ پله تقویت کننده دوقطبی در ضمیمه آورده شده است.

تقویت کننده سه قطبی

$$A = \frac{A_0}{(1+\frac{S}{\omega_1})(1+\frac{S}{\omega_2})(1+\frac{S}{\omega_3})} \quad , \quad A_f = \frac{A}{1+A\beta} =$$

این تقویت کننده دارای ۳ قطب است.

$$= \frac{\frac{A_0}{1+A_0\beta}}{\frac{S^3}{\omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta)} + \frac{\omega_1+\omega_2+\omega_3}{\omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta)}S^2 + \frac{\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3}{\omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta)}S + 1}$$

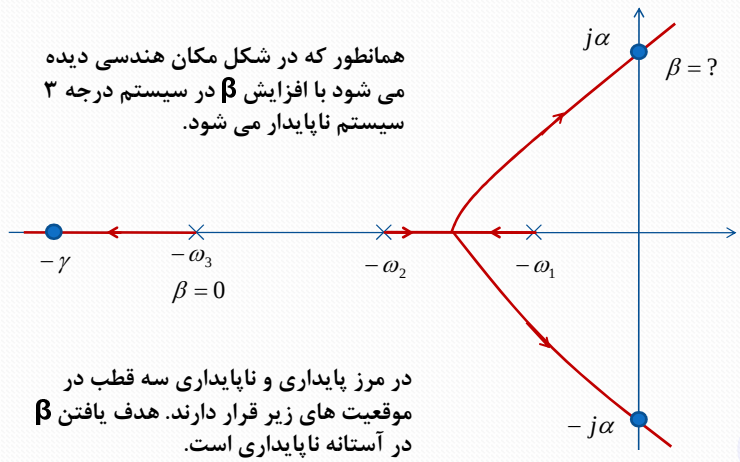
★

برای رسم پاسخ فرکانسی داریم.

$$\gamma = \frac{(2k+1)\pi}{3-0}$$

$$k=0 \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{3} \ , \ k=1 \Rightarrow \gamma = \pi \ , \ k=2 \Rightarrow \gamma = \frac{5\pi}{3}$$

همانطور که در شکل مکان هندسی دیده می شود با افزایش β در سیستم درجه ۳ سیستم ناپایدار می شود.



در مرز پایداری و ناپایداری سه قطب در موقعیت های زیر قرار دارند. هدف یافتن β در آستانه ناپایداری است.

$$\begin{cases} S_{1f} = -j\alpha \\ S_{2f} = j\alpha \\ S_{3f} = -\gamma \end{cases} \qquad A_f = \frac{\dfrac{A_0}{1+A_0\beta}}{(1+\dfrac{S}{j\alpha})(1+\dfrac{S}{-j\alpha})(1+\dfrac{S}{\gamma})} \Rightarrow$$

با مقایسه رابطه روبرو با رابطه ★ نتایج زیر بدست می آید.

$$\Rightarrow A_f = \frac{\dfrac{A_0}{1+A_0\beta}}{\dfrac{S^3}{\gamma\alpha^2}+\dfrac{S^2}{\alpha^2}+\dfrac{S}{\gamma}+1}$$

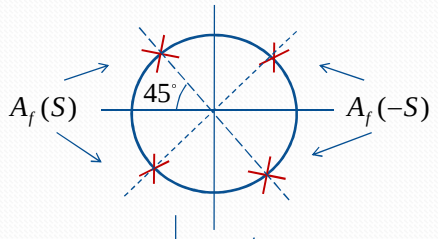
$$\begin{cases} \gamma\alpha^2 = \omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta) \\ \alpha^2 = \dfrac{\omega_1+\omega_2+\omega_3}{\omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta)} \\ \gamma = \dfrac{\omega_1\omega_2+\omega_1\omega_3+\omega_2\omega_3}{\omega_1\omega_2\omega_3(1+A_0\beta)} \end{cases}$$

با داشتن ω_1 ، ω_2 ، ω_3 و A_0 و سه معادله روبرو α، γ و β بدست می آید.
اگر میزان β را بیشتر از مقدار بدست آمده قرار دهیم سیستم ناپایدار می شود.

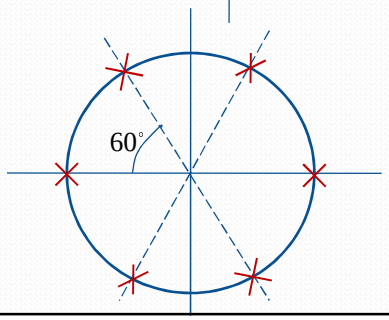
برای محاسبه β در حالت های مختلف مثلاً وقتی قطب ها با محور حقیقی زاویه ۶۰ درجه می سازند می توان به روش مشابه بالا عمل کرد.

قضیه:

برای آنکه پاسخ فرکانسی تابع $A_f(s)$ بصورت کاملاً تخت باشد باید قطب های تابع $A_f(s)\ A_f(-s)$ دایره ای به شعاع ω_H را به قسمت های مساوی تقسیم نماید.



برای مثال در سیستم درجه ۲ طبق قضیه فوق قطبها باید با محور حقیقی زاویه ۴۵ درجه بسازند یا $Q=\frac{\sqrt{2}}{2}$

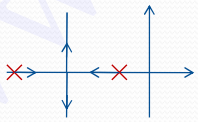


در سیستم درجه ۳ طبق قضیه فوق قطبها باید با محور حقیقی زاویه ۶۰ درجه بسازند.

شرط قطب غالب در یک تقویت کننده دوقطبی با فیدبک.

فرض کنید یک سیستم دو قطبی بدون فیدبک دارای قطب غالب می باشد یعنی S_1 قطب غالب است:

$$S_1=-\omega_1\,,S_2=-\omega_2 \quad , \quad \frac{|S_2|}{|S_1|}>4$$



آیا با اعمال فیدبک باز هم قطب غالب وجود دارد؟
با توجه به مکان هندسی ریشه ها چون دو ریشه به هم نزدیک می شوند، ممکن است با اعمال فیدبک قطب غالب نداشته باشیم.

$$S_{1f}=\frac{-\omega_0}{2Q}+\omega_0\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}=-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}+\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\sqrt{1-4Q^2}$$

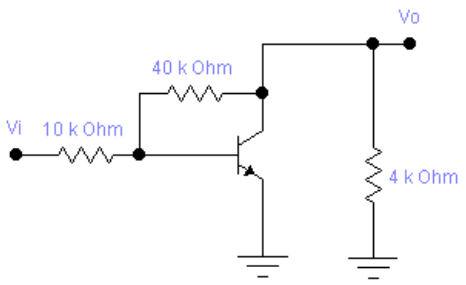
$$S_{2f}=\frac{-\omega_0}{2Q}-\omega_0\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}=-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}-\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\sqrt{1-4Q^2}$$

شرط داشتن قطب غالب پس از اعمال فیدبک در تقویت کننده دو قطبی

$$\frac{|S_{2f}|}{|S_{1f}|} \geq 4 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{1-4Q^2}}{1-\sqrt{1-4Q^2}} \geq 4 \Rightarrow \boxed{Q \leq 0.4}$$

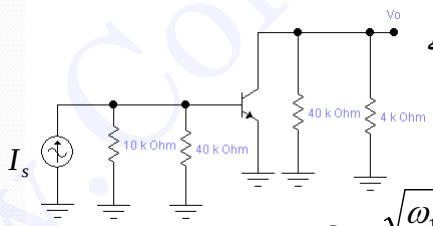
مثال:

آیا مدار شکل زیر دارای قطب غالب می باشد؟



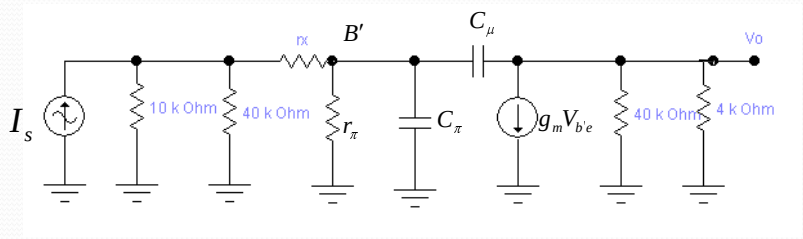
$$\begin{cases} g_m = 50m\upsilon \\ r_x = 100\Omega \ , \ r_\pi = 1k\Omega \\ C_\mu = 3PF \ , \ C_\pi = 100PF \end{cases}$$

ابتدا مدار را در حالت بدون فیدبک رسم می کنیم. فیدبک از نوع ولتاژ موازی می باشد.



در مدار مقابل قطب ها را بدست می آوریم که قطب های تقویت کننده مقاومت انتقالی می باشند. و سپس Q را حساب کرده، شرط قطب غالب را چک می کنیم.

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_1\omega_2(1+R_{m0}\beta)}}{\omega_1+\omega_2}$$



پس از حل مدار داریم:

تقویت کننده بدون فیدبک دارای قطب غالب است.

$$R_m = \frac{V_o}{I_s} = \frac{9.85\times10^9(S-16.6\times10^9)}{(S+600\times10^6)(S+1.7\times10^6)} \Rightarrow \begin{cases}\omega_1 = -600\times10^6\\ \omega_2 = -1.7\times10^6\end{cases}$$

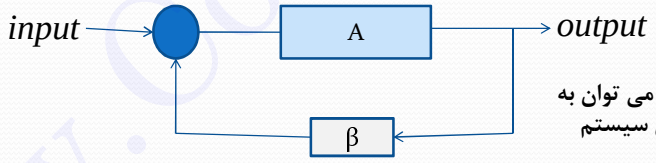
$$S=0 \Rightarrow R_{m0} = \frac{9.85\times10^9(-16.6\times10^9)}{(600\times10^6)(1.7\times10^6)} = -1.6\times10^5$$

$$\beta = \frac{-1}{R_f} = \frac{-1}{40K\Omega}$$

$$\Rightarrow Q^2 = 0.014 \Rightarrow Q = 0.118 < 0.4$$

تقویت کننده با فیدبک نیز دارای قطب غالب است.

روش پایداری نایکوئیست



با داشتن مقادیر A و β می توان به پایداری یا عدم پایداری سیستم پی برد.

برای یک β معین تعیین می کنیم که سیستم پایدار است یا ناپایدار؟

$if\ \ A\beta < -1 \Rightarrow$ سیستم ناپایدار است.

$if\ \ A\beta > -1 \Rightarrow$ سیستم پایدار است.

$$\boxed{-1 = 1\angle -180^\circ}$$

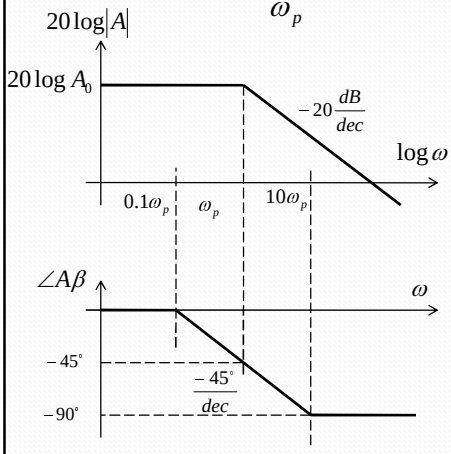
$$A = A(j\omega)$$

برای بررسی پایداری می توان از منحنی نایکوئیست و یا دیاگرام بد استفاده کرد.
فرض می کنیم β عدد مثبتی است.

رسم دیاگرام های بد ایده آل اندازه و فاز (یاد آوری)

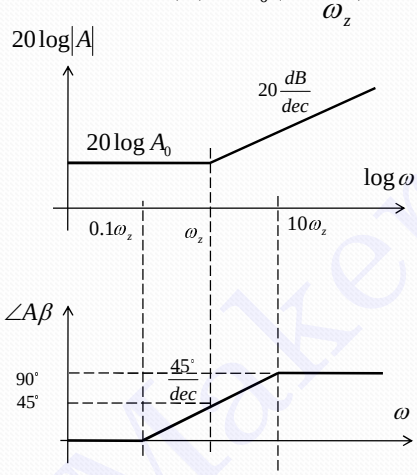
قطب

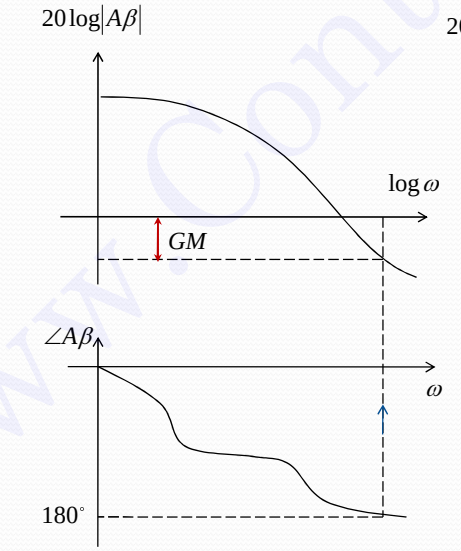
$$A(S)=\frac{A_0}{1+\frac{S}{\omega_p}}$$



صفر

$$A(S)=A_0(1+\frac{S}{\omega_z})$$

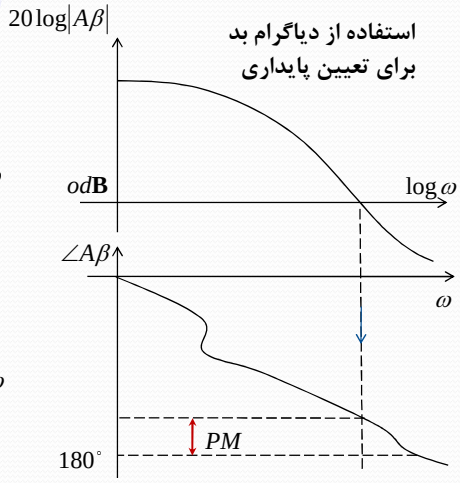




$$\angle A\beta=-180\Rightarrow 20\log|A\beta|=GM<0$$

اگر **GM (gain margin)** یا حاشیه بهره **منفی** باشد سیستم **پایدار** است.

استفاده از دیاگرام بد برای تعیین پایداری



$$20\log|A\beta|=0\Rightarrow \boxed{PM=\angle A\beta+180^\circ}$$

$$PM>0$$

اگر **PM (phase margin)** یا حاشیه فاز **مثبت** باشد سیستم **پایدار** است.

مثال:

حداکثر β را برای پایداری تقویت کننده زیر بدست آورید.

$$A(S)=\frac{1000}{(1+\frac{S}{2\pi\times 1^M})(1+\frac{S}{2\pi\times 10^M})(1+\frac{S}{2\pi\times 100^M})}$$

حل:

$$A(jf)=\frac{1000}{(1+\frac{jf}{1^M})(1+\frac{jf}{10^M})(1+\frac{jf}{100^M})}$$

$$20\log|A\beta|=20\log|A|+20\log|\beta|$$

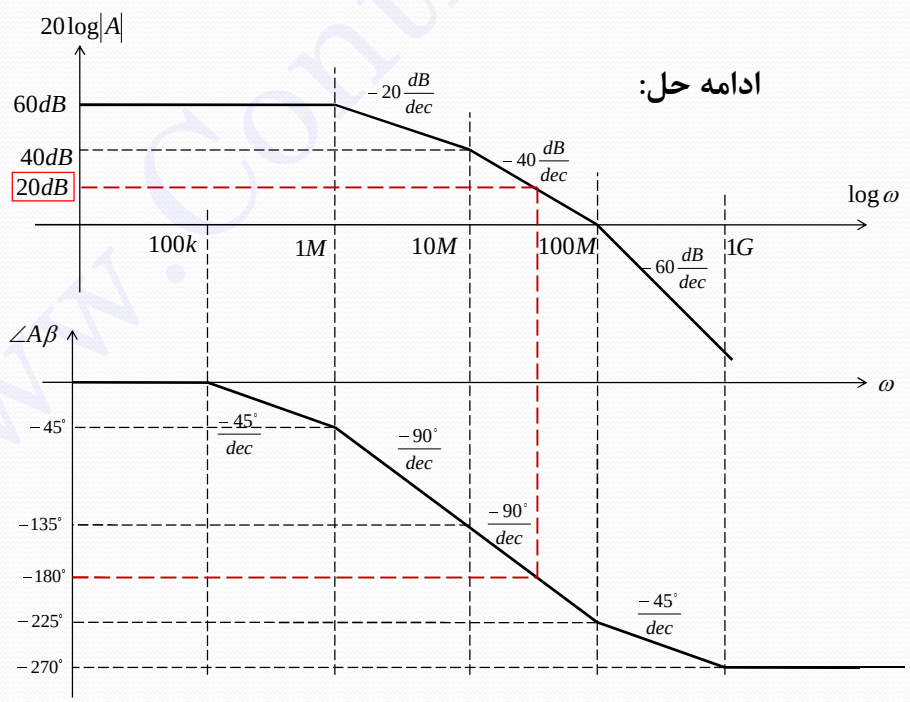
$$\angle A\beta=\angle A+\angle\beta\xrightarrow{\beta>0}\angle A\beta=\angle A$$

در مرز پایداری داریم $\angle A=-180\Rightarrow 20\log|A\beta|=0$

$$\Rightarrow|A\beta|=1\Rightarrow\beta=\frac{1}{|A|}$$

ابتدا منحنی های بد ایده آل اندازه و فاز A را رسم سپس جایی که زاویه A، ۱۸۰ - درجه می شود اندازه A را حساب می کنیم و طبق رابطه زیر حداکثر β بدست می آید.

ادامه حل:



$$\angle A\beta = -180 = \angle A \Rightarrow$$

$$-\tan^{-1}\frac{f}{1^M} - \tan^{-1}\frac{f}{10^M} - \tan^{-1}\frac{f}{100^M} = -180 \Rightarrow f = 31.6\,MHz$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{1000}{\sqrt{(1+\frac{f^2}{1^{2M}})(1+\frac{f^2}{10^{2M}})(1+\frac{f^2}{100^{2M}})}} \xrightarrow{f=31.6MHz}$$

$$|A| = 10 \Rightarrow \beta = 0.1$$

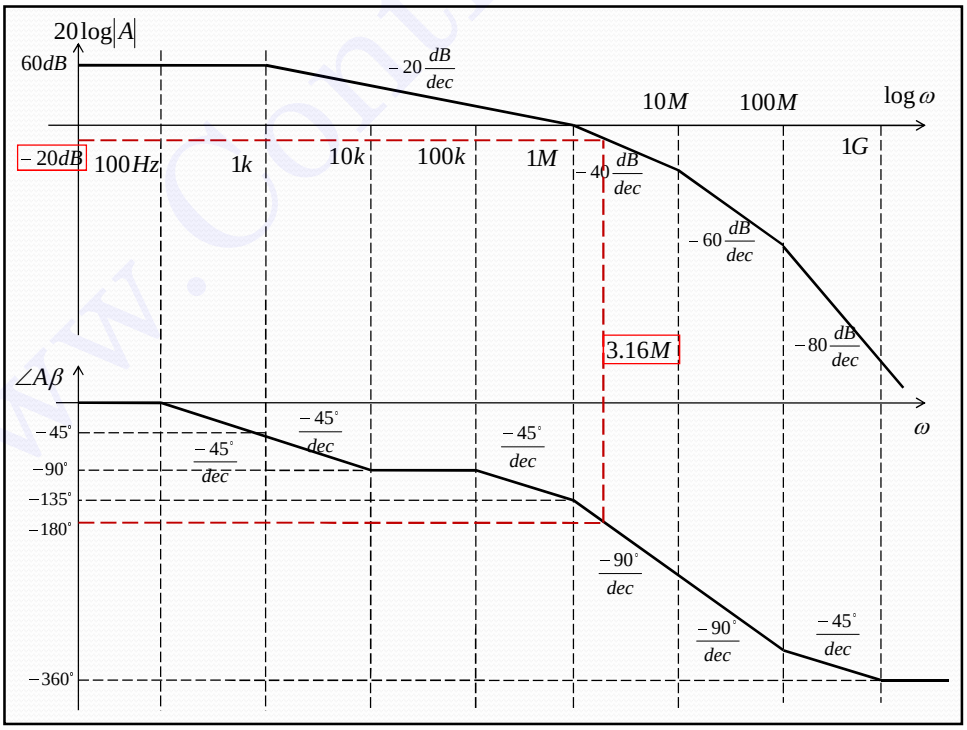
جبران سازی Compensation

هدف افزایش β است بطوریکه سیستم پایدار بماند.

۱- جبران سازی قطب غالب Lag compensation

در این روش به سیستم قطب غالب اضافه می کنیم.

مثال: در مثال قبلی برای جبران سازی یک قطب **1KHz** (قطب غالب) اضافه می کنیم.



$$A(jf)=\frac{1000}{(1+\frac{jf}{1^M})(1+\frac{jf}{10^M})(1+\frac{jf}{100^M})}$$

$$A'(jf)=\frac{1000}{(1+\frac{jf}{1^K})(1+\frac{jf}{1^M})(1+\frac{jf}{10^M})(1+\frac{jf}{100^M})}$$

$$\angle A\beta=-180=\angle A\Rightarrow$$

$$-\tan^{-1}\frac{f}{1^K}-\tan^{-1}\frac{f}{1^M}-\tan^{-1}\frac{f}{10^M}-\tan^{-1}\frac{f}{100^M}=-180$$

$$\Rightarrow f=3.16\,MHz\Rightarrow |A|=\frac{1000}{\sqrt{(1+\frac{f^2}{1^{2K}})(1+\frac{f^2}{1^{2M}})(1+\frac{f^2}{10^{2M}})(1+\frac{f^2}{100^{2M}})}}$$

$$\xrightarrow{f=3.16MHz}|A|=0.1\Rightarrow\beta=10$$

۱۰۰ برابر وضعیت سیستم بهتر شده است.

برای اضافه کردن قطب کافیست به مدار خازن اضافه کنیم.
عیب اضافه کردن قطب غالب آن است که پهنای باند کاهش می یابد.

تعیین محل قطب غالب:

برای تعیین محل قطب غالب از استاندارد زیر استفاده می کنیم.

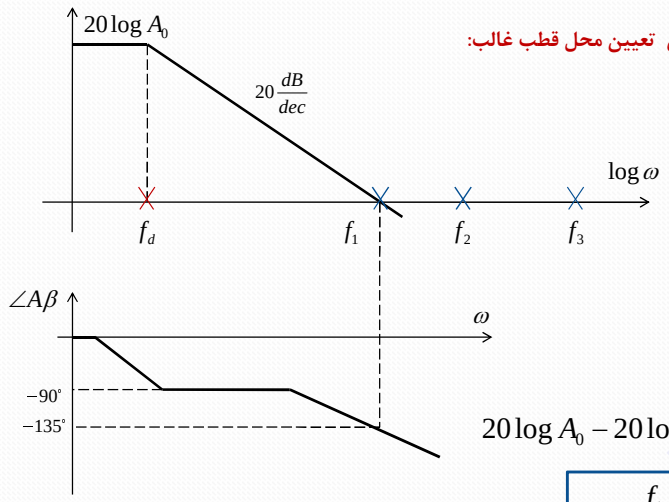
$$\boxed{\begin{array}{l} if\quad PM=45^\circ\Rightarrow\beta=1 \\ PM=45^\circ\Rightarrow\angle A\beta=-135^\circ \end{array}}$$

روش ترسیمی برای تعیین محل قطب غالب:

باید منحنی اندازه به گونه ای باشدکه در زاویه ۱۳۵ درجه منحنی اندازه در محل قطب اول (f_1) صفر دسیبل شود. برای این منظور از f_1 خطی با شیب **20dB/dec** رسم کرده فرکانسی که به ازای آن خط $20\log A_0$ را قطع نمود، محل قطب غالب f_d می باشد.

f_1: محل اولین قطب نزدیک مبدا
f_d: محل قطب غالب

روش ترسیمی برای تعیین محل قطب غالب:



$$20\log A_0 - 20\log\frac{f_1}{f_d} = 0$$

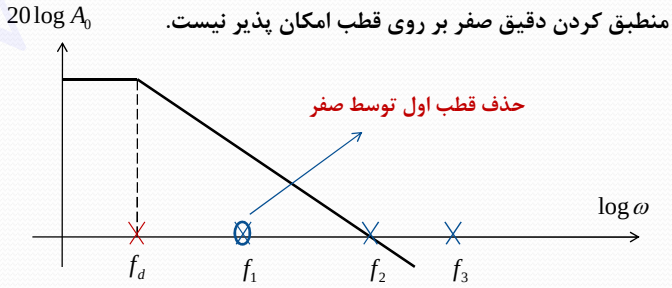
$$\Rightarrow \boxed{f_d = \frac{f_1}{A_0}}$$

۲- جبران سازی صفر و قطب Lead-Lag compensation

در این روش صفری دقیقاً در محل قطب اول یعنی f_1 قرار می دهیم.
این کار باعث می شود پهنای باند و پایداری سیستم افزایش یابد.

صفر اضافه شده باعث حذف قطب f_1 شده و در نتیجه محل اولین قطب به f_2 منتقل می شود
سپس مثل روش جبران سازی قطب از محل f_2 خطی با شیب 20dB/dec رسم کرده تا
محل f_d بدست آید.

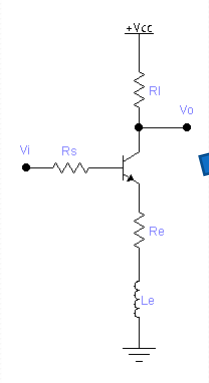
عیب: از نظر عملی منطبق کردن دقیق صفر بر روی قطب امکان پذیر نیست.



۳- جبران سازی صفر Lead compensation

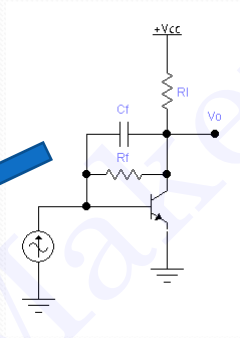
در این روش یک صفر به سیستم اضافه می کنیم.

نکته: صفر یا قطب به **Aβ** اضافه می شود پس می توان صفر را یا به **A** و یا به **β** (شبکه فیدبک) اضافه کرد در مدارهای الکترونیک معمولاً صفر به شبکه فیدبک اضافه می شود. برای مثال برای ایجاد یک صفر یک سلف و یا یک خازن به شبکه فیدبک مدارات زیر اضافه شده است.



$$\beta = R_e + SL_e$$

$$\beta = \frac{-1}{R_f \parallel \frac{1}{SC_f}} = \frac{-1}{R_f} - SC_f$$



ضمیمه: بحث تکمیلی پاسخ تقویت کننده دو قطبی به ورودی پله در حوزه زمان.

$$A_f(s) = \frac{V_O}{V_i} = \frac{A_{f_0}}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2K(\frac{s}{\omega_0}) + 1}$$

$$V_i(t) = V_i u(t) \qquad \Rightarrow V_i(s) = \frac{V_1}{s}$$

$$V_O(s) = V_i(s) A_f(s) = \frac{V_i A_{f_0}}{s\left[(\frac{s}{\omega_0})^2 + 2K(\frac{s}{\omega_0}) + 1\right]}$$

- برای بدست آوردن $v_o(t)$ باید از رابطه فوق عکس تبدیل لاپلاس بگیریم.

پاسخ تقویت کننده دو قطبی به ورودی پله در حوزه زمان

ریشه های کروشه $S_{1,2} = -K\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{K^2-1}$

- بر حسب مقادیر مختلف K ریشه ها می توانند حقیقی ، مضاعف یا مختلط باشند.

1. حالت اول

$$K=1 \quad or \quad Q=0.5 \Rightarrow s_1 = s_2 = -\omega_0$$

$$\frac{V_O(s)}{V_i A_{f_0}} = y(s) = \frac{1}{s[\frac{s}{\omega_0}+1]^2} = \frac{\omega_0^2}{s(s+\omega_0)^2}$$

$$y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+\omega_0)^2} + \frac{C}{(s+\omega_0)} \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-\omega_0 \\ C=-1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{(s+a)^n} \Leftrightarrow \frac{t^{n-1}e^{-at}}{(n-1)!} \qquad y(t) = \frac{v_o(t)}{v_1 A_{f_0}} = [1-(1+\omega_0 t)e^{-\omega_0 t}]u(t)$$

حالت میرایی بحرانی (Critical damping)

پاسخ تقویت کننده دو قطبی به ورودی پله در حوزه زمان

2. حالت دوم:

$K>1 \quad or \quad Q<0.5 \Rightarrow$ s_1 و s_2 حقیقی هستند.

$$s_1 = -K_1\omega_0 \qquad s_2 = -K_2\omega_0 \qquad K_1 = K - \sqrt{K^2-1} \qquad K_2 = K + \sqrt{K^2-1}$$

$$\frac{V_O(s)}{V_i A_{f_0}} = y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+K_1\omega_0)} + \frac{C}{(s+K_2\omega_0)}$$

$$A=1 \qquad B = \frac{-1}{2K_1\sqrt{K^2-1}} \qquad C = \frac{1}{2K_2\sqrt{K^2-1}}$$

$$y(t) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{K^2-1}}\left(\frac{1}{K_1}e^{-K_1\omega_0 t} - \frac{1}{K_2}e^{-K_2\omega_0 t}\right)$$

حالت فوق میرا (Over damping)

پاسخ تقویت کننده دو قطبی به ورودی پله در حوزه زمان

3. حالت سوم: دوریشه مختلط $\Rightarrow$ $K<1 \quad or \quad Q>0.5$

$$S_{1,2}=-\alpha \pm j\omega_d \qquad \alpha=K\omega_0 \qquad \omega_d=\omega_0\sqrt{1-K^2}$$

$$y(s)=\frac{A}{s}+\frac{B(s+\alpha)+C\omega_d}{(s+\alpha)^2+\omega_d^2} \qquad \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \\ C=\dfrac{\alpha}{\omega_d} \end{cases}$$

$$\omega_d t=\omega_0 t\sqrt{1-K^2}=\frac{2\pi t}{T_0}\sqrt{1-K^2}=2\pi\sqrt{1-K^2}\,\frac{t}{T_0}=2\pi\sqrt{1-K^2}\,x$$

$$y(t)=\frac{v_O(t)}{v_i A_{v_{f0}}}=1-\left(\frac{K\omega_0}{\omega_d}\sin\omega_d t+\cos\omega_d t\right)e^{-K\omega_0 t} \qquad (۲)$$

حالت زیر میرا Under damping

$$y(t)=\frac{v_O(t)}{v_1 A_{v_{f0}}}=1-\left(\frac{K\omega_0}{\omega_d}\sin 2\pi\sqrt{1-K^2}\,x+\cos 2\pi\sqrt{1-K^2}\,x\right)e^{-2K\pi x}$$

پاسخ تقویت کننده دو قطبی به ورودی پله در حوزه زمان

$$K=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha=0 \\ \omega_d=\omega_0 \end{cases} \Rightarrow y(t)=1-\cos\omega_0 t$$

اگر از رابطه y(x) مشتق بگیریم، می توانیم مختصات نقاط ماکزیمم و مینیمم را محاسبه کنیم

$$x_m=\frac{\omega_0 t_m}{2\pi}=\frac{m}{2\sqrt{1-K^2}} \qquad m=1,2,3,\ldots$$

$$y_m=\frac{v_0(t_m)}{v_1 A_{f_0}}=1-(-1)^m e^{-2K\pi x_m}$$

mهای فرد ماکزیمم و m های زوج مینیم را بدست می دهند

$$m=1 \Rightarrow y_1=1+\underbrace{e^{\frac{-K\pi}{\sqrt{1-K^2}}}}_{O.S}$$

الکترونیک ۳

فصل سوم

تقویت کننده های باند باریک

استاد ~خالصی

انواع تقویت کننده ها

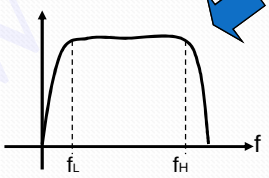
- **باند وسیع**

به تقویت کننده ای گفته می شود که از فرکانسهای نزدیک صفر تا یک محدوده وسیع فرکانسی، تقویت می کند.

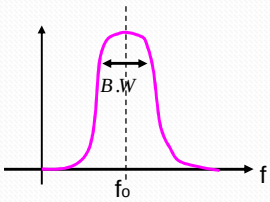
- **باند باریک**

به تقویت کننده ای که حول یک فرکانس مرکزی پهنای باند کوچکی داشته باشد

باند وسیع



باند باریک



ویژگی:

$$\frac{B.W}{f_o} << 1$$

مثال

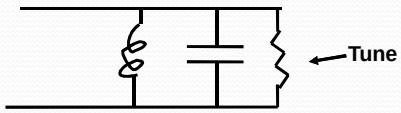
$f_L = 10_{HZ}$

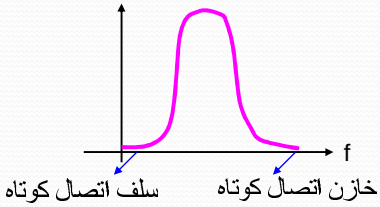
$f_H = 10_{MHZ}$

$f_0 = 10_{MHZ}$

$B.W = 200_{KHZ}$

در تمام تقویت کننده ها ی باند باریک از مدار RLC (tune) استفاده میشود.

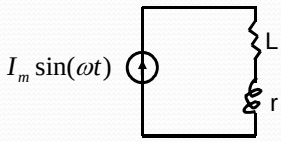




$$Q = 2\pi \times \frac{\text{حداکثر انرژی ذخیره شده در مدار}}{\text{انرژی تلف شده در یک سیکل}}$$

ضریب کیفیت سلف (Q_L)

$Q\downarrow$ ضریب کیفیت کم نشان دهنده آن است که انرژی در سلف خوب ذخیره نشده و میزان تلفات زیاد است. تلفات را در سلف واقعی با یک مقاوت سری شده با سلف ایده آل مدل می کنیم.



محاسبه ضریب کیفیت سلف:

انرژی ذخیره شده در سلف ← $W = \frac{1}{2} L I_{\max}^2$

انرژی تلف شده در یک سیکل → $W = \frac{1}{2} r I_m^2 T$

توان تلف شده → $P = \frac{1}{2} \times r I_m^2$

$$Q_l = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L I_m^2}{\frac{1}{2} r I_m^2 T} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \boxed{Q_l = \frac{L\omega}{r}}$$

✓ Q_L تابع فرکانس است.

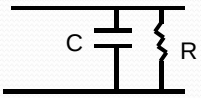
✓ Q_L واحد ندارد چون نسبت دو انرژی است.

تلفات در سلف:
۱. مقاومت اهمی سیم پیچ ها
۲. اثرپوستی
۳.اثر هسته (در صورت وجود هسته)

✓تمام موارد فوق را با مقاومت سری شده r نشان می دهیم.

✓مقدار r با فرکانس تغییر می کند. معمولاً $10 < Q_L < 200$

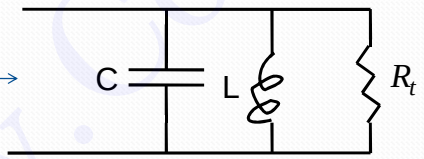
ضریب کیفیت خازن: $Q_C = RC\omega$



خازن واقعی را با یک خازن ایده آل موازی با یک مقاومت که نشان دهنده تلفات خازن است مدل می کنیم. تلفات خازن از دی الکتریک آن ناشی می شود. (جریان نشتی)

* در این درس سلف ها را واقعی (غیر ایده آل)، اما خازن ها را ایده آل فرض می کنیم.

مدار RLC موازی:



فرکانس تشدید $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$Q_t = R_t C\omega_0$

$Z = \frac{1}{Y}$

$$Y = \frac{1}{R_t} + \frac{1}{JL\omega} + JC\omega$$

$$\Rightarrow Z = \frac{R_t}{1 + JQ_t\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Z تابعی از فرکانس است.

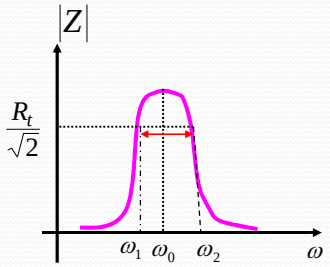
در فرکانس تشدید سلف و خازن همدیگر را خنثی کرده و بیشترین مقاومت دیده می شود.

$$\Rightarrow |Z| = \frac{R_t}{\sqrt{1 + Q_t^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 \Rightarrow |Z| = R_t \\ \omega = \infty \Rightarrow |Z| = 0 \end{cases}$$

$$|Z| = \frac{R_t}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

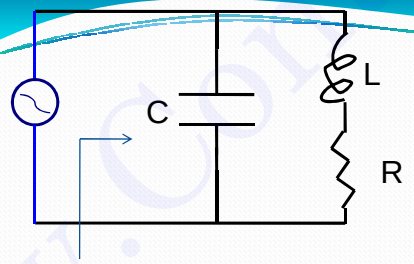
$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_0\sqrt{1+\frac{1}{4Q_t^2}} - \frac{\omega_0}{2Q_t} \\ \omega_2 = \omega_0\sqrt{1+\frac{1}{4Q_t^2}} + \frac{\omega_0}{2Q_t} \end{cases}$$



شکل نسبت به $\omega_0\sqrt{1+\frac{1}{4Q_t^2}}$ متقارن است.

$$\omega_2 - \omega_1 = \boxed{B.W = \frac{\omega_0}{Q_t} \quad or \quad B.W = \frac{f_0}{Q_t}}$$

$Q_t \uparrow \Rightarrow$ B.W $\downarrow$



برای محاسبه فرکانس تشدید ابتدا از دو سر ورودی مدار امپدانس یا ادمیتانس را محاسبه و سپس قسمت موهومی آنرا مساوی صفر قرار می دهیم.

$$Z = (-JX_C)\|(R+JX_L) \Rightarrow$$

$$Z = \frac{X_C(R^2X_L^2)}{RX_C + J[R^2 - X_L(X_C - X_L)]}$$

$$\begin{cases} X_C = \frac{1}{C\omega} \\ X_L = L\omega \end{cases}$$

$$\mathrm{Im}(Z) = 0 \Rightarrow R^2 - X_L X_C + X_L^2 = 0$$

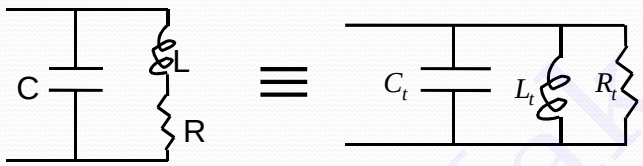
$$\Rightarrow \frac{X_C}{X_L} = \frac{1}{LC\omega_r^2} = \frac{1}{Q_S^2} + 1 \Rightarrow \boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC(1+\frac{1}{Q_S^2})}}}$$

مقدار امپدانس در فرکانس تشدید:

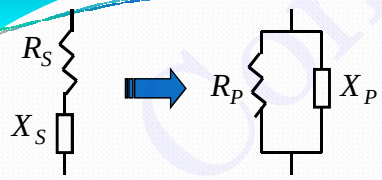
$$Z\Big|_{\omega=\omega_r} = R + \frac{X_L^2}{R} = R\left(1+\frac{X_L^2}{R^2}\right) = R(1+Q_S^2)$$

★ راه حل دوم برای محاسبه فرکانس تشدید و ضریب کیفیت:

مدار مورد نظر را توسط روابط اسلاید بعد به مدار **RLC** سری یا موازی تبدیل می کنیم.

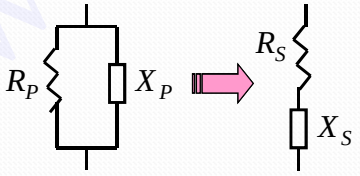


دو مدار فقط در فرکانس تشدید معادلند.



$$Q_S = \frac{X_S}{R_S}$$

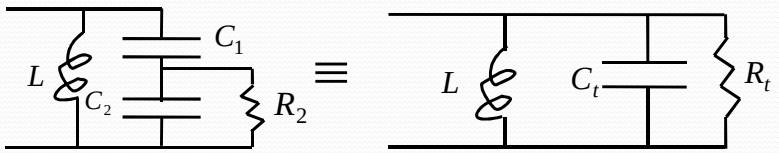
$$\begin{cases} R_P = R_S(1+Q_S^2) \\ X_P = X_S\dfrac{1+Q_S^2}{Q_S^2} = X_S\left(1+\dfrac{1}{Q_S^2}\right) \end{cases}$$



$$Q_P = \frac{R_P}{X_P}$$

$$\begin{cases} R_S = \dfrac{R_P}{1+Q_P^2} \\ X_S = X_P\dfrac{Q_P^2}{1+Q_P^2} \end{cases}$$

Tapped – capacitor circuit مدار سر وسط خازنی



تمرین: روابط زیر را اثبات کنید.

$$R_t = N^2 R_2$$

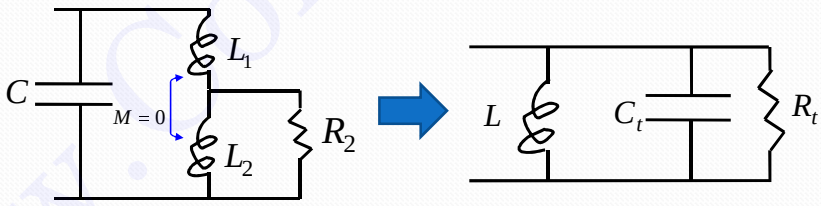
$$C_t = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$N = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$$

اگر $Q_P \geq 10$

$$Q_P = R_2 C_2 \omega_0$$

مدار سر وسط سلفی



تمرین: روابط زیر را اثبات کنید.

$$Q_P = \frac{R_2}{L_2 \omega_0}$$

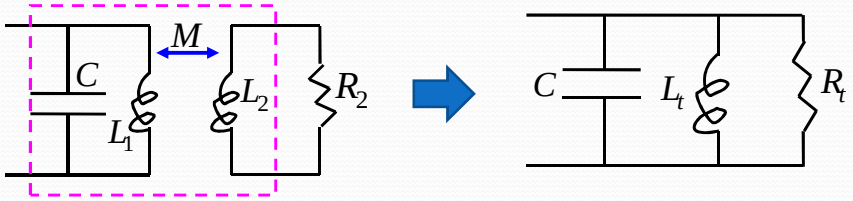
اگر $Q_P \geq 10$ ⇒

$$L_t = L_1 + L_2$$

$$R_t = N^2 R_2$$

$$N = \frac{L_1 + L_2}{L_2}$$

Single Tuned Transformer



ترانس IF

اگر $Q_P = \dfrac{R_2}{L_2\omega_0} \geq 10$ $\begin{cases} L_t = L_1 \\ R_t = N^2 R_2 \\ N = \dfrac{L_1}{M} \end{cases}$

$M = K\sqrt{L_1 L_2}$

$0 \leq K \leq 1$

$N = \dfrac{n_1}{n_2}$

انواع تقویت کنندهای باند باریک

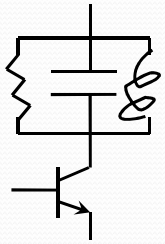
1. Single Tuned Amplifier
مدار شامل یک تیون است.

2. Double Tuned Amp
مدار شامل دو تیون با فرکانسهای تشدید مساوی و با اثر متقابل می باشد.

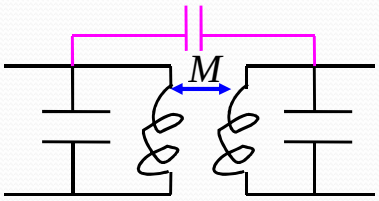
3. Synchronously Tuned Amp
مدار شامل چند مدار تیون با فرکانسهای تشدید مساوی و بدون اثر متقابل می باشد.

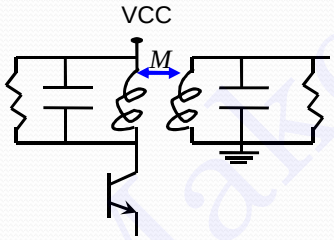
4. Stagger Tuned Amp
مدار شامل چند مدار تیون با فرکانسهای تشدید نا مساوی و بدون اثر متقابل می باشد.

S.T.A: به جای مقاومت بار می توان یک مدار **RLC** قرار داد.

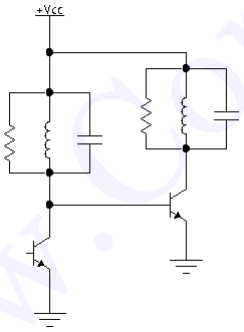


Double Tuned Amp **D.T.A**





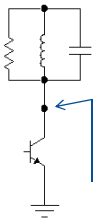
Synchronously Tuned Amp



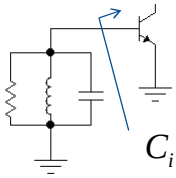
بدون القاء متقابل

Stagger ~فرکانس تشدید یکی نیست

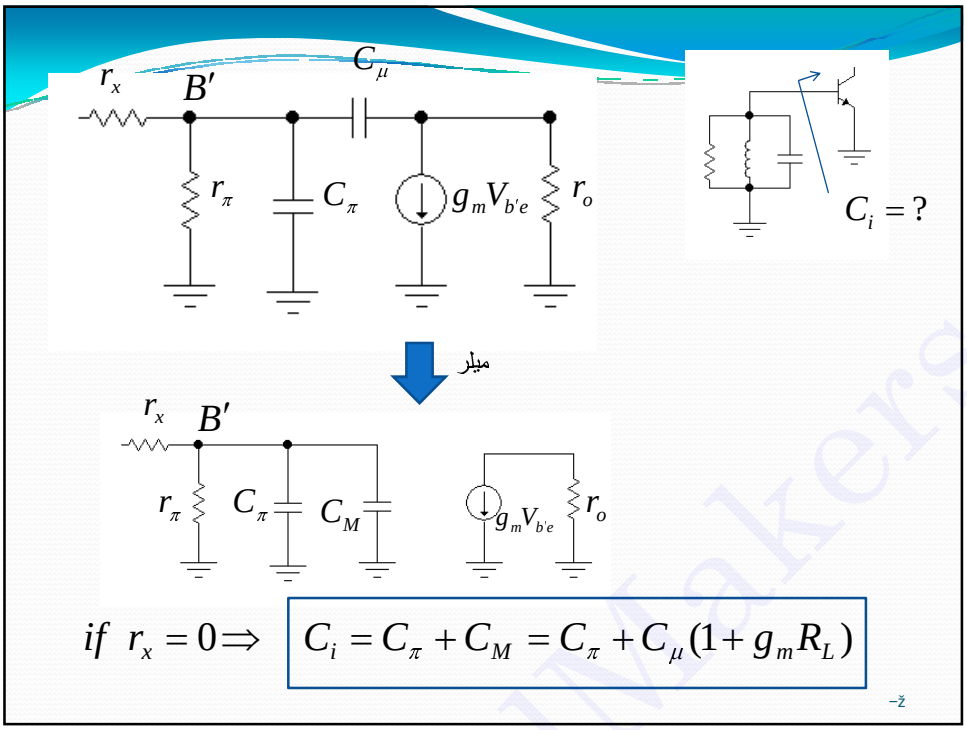
★ معمولا مدار تیون را یا در کلکتور قرار می دهند و یا در بیس، بنابراین باید اثر خازن های داخلی ترانزیستور را روی فرکانس تشدید بررسی کرد.



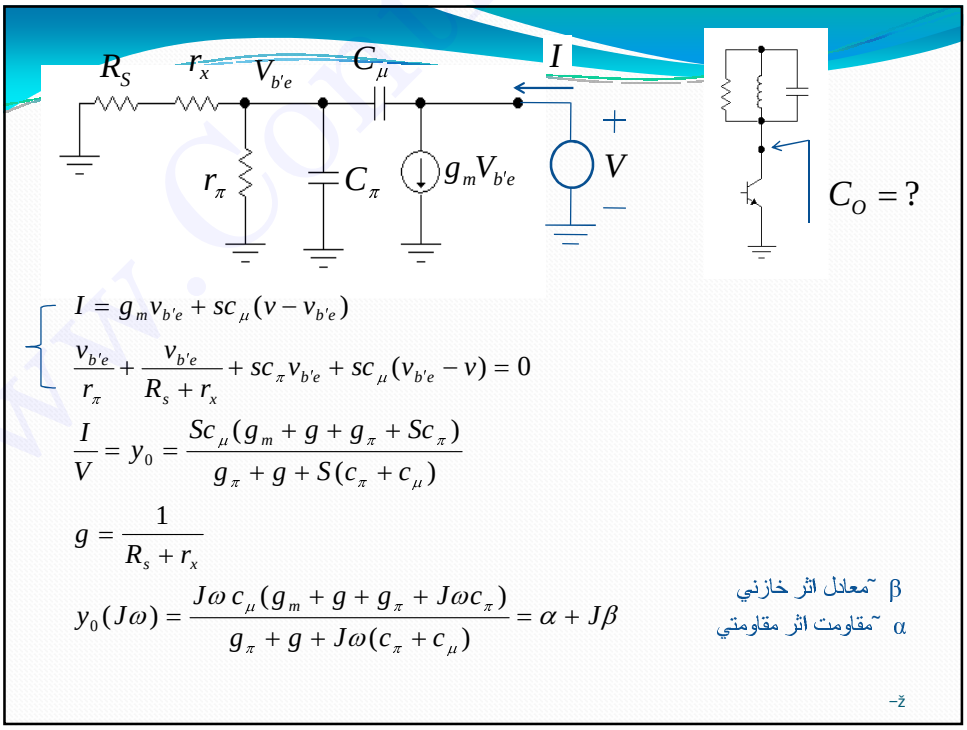
$C_O = ?$



$C_i = ?$



$$if\ \ r_x = 0 \Rightarrow \boxed{C_i = C_\pi + C_M = C_\pi + C_\mu(1 + g_m R_L)}$$



$$\begin{cases} I = g_m v_{b'e} + sc_\mu (v - v_{b'e}) \\ \dfrac{v_{b'e}}{r_\pi} + \dfrac{v_{b'e}}{R_s + r_x} + sc_\pi v_{b'e} + sc_\mu (v_{b'e} - v) = 0 \end{cases}$$

$$\frac{I}{V} = y_0 = \frac{Sc_\mu (g_m + g + g_\pi + Sc_\pi)}{g_\pi + g + S(c_\pi + c_\mu)}$$

$$g = \frac{1}{R_s + r_x}$$

$$y_0(J\omega) = \frac{J\omega c_\mu (g_m + g + g_\pi + J\omega c_\pi)}{g_\pi + g + J\omega (c_\pi + c_\mu)} = \alpha + J\beta$$

β ~معادل اثر خازني

α ~مقاومت اثر مقاومتي

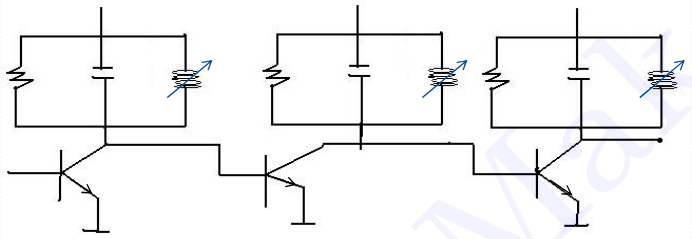
فرض می کنیم:

$$\omega << \omega_\beta = \frac{1}{r_\pi (c_\pi + c_\mu)}$$

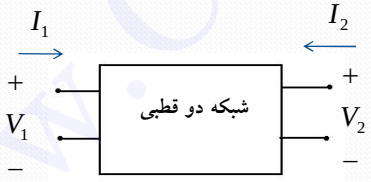
$$\Rightarrow \omega\, r_\pi (c_\pi + c_\mu) << 1 \Rightarrow y_o \cong SC_\mu (1 + g_m R_L)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_O = C_\mu (1 + g_m R)\ ,\ R = (R_S + r_x) \| r_\pi}$$

$C_O = C_\mu (1 + g_m R)$ align ability قابیلیت تنظیم

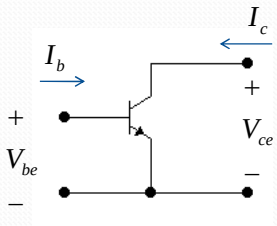


به علت وجود فیدبک داخلی ترانزیستور (C_μ) تنظیم فرکانس تشدید یک تیون باعث می شود فرکانس تشدید تیون دیگر از تنظیم خارج شود.

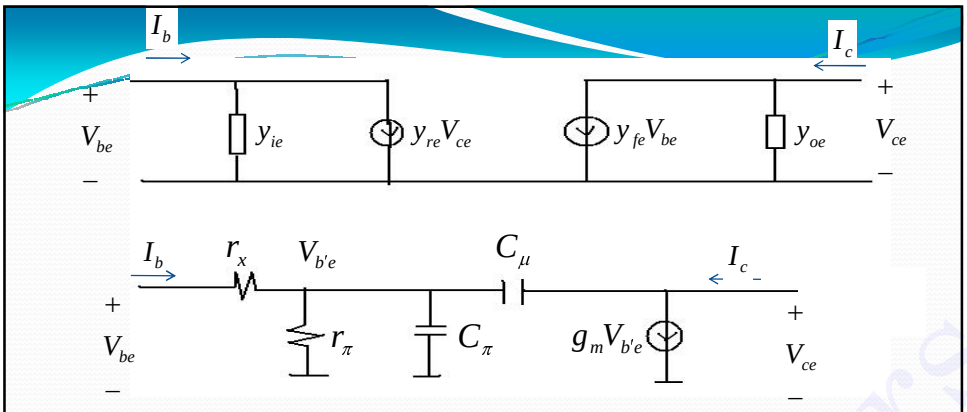


مدار معادل Y ترانزیستور

$$\begin{cases} I_1 = y_{11} v_1 + y_{12} v_2 \\ I_2 = y_{21} v_1 + y_{22} v_2 \end{cases}$$

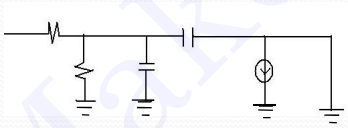


$$\begin{cases} I_b = y_{ie} v_{be} + y_{re} v_{ce} \\ I_c = y_{fe} v_{be} + y_{ce} v_{ce} \end{cases}$$



دو مدار معادل فوق را معادل می گیریم داریم:

$$y_{ie} = \frac{i_b}{v_{be}}\bigg|_{v_{ce}=\circ} = \frac{1}{r_x + r_\pi \| \frac{1}{Sc_\mu} \| \frac{1}{Sc_\pi}}$$



$$\Rightarrow y_{ie} = \frac{g_x\left[g_\pi + s(c_\pi + c_\mu)\right]}{g_x + g_\pi + S(c_\pi + c_\mu)}$$

$S = j\omega$

$$y_{fe} = \frac{g_x(g_m - sc_\mu)}{g_x + g_\pi + s(c_\pi + c_\mu)}$$

اعتبار فرمولهای روبرو تا $\frac{f_T}{3}$ می باشد.

$$y_{re} = \frac{-g_x Sc_\mu}{g_x + g_\pi + S(c_\pi + c_\mu)}$$

۱) پارامترهای مدار معادل y اعداد مختلط هستند .

۲) پارامترهای y تابع فرکانس هستند.

۳) پارامترهای y تابع نقطه کار هستند.

$$y_{oe} = \frac{Sc_\mu(g_m + g_\pi + g_x + sc_\pi)}{g_x + g_\pi + s(c_\mu + c_\pi)}$$

مزیت پارامترهای y: محدوده کار فرکانسی وجود ندارد و مقدار این پارامترها را در هر فرکانسی می توان از کاتالوگ ترانزیستور بدست آورد.

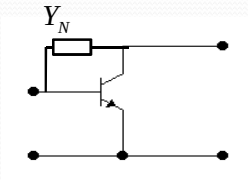
$$if\ \ \omega << \omega_\beta = \frac{g_\pi}{c_\pi + c_m} \Rightarrow y_{fe} = \frac{g_x(g_m - sc_\mu)}{g_x + g_\pi + s(c_\pi + c_\mu)}$$

$$\Rightarrow y_{fe} \cong \frac{g_x g_m}{g_x + g_\pi} \xrightarrow{r_\pi > r_x} \boxed{y_{fe} \cong g_m}$$

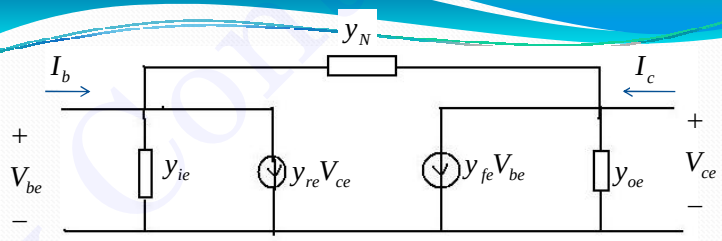
فیدبک داخلی ترانزیستور

$$y_{re} \cong \frac{-g_x j\omega c_\mu}{g_x + g_\pi} \xrightarrow{r_\pi > r_x} \boxed{y_{re} \cong -j\omega c_\mu}$$

خنثی سازی ترانزیستور (حذف فیدبک داخلی ترانزیستور)



Y_N : عنصر (شبکه) خنثی ساز ؟
وظیفه آن حذف فیدبک داخلی ترانزیستور (C_μ) است.



$$\begin{cases} i_b = y_{ie}v_{be} + y_{re}v_{ce} + y_N(v_{be} - v_{ce}) \\ i_c = y_{oc}v_{ce} + y_{fe}v_{be} + y_N(v_{ce} - v_{be}) \end{cases}$$

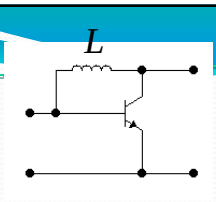
اثر فیدبک داخلی ترانزیستور

$$y_{re} = y_n = -j\omega c_\mu$$

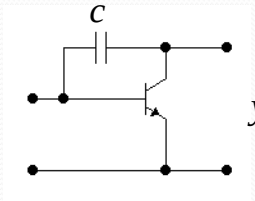
$$\begin{cases} i_b = (y_{ie} + y_N)v_{be} + (y_{re} - y_N)v_{ce} \\ i_c = (y_{fe} - y_N)v_{be} + (y_{oe} + y_N)v_{ce} \end{cases}$$

$$y_{re} = y_n = -j\omega c_\mu$$

$$y_n = -j\frac{1}{L\omega} = -j\omega c_\mu \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 c_\mu}$$

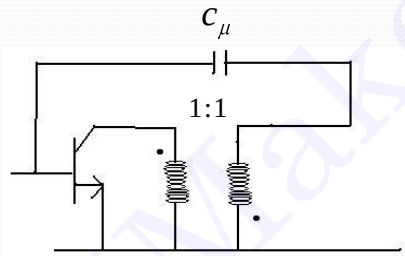


قرار دادن سلف برای جبران سازی اثر ترانزیستور از نظر عملی امکان پذیر نیست
چون مقدار سلف تابع فرکانس می شود.

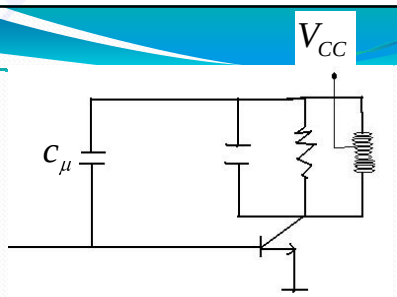


$$y_n = j\omega c = -j\omega c_\mu \Rightarrow c = -c_\mu \text{ ???}$$

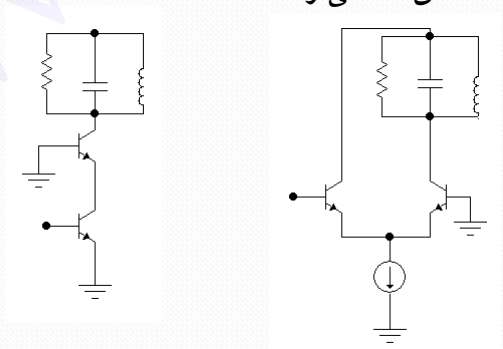
راه حل اول



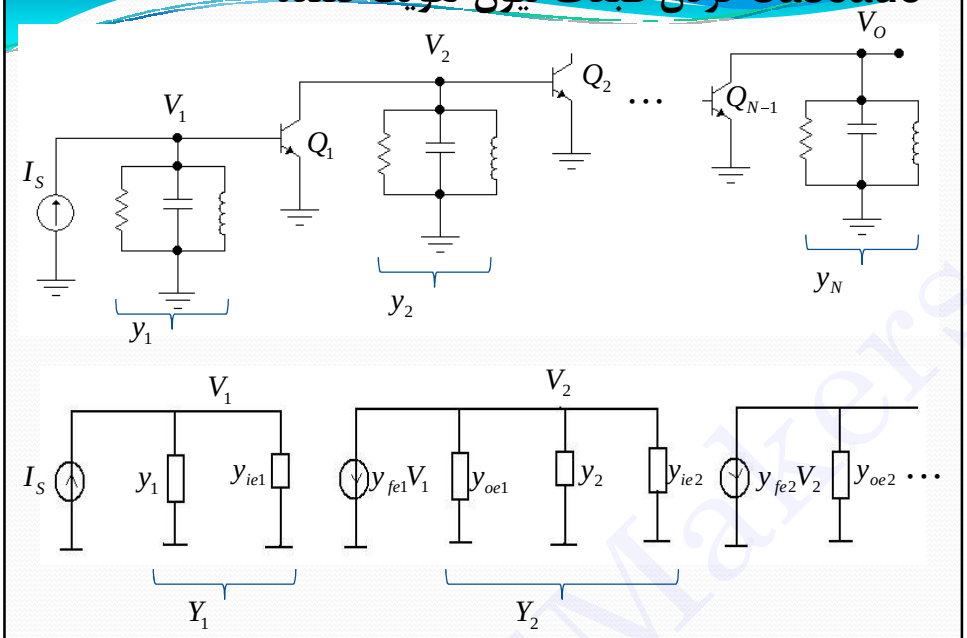
راه حل دوم
مزایا:
۱- حذف فیدبک داخلی
۲- کاهش اثر C_O



راه حل سوم: استفاده از تقویت کننده های تفاضلی و **Cascode**



Cascade کردن طبقات تیون تقویت کننده



$$V_1 = \frac{I_s}{Y_1} \Rightarrow V_2 = \frac{-y_{fe1}V_1}{Y_2} \Rightarrow \frac{V_2}{I_s} = \frac{-y_{fe2}}{Y_1 Y_2}$$

$$\frac{V_O}{I_S} = (-1)^{N-1} \frac{y_{fe1} y_{fe2} \cdots y_{feN-1}}{Y_1 Y_2 \ldots Y_N}$$

$$\frac{V_O}{I_S} = (-1)^{N-1} \frac{g_{m1} g_{m2} \cdots g_{mN-1}}{Y_1 Y_2 \ldots Y_N}$$

در تقویت کننده تیون سنکرون همه تیون ها دارای یک فرکانس تشدید هستند.

$$Y_1 = Y_2 = \cdots = Y_N$$

$$\frac{V_O}{I_S} = (-1)^{N-1} \frac{g_{m1} g_{m2} \cdots g_{mN-1}}{(Y_1)^N}$$

N-1 طبقه امیتر مشترک مشابه داریم

$$f_H = f_{h1}\sqrt{2^{\frac{1}{N}} - 1}$$

$$BW_t = BW_1\sqrt{2^{\frac{1}{N}} - 1}$$

پهنای باند کل

مثال: رادیو **AM**

$$\begin{cases} BW = 10^{KHz} \\ f_0 = 455^{KHz} \end{cases} \Rightarrow Q_t = \frac{f_0}{B.W} = 45.5$$

فرض کنید می خواهیم با سلف هایی با ضرب کیفیت ۲۰ فیلتر فوق را طراحی کنیم، می توانیم چند تیون را بطور متوالی متصل کنیم هدف بدست آوردن تعداد تیون ها است.

$$\begin{cases} Q_t = 20 \\ BW = \frac{455}{20} = 22.75^{KHz} \end{cases}$$

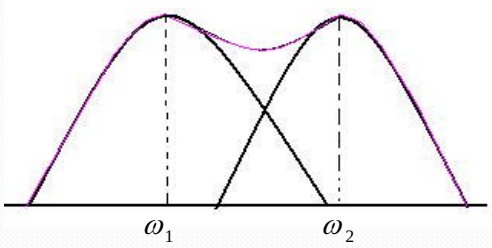
$$BW_t = BW\sqrt{2^{\frac{1}{N}} - 1}$$

$$10 = 22.75\sqrt{2^{\frac{1}{N}} - 1} \rightarrow N = ?$$

Stagger tuned amplifier:

$$Y_1 \neq Y_2 \neq Y_3 \neq \cdots Y_N$$

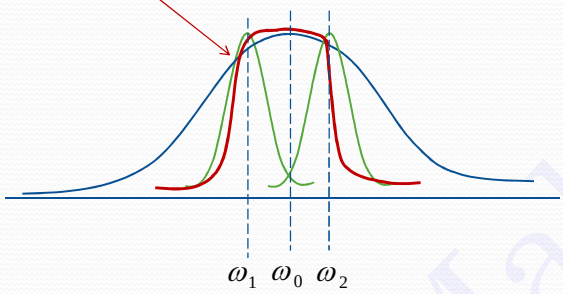
برای مثال دو تیون داریم که در فرکانس های تشدید متفاوتی دارند.



می توان ω_1 و ω_2 را طوری قرار داد که پاسخ فرکانس حاصل در محدوده وسط تخت باشد، به این حالت **Stagger** می گویند.

Stagger

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_0 - \dfrac{BW}{2}\cos\dfrac{\pi}{4} \\ \omega_2 = \omega_0 + \dfrac{BW}{2}\cos\dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

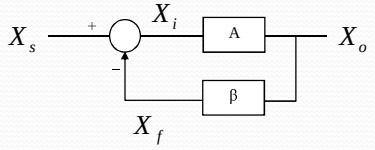


الکترونیک ۳

فصل چهارم

اسیلاتورهای سینوسی

استاد ~خالصی



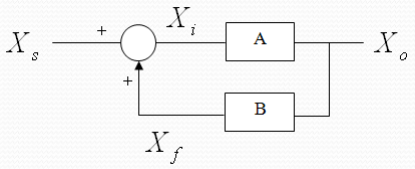
$$\frac{X_o}{X_s} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

$A\beta > -1 \Rightarrow$ پایدار

$A\beta < -1 \Rightarrow$ ناپایدار

مرسوم است در شبکه های اسیلاتوری نقطه جمع پذیری را مثبت در نظر می گیرند.

اسیلاتورها از یک شبکه فیدبک مثبت درست شده اند.

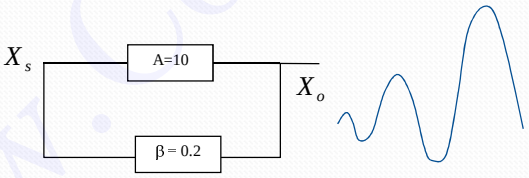


$A\beta > 1 \Rightarrow$ ناپایدار

$A\beta < 1 \Rightarrow$ پایدار ★

نویز (سفید) موجود در محیط که شامل تمام فرکانس ها است بعنوان ورودی است.

فرض می کنیم ورودی یک سیگنال ضعیف نویز است با دامنه 1n volt و فرکانس مطلوب.



$$A\beta = 10 \times 0.2 = 2 > 1 \Rightarrow$$

سیستم ناپایدار است و دامنه خروجی بطور ناپایدار افزایش می یابد.
(قطبها سمت راست محور موهومی قرار دارند)

وقتی به دامنه مطلوب رسیدیم باید حاصلضرب Aβ=1 شود، یعنی قطب ها روی محور موهومی قرار بگیرند.

$$A\beta\Big|_{f=f_0} > 1$$ در لحظات اول برای شروع نوسان.

$$A\beta\Big|_{f=f_0} = 1$$ پس از آنکه خروجی به دامنه مطلوب رسید.

در لحظات اول.

$$A\beta \overset{>}{=} 1 \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Re}[A\beta] \overset{>}{=} 1 \\ \mathrm{Im}[A\beta] = 0 \end{cases}$$

★ معیار بارک هاوزن.

انواع اسیلاتورها

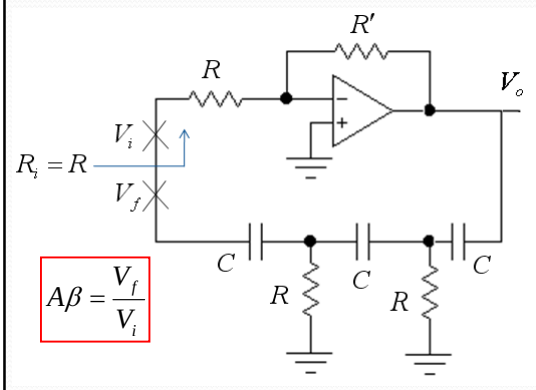
اسیلاتور RC:
در شبکه فیدبک از مقاومت و خازن استفاده شده است.

اسیلاتور LC:
در شبکه فیدبک از سلف و خازن (و مقاومت) استفاده شده است.

اسیلاتور کریستالی:
در شبکه فیدبک از کریستال (سلف و خازن و مقاومت) استفاده شده است.

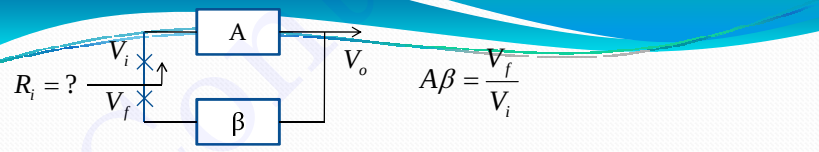
اسیلاتورهای RC

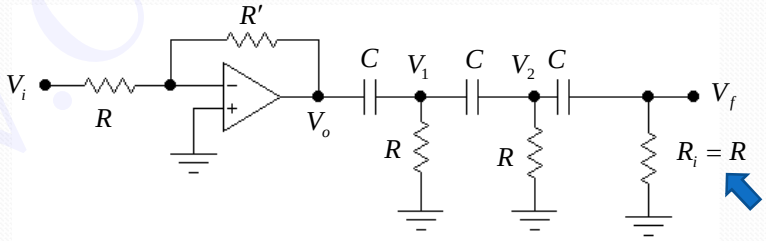
اسیلاتور شیفت فاز با OP-amp — Phase shift OSC.



هر مدار RC بالا گذر با توجه به فرکانس مدار ۰ تا ۹۰ درجه اختلاف فاز دارد و چون سه مدار RC داریم می تواند از ۰ تا ۲۷۰ درجه اختلاف فاز ایجاد کند، OP-amp نیز چون بصورت معکوس کننده است ۱۸۰ درجه اختلاف فاز ایجاد می کند، پس در حلقه مدار می توان ۳۶۰ درجه اختلاف فاز داشت که باعث ایجاد فیدبک مثبت و نوسان می شود.

- برای محاسبه Aβ و اعمال معیار بارک هاوزن باید حلقه فیدبک را قطع و نسبت $\frac{V_f}{V_i}$ را حساب کنیم.
- از هر نقطه ای که حلقه فیدبک قطع می شود باید مقاومت ورودی محاسبه و این اثر بارگذاری در خروجی اعمال شود.





$$A\beta = \frac{V_f}{V_i} = \frac{V_f}{V_o} \times \frac{V_0}{V_i}$$

$$\frac{V_0}{V_i} = -\frac{R'}{R}$$

$$\begin{cases} V_2 = V_f + \left(\frac{1}{jwc}\right)\left(\frac{V_f}{R}\right) \\ V_1 = V_2 + \left(\frac{1}{jwc}\right)\left(\frac{V_f}{R} + \frac{V_2}{R}\right) \\ V_0 = V_1 + \left(\frac{1}{jwc}\right)\left(\frac{V_f}{R} + \frac{V_2}{R} + \frac{V_1}{R}\right) \end{cases}$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{RC\omega} \qquad \frac{V_f}{V_o} = \frac{1}{1-5\alpha^2 - J\alpha\left(6-\alpha^2\right)} \Rightarrow$$

$$\boxed{A\beta = \frac{V_f}{V_i} = \frac{-\frac{R'}{R}}{1-5\alpha^2 - J\alpha\left(6-\alpha^2\right)}}$$

اعمال معیار بارک هاوزن

$$A\beta = 1 \begin{cases} I_m[A\beta] = 0 \\ R_e[A\beta] = 1 \end{cases}$$

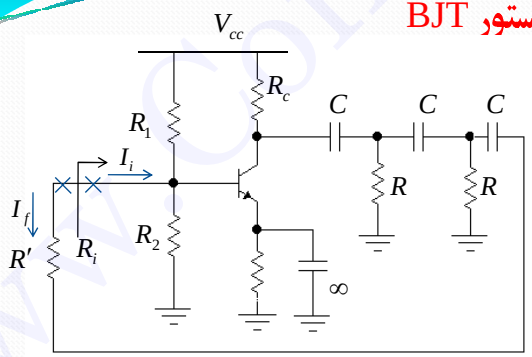
$$I_m(A\beta) = 0 \rightarrow \alpha(6-\alpha^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \rightarrow \omega = \infty \\ \alpha = \sqrt{6} \rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{6}}} \end{cases}$$

فرکانس نوسان

$$R_e(A\beta)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{-\frac{R'}{R}}{1-5\alpha^2}\Bigg|_{\alpha=\sqrt{6}} = \frac{\frac{R'}{R}}{1-5\times 6} \overset{>}{=} 1 \Rightarrow \boxed{\frac{R'}{R} \overset{>}{=} 29}$$

شرط نوسان

اسیلاتور شیفت فاز با ترانزیستور BJT



در نقطه قطع فیدبک می توانیم جریان بدهیم، در این صورت داریم:

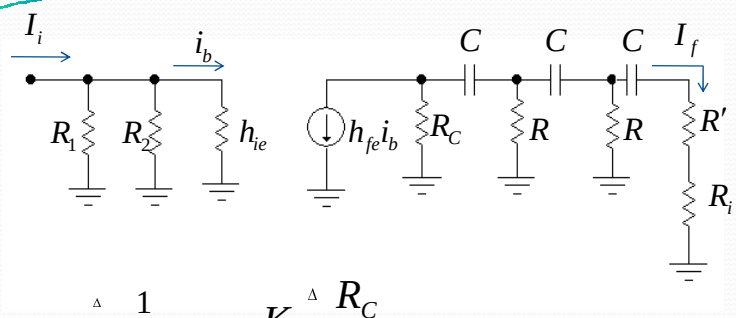
$$A\beta = \frac{I_f}{I_i}$$

$$R_i = R_1 \parallel R_2 \parallel hie$$

$$\Rightarrow R_i \approx hie$$

$$R \equiv R' + R_i$$

چون در نوسان سازهای **RC** فرکانس نوسان پایین است، می توانیم از مدار معادل **H** فرکانس پایین ترانزیستور استفاده کنیم.



$$\alpha \triangleq \frac{1}{RC\omega} \qquad K \triangleq \frac{R_C}{R}$$

$$A\beta = \frac{I_f}{I_i} = \frac{-h_{fe}K}{(1+3K-(5+K)\alpha^2) - j\alpha(6+4K-\alpha^2)}$$

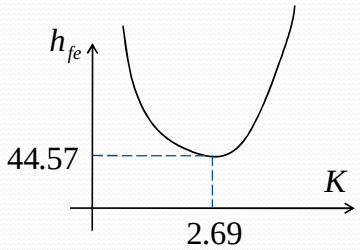
$$I_m(A\beta) = 0 \rightarrow \alpha(6+4K-\alpha^2) = 0 \begin{cases} \alpha = 0 \rightarrow \omega = \infty \text{ غ‌ق‌ق} \\ 6+4K-\alpha^2 = 0 \end{cases}$$

$$\alpha = \sqrt{6+4K} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{6+4K}}}$$ فرکانس نوسان

$$\mathrm{Re}(A\beta)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{-h_{fe}K}{1+3K-(5+K)\alpha^2}\Bigg|_{\alpha=\sqrt{6+4K}} \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{-h_{fe}K}{1+3K-(5+K)(6+4K)} \geq 1 \Rightarrow \boxed{h_{fe} \geq 4K + 23 + \frac{29}{K}}$$ شرط نوسان

منحنی h_{fe} بر حسب **K** در اسلاید بعد رسم شده است.



$$\frac{dh_{fe}}{dk} = 0 \Rightarrow 4 + \frac{-29}{k^2} = 0$$

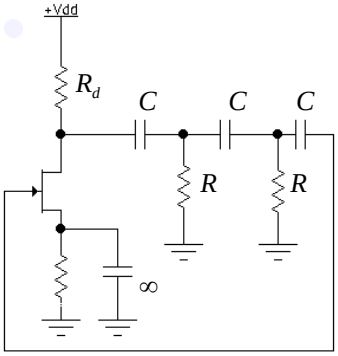
$$\Rightarrow k = \frac{\sqrt{29}}{2} \rightarrow h_{fe} = 44/57$$

ترانزیستوری که انتخاب می کنیم نباید $\mathbf{h_{fe}}$ آن از ۴۴/۵۷ کمتر باشد.

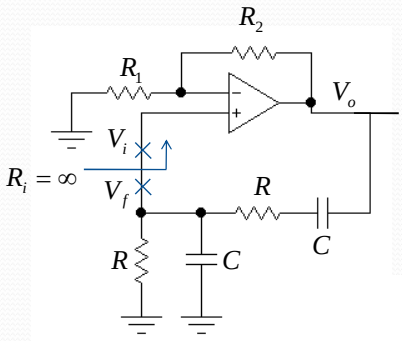
برای $\mathbf{h_{fe}}$های بزرگتر از ۴۴/۵۷ دو جواب برای **K** بدست می آید که باید در شرط نوسان صدق کند.

اسیلاتور شیفت فاز با JFET

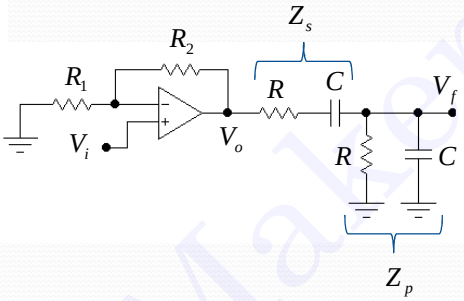
تمرین: فرکانس و شرط نوسان را برای اسیلاتور شکل زیر رسم کنید.



اسیلاتور پل وین (Wien bridge)



سیستم ناپایدار شده و اگر سیستم کنترل دامنه اعمال نشود خروجی اشباع می شود.



$$Z_s = R + \frac{1}{jwc}$$

$$Z_p = \frac{1}{\frac{1}{R} + jwc}$$

$$A\beta = \frac{v_f}{v_i} = \frac{v_f}{v_0} \times \frac{v_0}{v_i}$$

$$\frac{v_0}{v_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad , \quad \frac{v_f}{v_0} = \frac{Z_p}{Z_p + Z_s}$$

$$A\beta = \frac{V_f}{V_i} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{3 + j(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})}$$

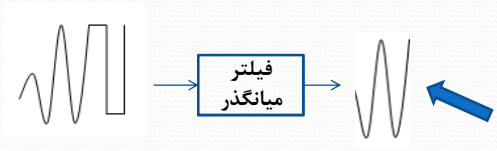
$$I_m(A\beta) = 0 \Rightarrow RC\omega - \frac{1}{RC\omega} = 0 \Rightarrow R^2C^2\omega^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$$ فرکانس نوسان

$$R_e(AB)\Big|_{\omega=\omega_0} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{3} \overset{>}{=} 1 \Rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} \overset{>}{=} 3 \Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_1} \overset{>}{=} 2}$$ شرط نوسان

مکانیزم های کنترل دامنه در اسیلاتور.

مکانیزم کنترل دامنه

$A\beta > 1 \longrightarrow A\beta \Big|_{\text{فرکانس مورد نظر}} = 1$



۱- استفاده از اشباع عنصر فعال:

وقتی خروجی اشباع می شود و موج بریده می شود فرکانس اصلی، دو برابر، ۳ برابر و ... را در بر دارد (سری فوریه) حال با اعمال یک فیلتر در فرکانس اصلی در خروجی سینوسی مطلوب را داریم.

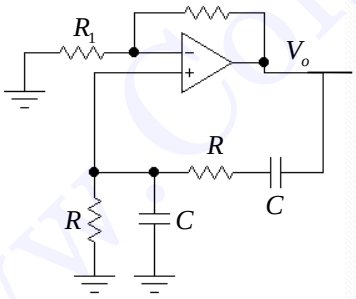
۲- استفاده از عناصر تابع دما:

PTC: با افزایش دما مقدار مقاومت زیاد می شود.
NTC: با افزایش دما مقدار مقاومت کم می شود.

برای مثال در اسیلاتور پل وین با توجه به شرط نوسان کافیست R2 را مقاومت NTC قرار دهیم.

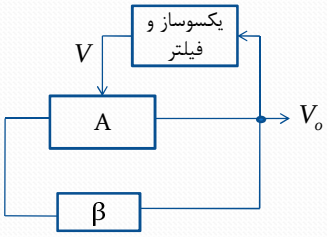
شرط نوسان در اسیلاتور پل وین. $\frac{R_2}{R_1} \overset{>}{=} 2$

$R_2 = NTC$



در لحظات اول چون ولتاژ خروجی ناچیز است و جریان نداریم مقدار مقاومت NTC (R_2) زیاد است با شروع نوسان و افزایش دامنه موج خروجی میزان تلفات در مقاومت زیاد و R_2 کاهش می یابد بطوریکه وقتی $\frac{R_2}{R_1} = 2$ اسیلاتور با دامنه ثابت شروع به نوسان می کند.

۳- کنترل اتوماتیک بهره Automatic gain control (AGC)



بهره تقویت کننده A با تغییر ولتاژ، تغییر می کند.

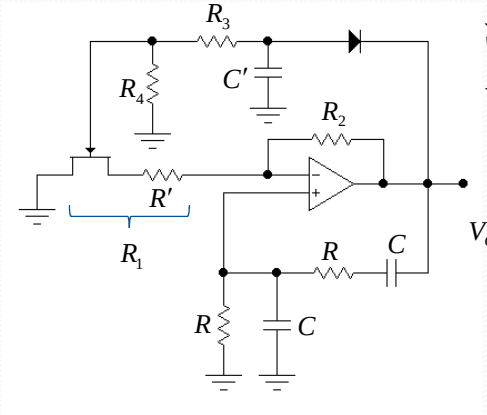
$$A = f(V),\ V \uparrow \Rightarrow A \downarrow$$

$$V_o = 0 \Rightarrow V = 0 \Rightarrow A = A_{max}\ ,\ A\beta > 1 \Rightarrow$$

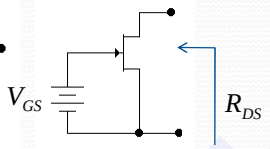
سیستم شروع به نوسان می کند.

$$V_o = cte \Rightarrow V = cte \Rightarrow A\beta = 1 \Rightarrow$$

سیستم با دامنه ثابت شروع به نوسان می کند.



JFET در ناحیه اهمی بایاس می شود. و بعنوان مقاومت متغییر استفاده می شود. با افزایش ولتاژ گیت-سورس مقاومت دو سر JFET افزایش می یابد.



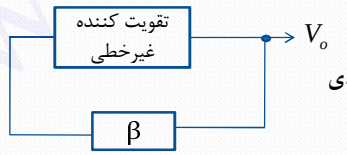
$$R_{DS} = \frac{r_{ON}}{1 - \frac{V_{GS}}{V_P}}$$

$$r_{ON} = R_{DS}\Big|_{V_{GS}=0}$$

باید ثابت زمانی مدار یکسوساز بزرگ باشد.

$$\tau = (R_3 + R_4)C' >> T$$

۴- استفاده از خاصیت غیر خطی عنصر فعال

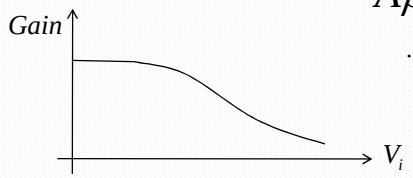


$$A_0\beta > 1 \Rightarrow$$

سیستم شروع به نوسان می کند و با افزایش ولتاژ ورودی بعلت خاصیت غیرخطی ترانزیستور گین کاهش می یابد.

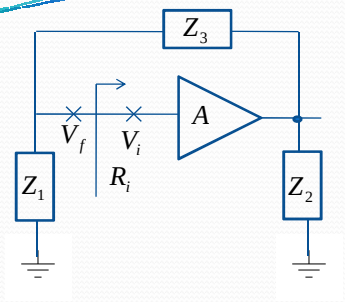
$$A\beta = 1 \Rightarrow$$

سیستم با دامنه ثابت شروع به نوسان می کند.



ترانزیستور BJT تقویت کننده غیرخطی است.

فرم کلی اسیلاتورهای LC



$$Z = jx$$

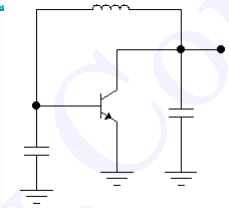
برای سلف: $x = L\omega$

برای خازن: $x = -\dfrac{1}{C\omega}$

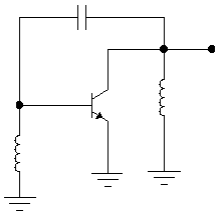
برای داشتن نوسان باید شروط زیر برقرار باشد. (اثبات به عهده دانشجو)

$A < 0 \Rightarrow$ Z_1 و Z_2 هر دو باید سلف و یا خازن باشند.

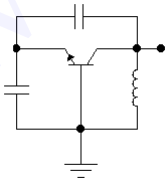
$A > 0 \Rightarrow$ Z_1 سلف و Z_2 خازن و یا بالعکس.

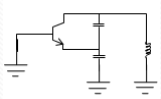


اسیلاتور کولپیتس امیتر مشترک (Colpites)
(کولپیتس یک سلف و دو خازن دارد)

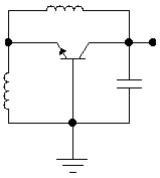


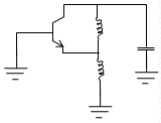
اسیلاتور هارتلی امیتر مشترک (Hartly)
(هارتلی دو سلف و یک خازن دارد)





اسیلاتور کولپیتس بیس مشترک (Colpites)

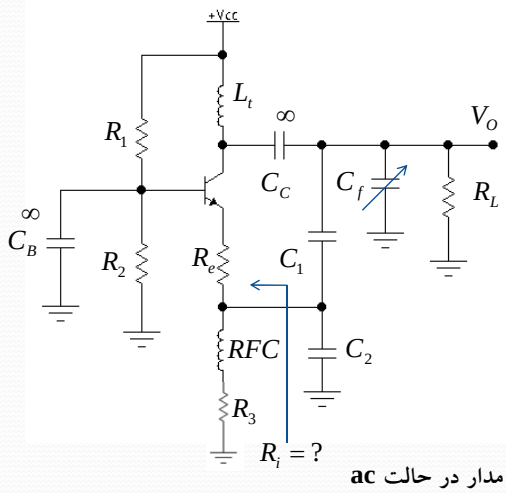




اسیلاتور هارتلی بیس مشترک (Hartly)

پهنای باند بیس مشترک بیشتر است.

اسیلاتور کولپیتس بیس مشترک (بار بزرگ)



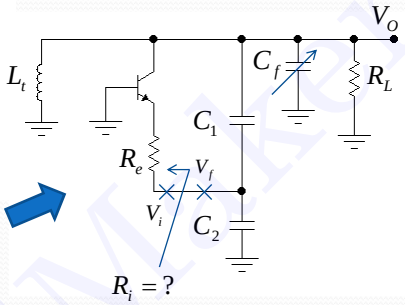
Radio Frequecny Choke :**RFC**

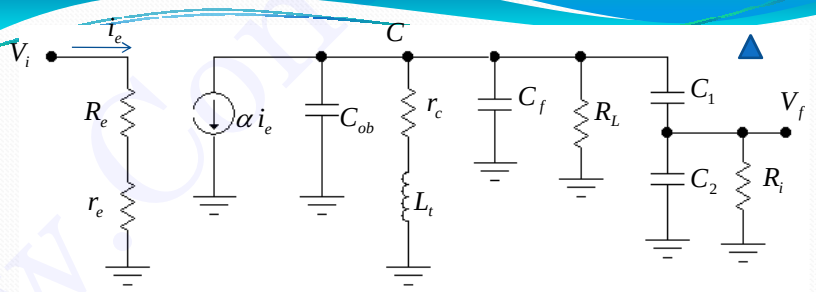
سلفی که در فرکانس کاری مدار باز است.

:$\mathbf{C_f}$

خازن تنظیم فرکانس.

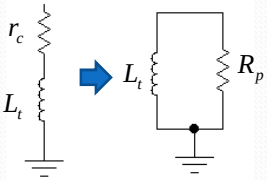
مدار در حالت **ac**





ترانزیستور در آرایش بیس مشترک است و خازن بین بیس و کلکتور را $\mathbf{C_{ob}}$ می نامیم.

سلف واقعی است و دارای مقاومت سری که به فرم موازی در می آوریم:



معیار بارک هاوزن را اعمال می کنیم.

$$R_i = R_e + \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$$

$$R_t = R_L \parallel R_P$$

$$I_m(A\beta) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_0^2 = \underbrace{\frac{1}{L_t(C_{ob} + C_f + \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2})}}_{\text{ناشی از مدار تانک}} + \underbrace{\frac{1}{R_t R_i (c_1 + c_2)[C_f + C_{ob} + \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}]}}_{\text{ناشی از بار و ترانزیستور}}$$

اگر مقاومت بار تغییر کند فرکانس تغییر می کند، بنابراین مقادیر را باید طوری طراحی کرد که جمله ناشی از بار خیلی کوچکتر از جمله جمله ناشی از مدار تانک گردد.

$$R_t R_i (C_1 + C_2) >> L_t$$

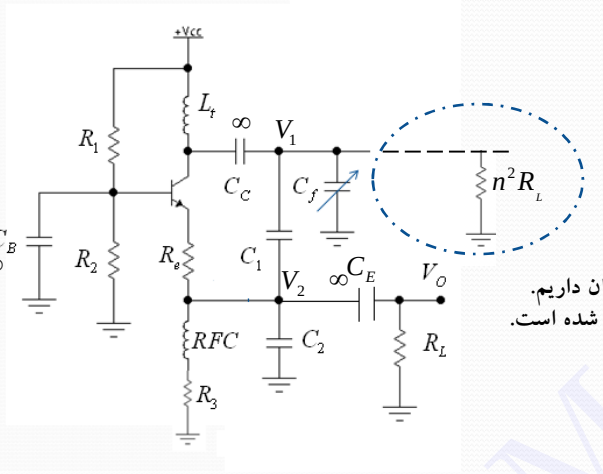
$$R_e(A\beta)\Big|_{\omega = \omega_0} \geq 1 \overset{\text{شرط نوسان}}{\Rightarrow} \alpha > 1 + \frac{C_f + C_{ob}}{C_1} + \frac{R_i}{R_t}(1 + \frac{c_2}{c_1}) - \frac{1}{\omega_0^2 L_t C_1}$$

$$if \quad R_t R_i (C_1 + C_2) >> L_t \Rightarrow \alpha > \frac{1}{1 + \frac{c_2}{c_1}} + \frac{R_i}{R_t}(1 + \frac{c_2}{c_1})$$

اگر مقاومت بار را کوچک قرار دهیم R_t کوچک شده و α بزرگ بدست می آید، در نتیجه مقاومت بار باید بزرگ باشد.

اسیلاتور کولپیتس بیس مشترک (بار کوچک)

جای مقاومت بار را تغییر داده آنرا به سر وسط دو خازن C_1 و C_2 وصل می کنیم.



$$\frac{V_2}{V_1} = n$$

مزیت: با مقاومت بار کم نوسان داریم.
عیب: دامنه ولتاژ خروجی کم شده است.

بهترین نقطه کار

بهترین نقطه کار در بیس مشترک

با توجه به مدار

$$\begin{cases} I_{CQ} = \dfrac{V_{CC} - V_{CB}(sat)}{R_{ac} + R_{dc}} \\ V_{CBQ} = R_{ac} I_{CQ} + V_{CB}(sat) \end{cases} \quad , \quad R_{ac} = R_P \parallel R_L \parallel n^2 R_i \ , \ R_{dc} = R_3 + R_e$$

ماکزیمم توان انتقالی

مقاومت خروجی دیده شده از دو سر بار = مقاومت بار مصرف کننده $\Leftarrow R_L = R_O$

$$R_L = R_O = R_P \parallel n^2 R_i \Rightarrow R_{ac} = \frac{R_L}{2}$$

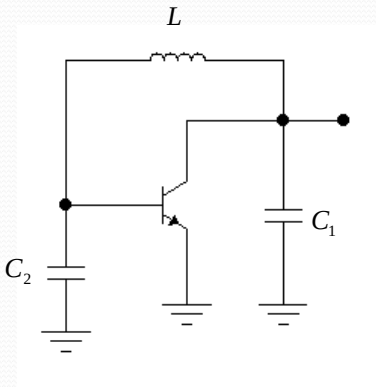
$$P_{L\max} = \frac{V_{\max}^{\ 2}}{2R_L} = \frac{(R_{ac} I_{CQ}^{\ 2})}{2R_L}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{L\max} = \frac{R_L I_{CQ}^{\ 2}}{8}}$$

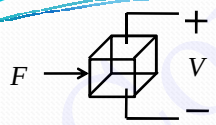
تمرین:

فرکانس و شرط نوسان را برای اسیلاتور کولپیتس امیتر مشترک مدار شکل زیر بدست آورید.

(مدار در حالت ac رسم شده است)

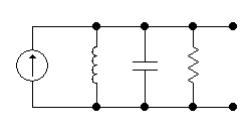


اسیلاتورهای کریستالی



از مواد پیزو الکتریک استفاده می شود.
اگر از یک طرف نیرو وارد کنیم، ولتاژ تولید می شود.

$$\begin{cases} F = F_m \sin \omega t \\ V = V_m \sin \omega t \end{cases} , \quad \begin{cases} F = cte. \\ V = V_{DC} \end{cases}$$



کریستال شبیه یک مدار **RLC** است و با تغییر فرکانس موج ورودی دامنه خروجی تغییر می کند. اما دارای چندین فرکانس تشدید است.

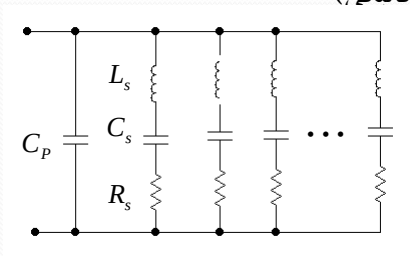
فرکانسهای تشدید کریستال: فرکانسهایی هستند که به ازای آن بیشترین دامنه در خروجی ظاهر می شود.

فرکانس اصلی کریستال (Fundamental): کمترین فرکانس تشدید کریستال.

سایر فرکانس های تشدید کریستال را **Overtone** گویند.

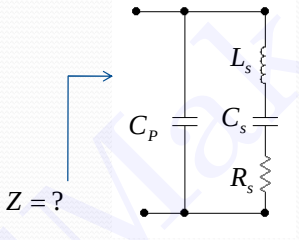
نماد الکتریکی کریستال

مدار معادل کریستال (معادلات الکترومکانیکی)



فرض می کنیم سایر فرکانس های تشدید کریستال از فرکانس اصلی آن خیلی بزرگترند یعنی از اثر بقیه شاخه ها صرفنظر می شود.

مقدار مقاومت شاخه سری خیلی کمتر از اندوکتانس سلف است.



$$Z(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C_p}[j\omega L_S + \frac{1}{j\omega C_S} + R_S]}{\frac{1}{j\omega C_p} + j\omega L_S + \frac{1}{j\omega C_S} + R_S} \xrightarrow{R_S << \omega L_S}$$

$$\boxed{Z(j\omega) \cong \frac{-j}{\omega C_p} \times \frac{\omega^2 - \omega_S^{\ 2}}{\omega^2 - \omega_P^{\ 2}}}, \quad \omega_S^{\ 2} = \frac{1}{L_s C_S}, \quad \omega_P^{\ 2} = \frac{1}{L_s C_S}[1 + \frac{C_S}{C_p}]$$

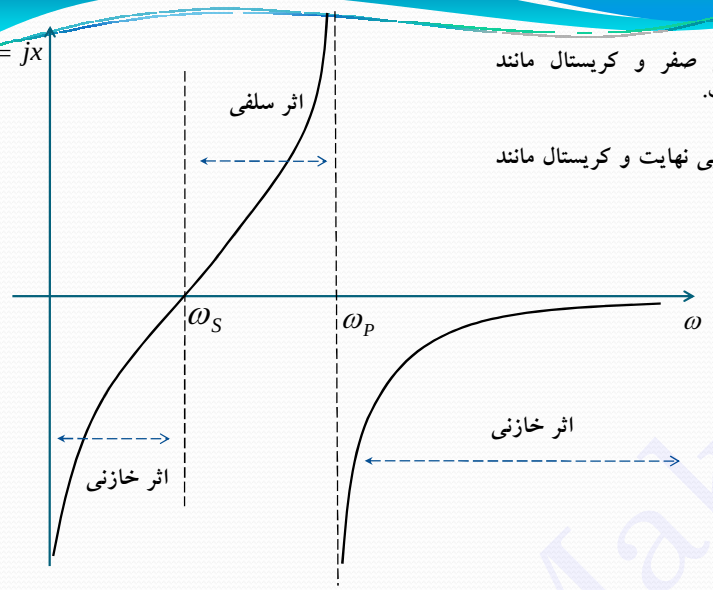
امپدانس دیده شده از دو سر کریستال موهومی خالص است.

ω_S: فرکانس سری

ω_P: فرکانس موازی

در ω_S امپدانس صفر و کریستال مانند اتصال کوتاه است.

در ω_P امپدانس بی نهایت و کریستال مانند مدار باز است.



پایداری فرکانس در اسیلاتور

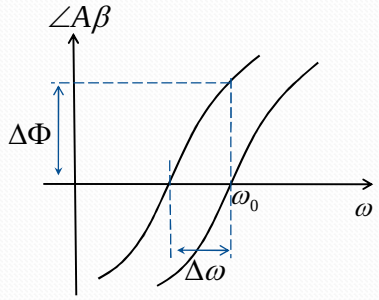
اگر عنصری در مدار تغییر کرد فرکانس اسیلاتور نباید خیلی تغییر کند، می خواهیم فرکانس مدارات اسیلاتور کمترین تغییر فرکانسی را داشته باشند.

$A\beta \geqq 1 \Rightarrow$ شرط نوسان

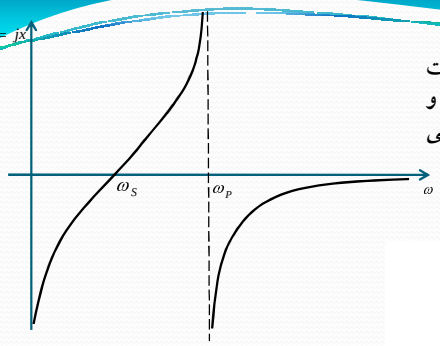
$$\begin{cases} \angle A\beta = 0 \quad or \quad \mathrm{Im}(A\beta) = 0 \\ |A\beta| \geqq 1 \end{cases}$$

$$\left.\frac{d\angle A\beta}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\omega} \Rightarrow$$

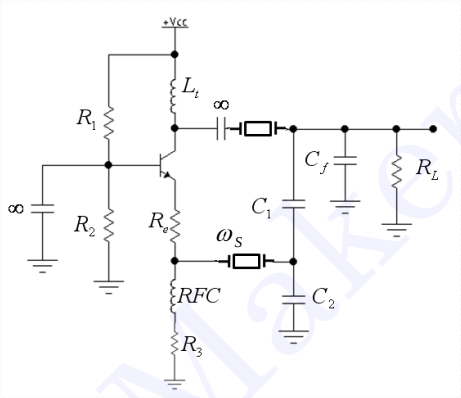
$$\boxed{\downarrow \Delta\omega = \frac{\Delta\Phi}{\left.\frac{d\angle A\beta}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0}} \uparrow}$$



هر چه شیب منحنی زاویه در محل فرکانس ω_0 بیشتر باشد، اسیلاتور پایدارتر است.



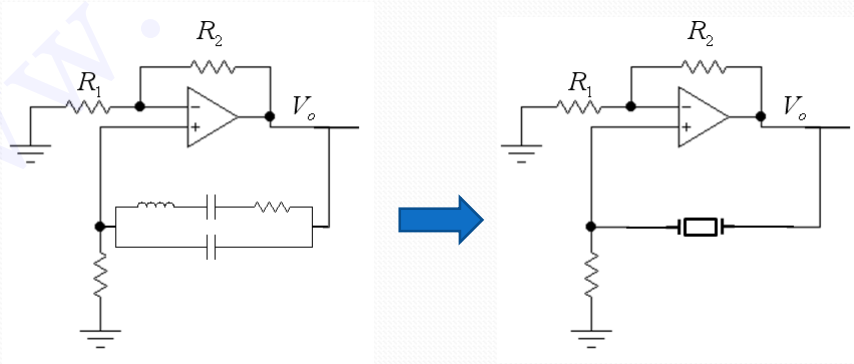
شیب در دو نقطه ω_S و ω_P بی نهایت است (چون تغییر از خاصیت سلفی به خازنی و برعکس داری) بنابراین اسیلاتورهای کریستالی دارای پایداری فرکانسی بسیار خوبی هستند.



در مدار مقابل برای پایداری از کریستال استفاده شده است.

اگر در حلقه فیدبک از کریستا استفاده شود باید فرکانس ω_Sاستفاده شود؟

چون خود کریستال خاصیت **RLC** دارد می توان از کریستال بجای سلف و خازن استفاده کرد.



الکترونیک ۳

فصل پنجم

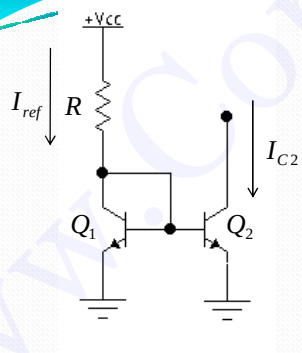
تقویت کننده های عملیاتی

استاد ~خالصی

منابع جریان

آینه جریان ساده:

ترانزیستورها مشابه هستند.

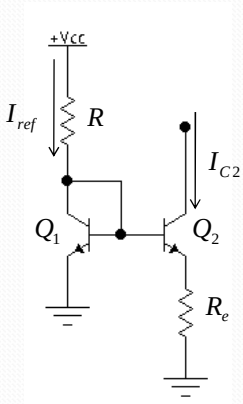


$$I_{C2} = I_O = \frac{\beta}{1+\beta} \times I_{ref}$$

$$if \;\; \beta >> 1 \Rightarrow I_O \cong I_{ref}$$

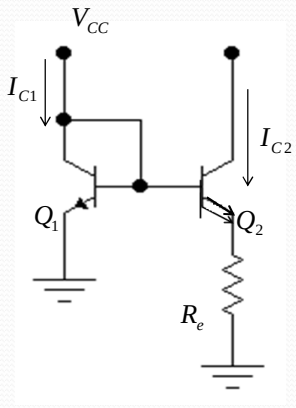
$$I_{ref} = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R}$$

منبع جریان ویدلار:



$$\eta V_T Ln \frac{I_{ref}}{I_{C2}} = R_e I_{C2}$$

منابع جریان مستقل از منبع تغذیه



منابع جریان وابسته به V_T

ترانزیستور Q_2:

سطح اتصال پیوند **BE** آن دو برابر ترانزیستور **Q_1** است.
در نتیجه جریان اشباع معکوس آن نیز ۲ برابر می شود.

$$\Rightarrow I_{02} = 2I_{01}$$

$$KVL: V_{BE1} = V_{BE2} + R_e I_{C2} \Rightarrow$$

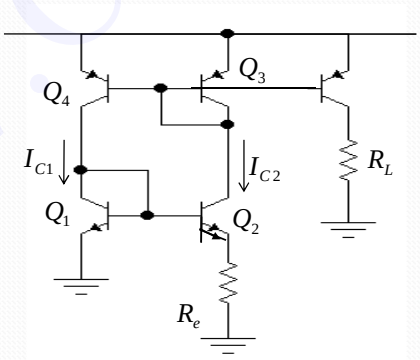
$$\eta V_T Ln\frac{I_{C1}}{I_{01}} = \eta V_T Ln\frac{I_{C2}}{I_{01}} + R_e I_{C2}$$

$$\Rightarrow \eta V_T Ln\frac{2I_{C1}}{I_{C2}} = R_e I_{C2} \quad , if\ I_{C1} = I_{C2} \Rightarrow \boxed{I_{C2} = \frac{\eta V_T Ln2}{R_e}}$$

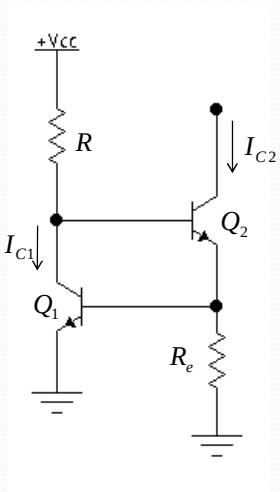
مستقل از **V_{CC}**

کافیست از یک آینه جریان استفاده کنیم تا شرط **I_{C1}=I_{C2}** برقرار باشد.

پس مدار بصورت شکل زیر در می آید.

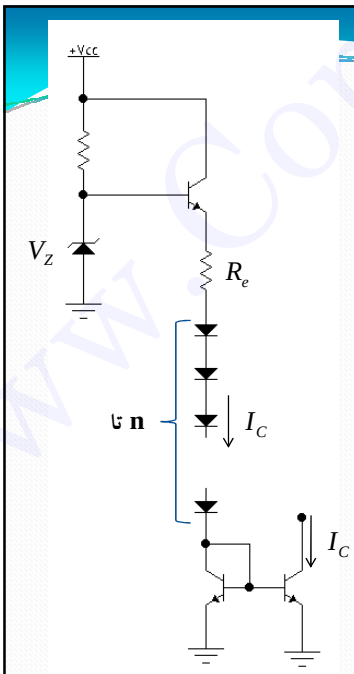


منابع جریان وابسته به V_{BE}



$$I_B \approx 0 \Rightarrow \quad I_{C2} = \frac{V_{BE}}{R_e}$$

منابع جریان وابسته به V_Z



$$V_D = V_{BE}$$

$$V_Z = V_{BE} + R_e I_C + nV_D + V_{BE}$$

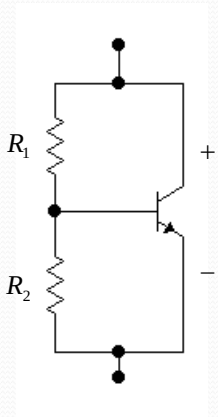
$$\Rightarrow V_Z = (n+2)V_{BE} + R_e I_C$$

$$\Rightarrow I_C = \frac{V_Z - (n+2)V_{BE}}{R_e}$$

n را طوری تعیین کنید که جریان $\mathbf{I_C}$ مستقل از دما باشد.

V_{BE} به ازای هر درجه افزایش دما ۲ میلی ولت کاهش می یابد.
جریان اشباع معکوس به ازای هر ۱۰ درجه افزایش دما دو برابر می شود.

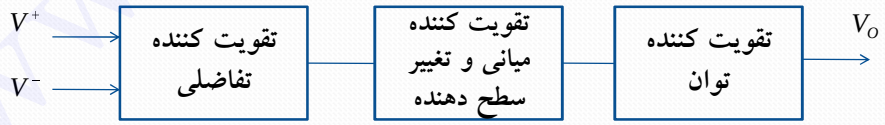
$$\frac{\partial V_Z}{\partial T} = (n+2)\frac{\partial V_{BE}}{\partial T} + \cancelto{0}{\frac{\partial R_e}{\partial T}} I_C + R_e \cancelto{0}{\frac{\partial I_C}{\partial T}}$$

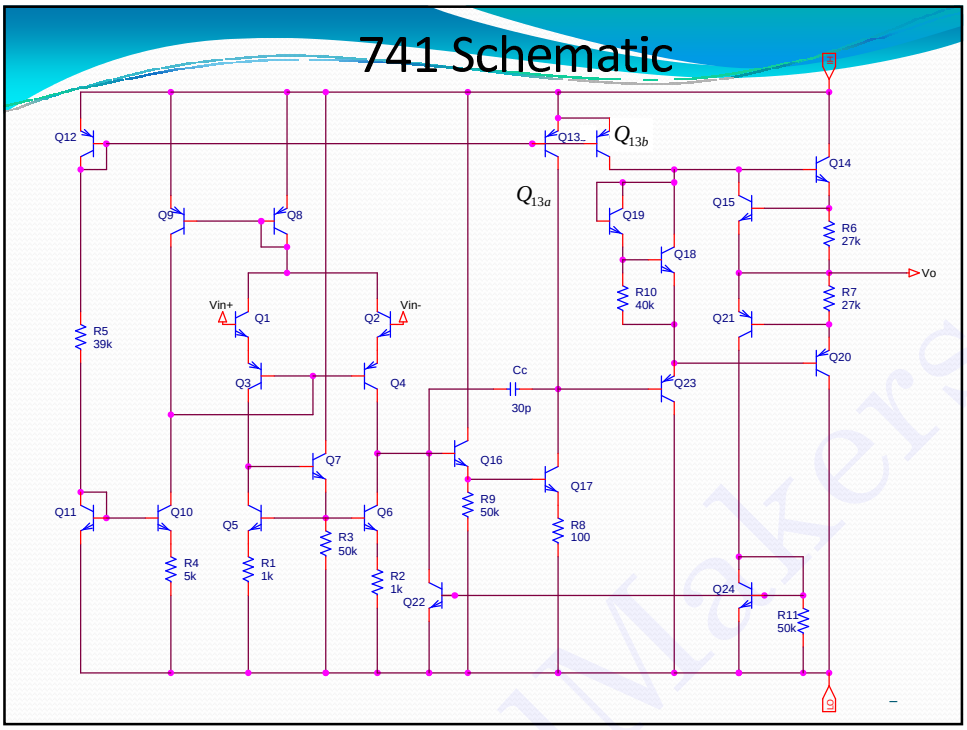


$$(1+\frac{R_1}{R_2})V_{BE}$$

مدار چند برابر کننده V_{BE}

تقویت کننده های عملیاتی




741 Schematic
Q12
Q9
Q8
Q13a
Q13b
Q14
Q19
Q15
Q18
R6
27k
Vo
R10
40k
R7
27k
Vin+
Q1
Q2
Vin-
R5
39k
Q21
Q20
Q3
Q4
Cc
30p
Q23
Q7
Q16
Q17
Q11
Q10
Q5
Q6
R9
50k
R8
100
R3
50k
R4
5k
R1
1k
R2
1k
Q22
Q24
R11
50k