مؤسسهٔ انتشارات علمی
دانشگاه صنعتی شریف

دانشگاه صنعتی
نوشیروانی بابل

رهیافت حل مسئله در تکنیک پالس

تألیف حسین میارنعیمی
چاپ اول: ۱۳۸۹
شمارگان: ۱۰۰۰
بها: ۴۵۰۰۰ ریال

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۲۰۸-۰۲۶-۷ ISBN 978-964-208-026-7
این کتاب در مؤسسه انتشارات علمی ویرایش و آماده‌سازی نشده است.

دفتر مرکزی: خیابان آزادی ـ دانشگاه صنعتی شریف تلفن: ۶۶۰۱۳۱۲۹-۶۶۱۶۴۰۷۰-۶۶۱۶۴۰۷۲
دفتر فروش: میدان انقلاب ـ خیابان شهید منیری‌جاوید (اردیبهشت)ـ ساختمان۲۵۳ ـ طبقه چهارم ـ واحد ۴۰۲
تلفن: ۶۶۴۰۵۱۳۲ ـ ۶۶۹۶۷۸۹۶ پست الکترونیکی: publication@mehr.sharif.edu

سرشناسه: میارنعیمی، حسین، ۱۳۵۱.
عنوان و نام پدیدآور: رهیافت حل مسئله در تکنیک پالس / حسین میارنعیمی.
مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی شریف، مؤسسهٔ انتشارات علمی، ۱۳۸۹.
مشخصات ظاهری: ۲۲۸ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک: ISBN 978-964-208-026-7
وضعیت فهرست: فیپا.
موضوع: تکنیک پالس.
موضوع: تکنیک پالس - مسائل، تمرین‌ها و غیره.
رده‌بندی کنگره: TK ۷۸۸۸/ب۲م۹ ۱۳۸۹
رده‌بندی دیویی: ۶۲۱/۳۸۱۵۳۴
شمارهٔ کتابخانهٔ ملی ایران: ۱۸۹۹۰۵۹

بسم الله الرحمن الرحیم

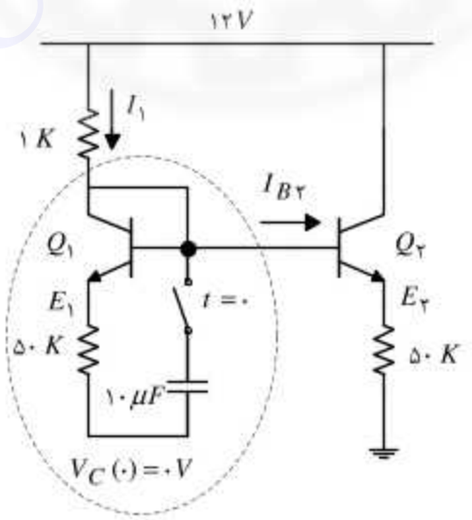
فهرست مطالب

۱

مدارهای مرتبهٔ اول

۱. در مدار شکل زیر کلید نشان داده شده در زمان $t = ۰$ وصل می‌شود، ولتاژ امیترها و ولتاژ دو سر خازن را برای زمان‌های $t \geq ۰$ محاسبه کنید.

$$V_{BE} = V_{\sigma} = V\gamma = ۰/۷\ \text{V}$$
$$V_{CS} = ۰/۱\ \text{V} \qquad \beta = \infty$$

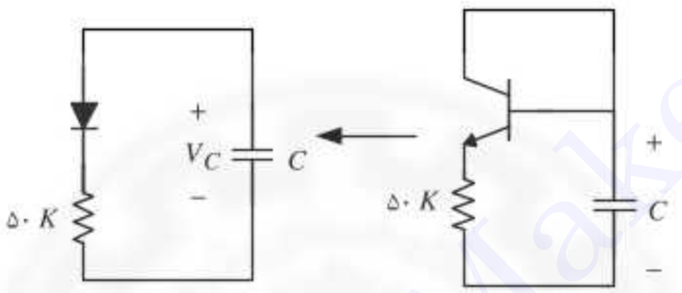


حل. با توجه به مدار به‌راحتی می‌توان دید که $Q_۱$ و $Q_۲$ هرگز اشباع نخواهند بود چون کلکتور $Q_۲$ مستقیماً به V_{CC} وصل است وکلکتور و بیس $Q_۱$ به هم وصل است و به‌صورت

اتصال دیودی است. چون $\beta=\infty$ پس داریم $i_{B1}=i_{B2}=0$. با در نظر گرفتن ابر گره‌ای که در شکل به‌صورت خط‌چین نشان داده شده است داریم:

$$i_1+i_{B2}=0\Rightarrow i_1=0\Rightarrow V_B=12\ \text{V}$$
$$\Rightarrow V_{E2}=12-0.7=11.3\ \text{V}\Rightarrow V_{E2}=11.3\ \text{V}$$

حال با توجه به صفر بودن i_{B2} و i_1 برای ترانزیستور Q_1 مدار زیر را خواهیم داشت:

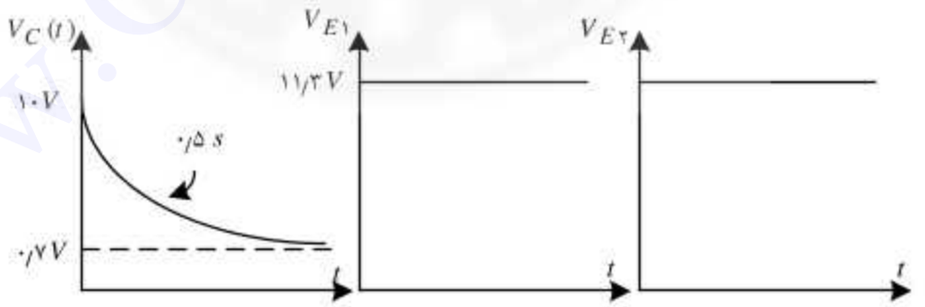


در اینجا خازن C از طریق دیود و مقاومت ۵۰ K تخلیه می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

$$V_C(0)=10\ \text{V}\qquad V_C(\infty)=0.7\ \text{V}\qquad \tau=10\mu\text{F}\times 50\text{K}=0.5\ \text{s}$$

$$V_C(t)=V_C(\infty)+(V_C(0)-V_C(\infty))\,e^{-t/\tau}=0.7+9.3e^{-t/0.5}$$

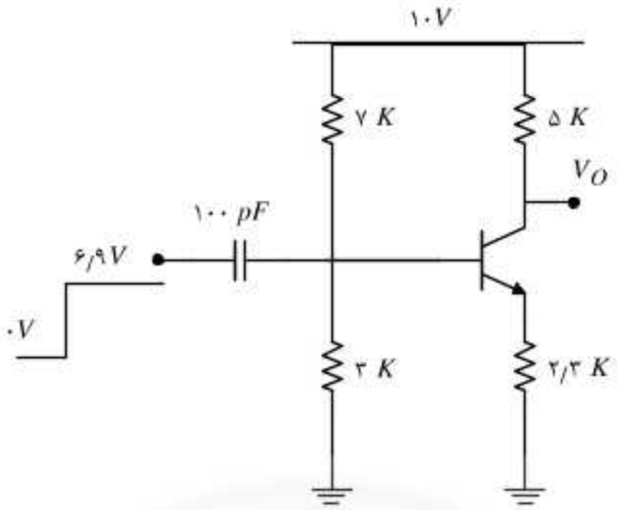
چون $V_B=12\ \text{V}$ ثابت است پس $V_{E1}=11.3\ \text{V}$



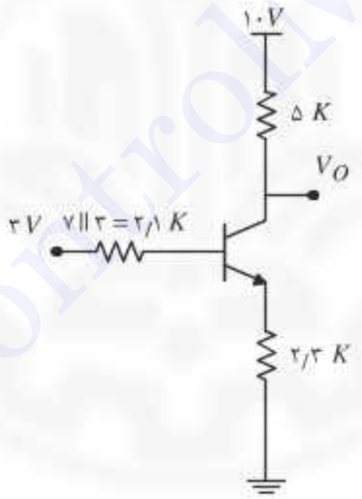
---

۲. در مدار شکل زیر یک پله به ارتفاع ۱/۹ V ولت به ورودی مدار اعمال می‌شود، $V_O(t)$ را برای $t\geq 0$ محاسبه و رسم کنید. تأخیر ترانزیستور صفر است.

$$V_{BE}=V_\sigma=V_\gamma=0.7\ \text{V}\qquad \beta=10$$
$$C_c=C_e=0\qquad V_{CS}=0$$



حل. ابتدا نقطهٔ کار ترانزیستور را برای $t<۰$ محاسبه می‌کنیم. چون $\beta=۱۰$ است نمی‌توان از جریان بیس صرف‌نظر کرد. در بیس مدار معادل تونن قرار می‌دهیم و شکل زیر به‌دست می‌آید.



$$۳-۲٫۱i_B-۰٫۷-۲٫۳i_E=۰$$
$$i_E=۱۱\,i_B\Rightarrow i_B=۰٫۰۸۳۹\text{mA}$$
$$\Rightarrow i_C=۰٫۸۳۹\text{mA}\Rightarrow i_E=۰٫۹۲۲۹\text{mA}$$
$$V_O(۰^-)=۱۰-۵\times i_C=۱۰-۵\times ۰٫۸۳۹\Rightarrow V_O(۰^-)=۵٫۸\text{ V}$$
$$V_B=۳-۲٫۱\times I_B=۳-۲٫۱\times ۰٫۰۸۹۳\Rightarrow V_B(۰^-)=۲٫۸۲\text{ V}$$

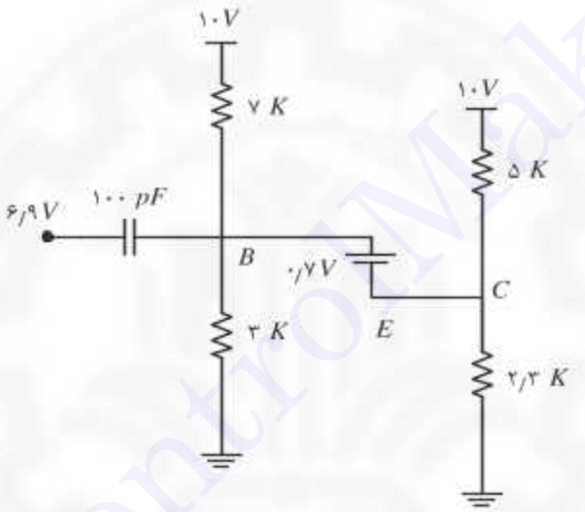
وقتی پلهٔ ۶٫۹ V اعمال می‌شود ولتاژ بیس به اندازهٔ ۶٫۹ V جهش می‌کند یعنی:

$$V_B(۰^+)=V_B(۰^-)+۶٫۹\text{ V}\Rightarrow V_B(۰^+)=۶٫۹+۲٫۸۲\Rightarrow V_B(۰^+)=۹٫۷۲\text{ V}$$

حال جریان ترانزیستور را در $t=۰^+$ محاسبه می‌کنیم، با توجه به مقدار بالای $V_B(۰^+)$ ترانزیستور اشباع می‌شود. البته شما می‌توانید ترانزیستور را خطی در نظر بگیرید و حل کنید و به $V_{CE}<۰\ \text{V}$ برسید. با فرض اشباع بودن ترانزیستور خواهیم داشت:

$$V_B(۰^+)=۹/۷۲\ \text{V} \Rightarrow V_E(۰^+)=۹/۷۲-۰/۷=۹/۰۲\ \text{V}$$
$$\Rightarrow V_C(۰^+)=V_E(۰^+)+V_{CS}=V_E(۰^+) \Rightarrow V_C(۰^+)=۹/۰۲\ \text{V}$$

از زمان $t=۰^+$ به بعد ولتاژ گرهٔ بیس به‌صورت یک مدار مرتبهٔ اول کاهش می‌یابد برای محاسبه این روند شکل زیر را خواهیم داشت:



برای نوشتن ضابطهٔ $V_B(t)$ باید $V_B(۰^+)$ و $V_B(\infty)$ و $\tau_۱$ را داشته باشیم. مدار بالا یک مدار مرتبهٔ اول است و منابع درون آن همگی DC هستند، پس داریم:

$$\tau_۱=۱۰۰\ \text{pF}\times(۷\text{K}\parallel ۳\text{K}\parallel ۲/۳\text{K}\parallel ۵\text{K})=۱۰۰\ \text{pF}\times ۰/۹۰\text{K}=۹۰\ \text{ns}$$

در حقیقت از دو سر خازن، مقاومت معادل را حساب کردیم (با حذف منابع).

برای محاسبهٔ $V_B(t)$ خازن را مدار باز فرض می‌کنیم و با استفاده از جمع آثار می‌نویسیم:

$$V_B(\infty)=۱۰\times\frac{۳\parallel ۲/۳}{۳\parallel ۲/۳+۷\parallel ۵}+۰/۷\times\frac{۳\parallel ۷}{۳\parallel ۷+۵\parallel ۲/۳}=۳/۴۹\ \text{V}$$

حال ضابطهٔ $V_B(t)$ را می‌نویسیم:

$$V_B(t)=V_B(\infty)+[V_B(۰)-V_B(\infty)]\,e^{-t/\tau} \Rightarrow$$
$$V_B(t)=۳/۴۹+[۹/۷۲-۳/۴۹]\,e^{-t/\tau_۱} \Rightarrow V_B(t)=۳/۴۹+۶/۲۳e^{-t/\tau_۱}$$

V_B کاهش می‌یابد و ترانزیستور به سمت فعال‌شدن می‌رود. از روی V_B، $V_C(t)$، و $V_E(t)$ را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$V_E(t)=V_B(t)-۰/۷=۲/۷۹+۶/۲۳e^{-t/\tau_۱}=V_O(t) \qquad V_{CS}=۰$$

این ضابطه‌ها تا زمانی برقرار است که ترانزیستور در ناحیه اشباع باشد. حال زمان خطی‌شدن ترانزیستور را محاسبه می‌کنیم، برای این منظور i_C و i_E را محاسبه کرده و قرار می‌دهیم:

$$i_E=\frac{۱۱}{۱۲}i_C$$

$$i_E(t)=\frac{V_E(t)}{۲/۳\text{K}}$$

$$i_C(t)=\frac{۱۰-V_C(t)}{۵\text{K}}=\frac{۱۰-V_E(t)}{۵\text{K}}$$

$$i_E=\frac{۱۱}{۱۲}i_C$$

$$\frac{V_E(t)}{۲/۳}=\frac{۱۱}{۱۰}\,\frac{۱۰-V_E(t)}{۵}\Rightarrow V_E(t)=۳/۳۵۹\approx ۳/۳۶\ \text{V}$$

$$V_E(t)=۲/۷۹+۶/۲۳e^{-t/\tau_۱}=۳/۳۶\ \text{V}$$

$$\Rightarrow t=\tau_۱\ln\frac{۶/۲۳}{۰/۵۷}\Rightarrow t=۲۱۵/۲\ \text{ns}$$

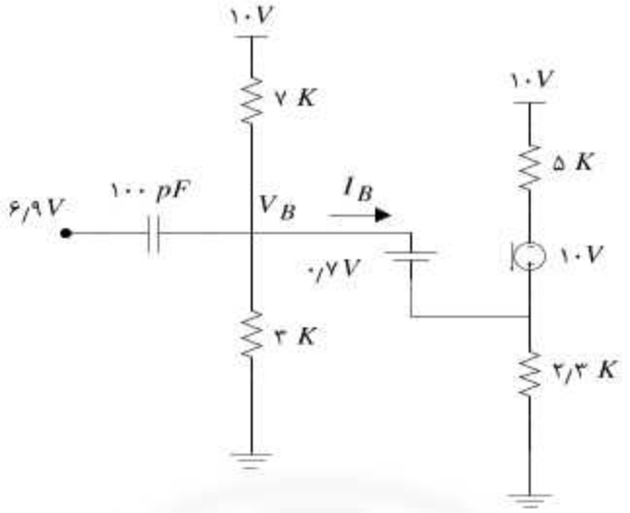
از زمان $t_۱=۲۱۵/۲\ \text{ns}$ به بعد ترانزیستور خطی می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$V_O(t)=V_C(t)=V_E(t)=۲/۷۹+۶/۲۳e^{-t/\tau_۱} \qquad ۰\le t\le ۲۱۵/۲\ \text{ns}$$

برای محاسبهٔ ولتاژهای مدار برای $t_۱\ge ۲۱۵/۲\ \text{ns}$ از V_B استفاده می‌کنیم:

$$V_B(۲۱۵/۲^{ns})=V_E(۲۱۵/۲^{ns})+۰/۷=۳/۳۶+۰/۷\Rightarrow V_B(۲۱۵/۲^{ns})=۴/۰۶\ \text{V}$$

حال وقتی ترانزیستور فعال است مدار معادل زیر را خواهیم داشت:



اگر منابع نابسته را حذف کنیم، برای مقاومت معادل از دو سر خازن داریم:

$$\text{مقاومت معادل از دو سر خازن} = ۳ \| ۷ \| (\beta+۱)۲/۳\text{K} = ۳ \| ۷ \| ۲۵/۳$$

به یاد داشته باشید در اینجا مدار دوباره مرتبهٔ اول است پس:

$$\tau_۲ = ۱۰\text{pF} \times ۱/۹۳۹ \Rightarrow \tau_۲ = ۱۹۴\ \text{ns}$$

چون ترانزیستور خطی است به سمت حالت پایدار خود پیش خواهد رفت یعنی:

$$V_B(\infty) = V_B(۰^-) = ۲/۸۲\ \text{V}$$

$$V_B(t) = V_B(\infty) + [V_B(۲۱۵/۲) - V_B(\infty)]\, e^{\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}$$

$$= ۲/۸۲ + ۱/۲۴ e^{\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}} \qquad t \geq ۲۱۵/۲\ \text{ns}$$

$$\Rightarrow V_E(t) = V_B(t) - ۰/۷ = ۲/۱۲ + ۱/۲۴\, e^{\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}} \qquad t \geq ۲۱۵/۲\ \text{ns}$$

$$i_E(t)=\frac{V_E(t)}{۲/۳}\Rightarrow i_C(t)=\frac{۱۰}{۱۱}i_E(t)$$

$$V_O(t)=V_C(t)=V_{CC}-R_C i_C(t)$$

$$V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}i_E(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{V_E(t)}{۲/۳}$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}}{۲/۳}$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}}{۲/۳}$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۱/۹۷۶۲\left(۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}\right)$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۵/۸-۲/۴۵e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}$$

$$i_E(t)=\frac{V_E(t)}{۲/۳}\Rightarrow i_C(t)=\frac{۱۰}{۱۱}i_E(t)$$

$$V_O(t)=V_C(t)=V_{CC}-R_C i_C(t)$$

$$V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}i_E(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{V_E(t)}{۲/۳}$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}}{۲/۳}$$

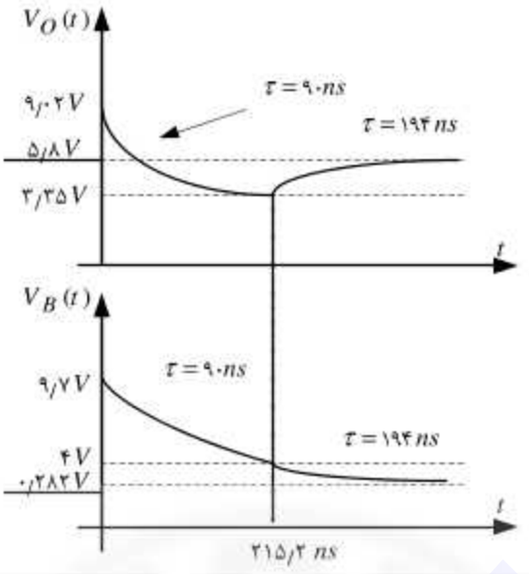
$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۵\times\frac{۱۰}{۱۱}\times\frac{۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}}{۲/۳}$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۱۰-۱/۹۷۶۲(۲/۱۲+۱/۲۴e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}})$$

$$\Rightarrow V_O(t)=۵/۸-۲/۴۵e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{\tau_۲}}$$

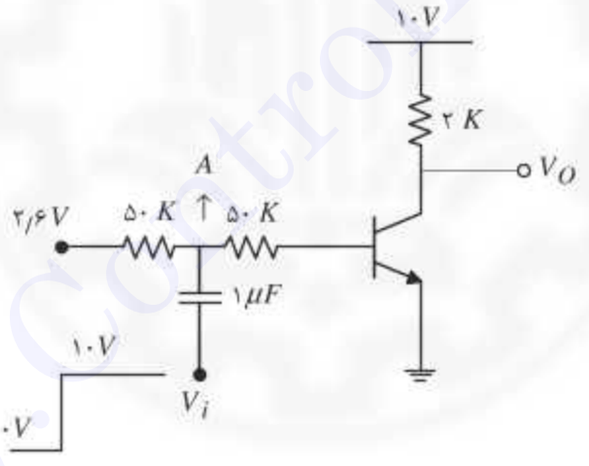
پس به‌طور خلاصه داریم:

$$V_O(t)=\begin{cases}۵/۸ & t<۰\\ ۲/۷۹+۶/۲۳e^{-t/۹۰^{ns}} & ۰\le t\le ۲۱۵/۲\ \text{ns}\\ ۵/۸-۲/۴۵\,e^{-\frac{t-۲۱۵/۲}{۱۹۴^{ns}}} & t\ge ۲۱۵/۲\ \text{ns}\end{cases}$$



۳. در مدار شکل زیر $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE} = ۰٫۶\ \text{V} \quad , \quad \beta = ۱۰۰ \quad , V_{CS} = ۰$$



حل. مدار را در $t = ۰^-$ تحلیل می‌کنیم. مدار در این زمان در حالت پایدار به سر می‌برد پس خازن مدار باز است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$i_B\left(۰^-\right) = \frac{۲٫۶ - ۰٫۶}{۵۰ + ۵۰} = ۰٫۰۲\,\text{mA}$$

$$i_C\left(۰^-\right) = \beta i_B\left(۰^-\right) = ۲\,\text{mA}$$

$$V_O\left(۰^-\right) = ۱۰ - ۲i_C\left(۰^-\right) = ۱۰ - ۲ \times ۲ = ۴\ \text{V}$$

$$V_A\left(۰^-\right) = ۵۰\, I_B + ۰٫۶ = ۵۰ \times ۰٫۰۲\ \text{mA} + ۰٫۶ = ۱٫۶\ \text{V}$$

حال وقتی V_i در $t=۰$ به اندازهٔ ۱۰V جهش می‌کند. چون حلقهٔ خازنی نداریم ولتاژ خازن جهش نمی‌کند بنابراین V_A نیز به اندازهٔ ۱۰V جهش می‌کند. پس می‌توان نوشت:

$$V_A\left(۰^+\right)=V_A\left(۰^-\right)+۱۰\ \text{V}=۱۱/۶\ \text{V}$$

$$i_B\left(۰^+\right)=\frac{V_A\left(۰^+\right)-۰/۶}{۵۰}=\frac{۱۱/۶-۰/۶}{۵۰}=\frac{۱۱}{۵۰}=۰/۲۲\ \text{mA}$$

$$I_{CS}=\frac{۱۰-۰}{۲\text{K}}=۵\text{mA}\qquad \beta I_B(۰^+)>I_{CS}$$

با توجه به رابطهٔ بالا، ترانزیستور در $t=۰^+$ اشباع است و داریم:

$$V_O\left(۰^+\right)=۰\ \text{V}$$

$$V_A\left(۰^+\right)=۱۱/۶\quad V_A(\infty)=۱/۶\ \text{V}\qquad \tau=(۵۰\parallel ۵۰)\times ۱\ \mu\text{F}=۲۵\ \text{ms}$$

در محاسبهٔ ثابت زمانی دقت کنید که منابع نابسته ولتاژ حذف شده و مقاومت دو سر خازن را محاسبه شد.

$$V_A(t)=V_A(\infty)+\left[V_A(۰^+)-V_A(\infty)\right]e^{-t/\tau}$$

$$V_A(t)=۱/۶+\left[۱۱/۶-۱/۶\right]e^{-t/\tau}=۱/۶+۱۰e^{-t/\tau}$$

حال از روی $V_A(t)$ می‌توان $i_B(t)$ را حساب کرد.

$$i_B(t)=\frac{V_A(t)-۰/۶}{۵۰}=\frac{۱/۶+۱۰\,e^{-t/\tau}}{۵۰}=۰/۰۲+۰/۲e^{-t/\tau}$$

حال مادامی که $i_B>\frac{i_{CS}}{\beta}$ ترانزیستور در اشباع بوده و $V_O\left(۰^+\right)=۰\ \text{V}$. برای محاسبهٔ زمان خروج از اشباع می‌توان نوشت:

$$i_B=\frac{i_{CS}}{\beta}$$

$$۰/۰۲+۰/۲e^{-t/\tau}=\frac{i_{CS}}{\beta}=۰/۰۵\ \text{mA}$$

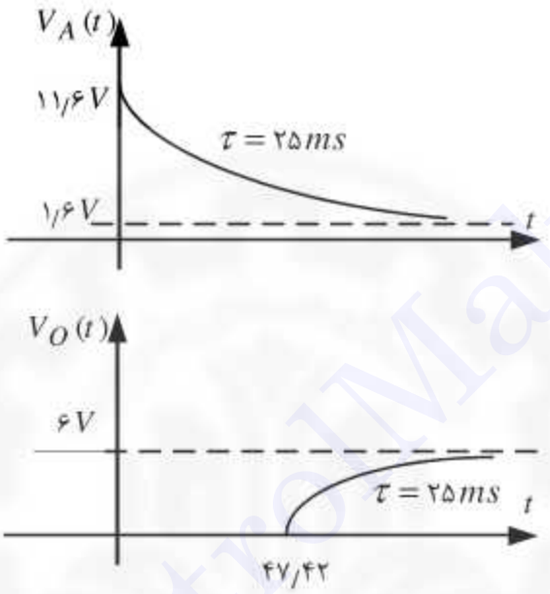
$$\Rightarrow t_۱=\tau\,\text{Ln}\frac{۰/۲}{۰/۰۳}=۲۵\ \text{ms}\qquad \text{Ln}\frac{۰/۲}{۰/۰۳}=۴۷/۴۲\ \text{ms}$$

از زمان $t \geq t_۱$ ترانزیستور وارد ناحیهٔ خطی شده و داریم:

$$i_C(t) = \beta i_B(t) = ۲ + ۲۰\, e^{-\frac{t}{۲۵\ \text{ms}}}$$

$$V_O(t) = ۱۰ - ۲ i_C(t) = ۶ - ۴۰\, e^{-\frac{t}{۲۵\text{ms}}} \qquad t \geq ۴۷/۴۲$$

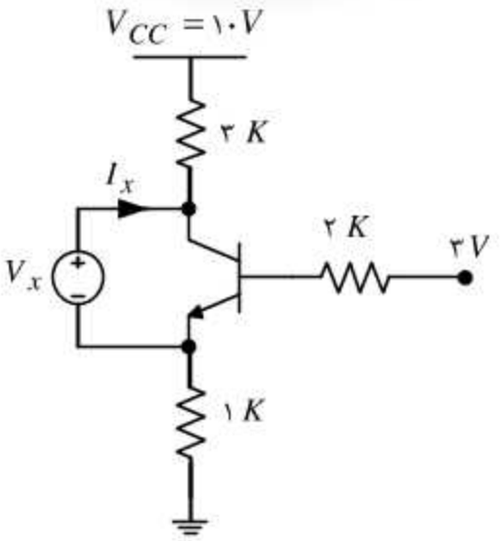
شکل موج‌ها به‌صورت زیر خواهند بود.



---

۴. در مدار شکل زیر V_x را از صفر تا ۱۰ V تغییر داده و I_x را برحسب آن محاسبه و رسم کنید.

$$\beta = ۱۰ \quad , \quad V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۷ \quad , \quad V_{CS} = ۰$$



حل. وقتی $V_x = ۰$ ترانزیستور قطع است زیرا با فرض قطع بودن ترانزیستور داریم:

$$V_x = ۰ \Rightarrow V_E = ۱۰ \times \frac{۱}{۱+۳} = ۲/۵ \text{ V}$$

فرض قطع‌بودن درست است زیرا $۳ \text{ V} < V_E + ۰/۷ = ۳/۲ \text{ V}$ (البته در قدم و نظر اول ممکن است فکر کنید ترانزیستور اشباع است اگر چنین فرضی کنید جریان‌های ترانزیستور منفی به‌دست می‌آیند که فرض اشباع را نقض می‌کند.) حال با توجه به قطع بودن ترانزیستور داریم:

$$I_x = \frac{V_x - ۱۰}{۳+۱} = \frac{۱}{۴} V_x - ۲/۵$$

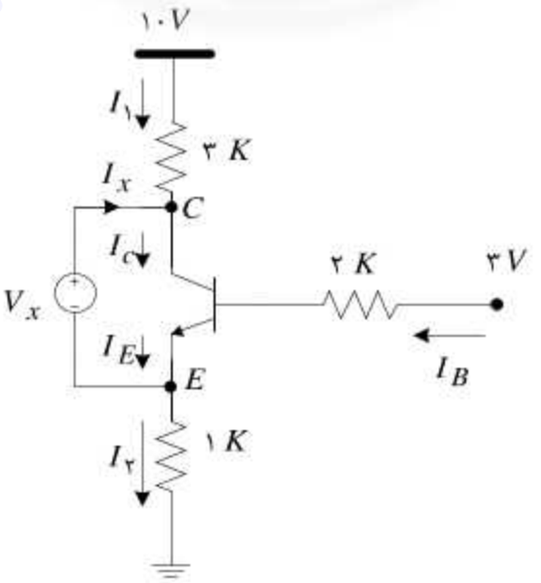
حال برای $V_x > ۰$ ، V_E را محاسبه می‌کنیم تا از روی آن مقداری از V_x که به‌ازای آن ترانزیستور روشن می‌شود را به‌دست آوریم:

$$V_E = (۱۰ - V_x) \times \frac{۱}{۱+۳} = \frac{۱۰ - V_x}{۴}$$

ترانزیستور زمانی روشن می‌شود که $V_E \le ۳ - ۰/۷ = ۲/۳ \text{ V}$ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۱۰ - V_x}{۴} \le ۲/۳ \quad \Rightarrow \quad V_x \ge ۰/۸ \text{ V}$$

پس برای $V_x \ge ۰/۸ \text{ V}$ ترانزیستور روشن می‌شود و چون $V_{CE} = V_x \ge ۰/۸ \text{ V}$ ترانزیستور در ناحیهٔ خطی قرار خواهد داشت.



برای محاسبهٔ I_x یک KVL از ۱۰ V + تا زمین می‌نویسیم:

$$۱۰-۳I_۱-V_x-I_۲=۰$$

یک KVL هم از ۳ V + تا زمین می‌نویسیم:

$$۳-۲I_B-۰/۷-I_۲=۰$$

یک KCL در کلکتور می‌نویسیم:

$$I_۱+I_x=I_c=\beta I_B=۱۰I_B$$
$$۳I_۱+I_۲=۱۰-V_x$$
$$\left.\begin{array}{l}۲I_B+I_۲=۲/۳\\ ۱۰I_B-I_۱=I_x\end{array}\right\}\Rightarrow I_۱+۵I_۲=۱۱/۵-I_x$$
$$۱۴I_۱=(۵۰-۵V_x)-(۱۱/۵-I_x)=۳۸/۵-۵V_x+I_x$$
$$\Rightarrow I_۱=۲/۷۵-\frac{۵}{۱۴}V_x+\frac{۱}{۱۴}I_x$$

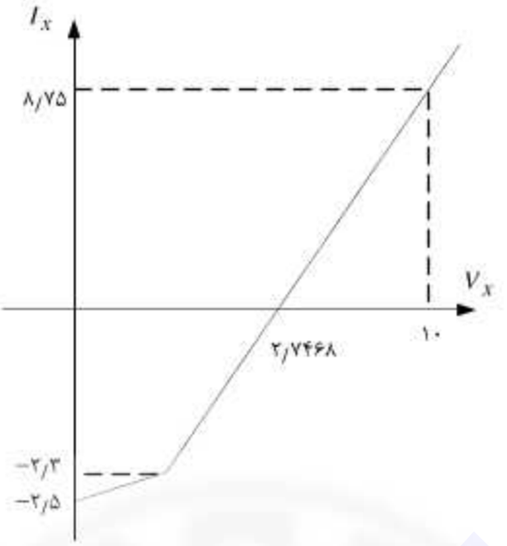
$$I_۲=۱۰-V_x-۸/۲۵+\frac{۱۵}{۱۴}V_x-\frac{۳}{۱۴}I_x$$
$$۱۰I_B=I_x+I_۱=+۲/۷۵-\frac{۵}{۱۴}V_x+\frac{۱۵}{۱۴}I_x$$

از طرفی می‌دانیم، $I_E=I_x+I_۲$

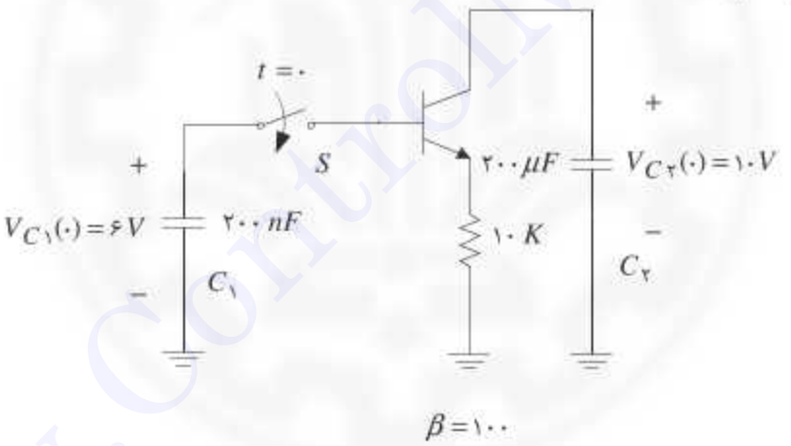
$$\underbrace{\frac{۱۱}{۱۰}\left(۲/۷۵-\frac{۵}{۱۴}V_x+\frac{۱۵}{۱۴}I_x\right)}_{I_E}=I_x+\underbrace{۱۰-V_x-۸/۲۵+\frac{۱۵}{۱۴}V_x-\frac{۳}{۱۴}I_x}_{I_۲}$$

$$\left(\frac{۱۱\times۲/۷۵}{۱۰}-۱۰+۸/۲۵\right)=\left(\frac{۵۵}{۱۴۰}-۱+\frac{۱۵}{۱۴}\right)V_x+\left(\frac{-۱۱\times۱۵}{۱۴۰}+۱-\frac{۳}{۱۴}\right)I_x$$

$$۱/۲۷۵=۰/۴۶۴۲\,V_x-۰/۳۹۲۸\,I_x \qquad V_x\geq۰/۸\text{ V}$$
$$I_x=۱/۱۸۱۷\,V_x-۳/۲۴۵۹$$



۵. در مدار شکل زیر کلید S در $t=0$ وصل می‌شود. ولتاژهای V_O و V_B را برای $t \geq 0$ محاسبه و رسم کنید.



حل. وقتی کلید وصل می‌شود، در $t=0^+$ ترانزیستور در ناحیهٔ خطی است، زیرا $V_C > V_B$ در حالی که در ناحیهٔ اشباع $V_C = V_B - 0/5$. پس خطی است حال خازن ۲۰۰ mF یا همان C_1 در ۱۰ KΩ دشارژ می‌شود.

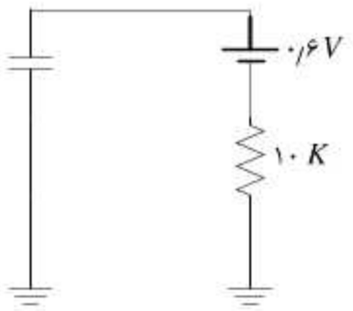
برای خازن می‌توان نوشت:

$$C_1 \frac{dV_B}{dt} + I_B = 0 \qquad I_B = \frac{1}{(\beta+1)} \times \frac{V_B - 0/6}{10\,\text{K}}$$

$$C_1 \frac{dV_B}{dt} + \frac{1}{101}\frac{V_B - 0/6}{10\,\text{K}} = 0 \Rightarrow \tau_1 = C_1 \times (\beta+1) R_E$$

$$\tau_1 = 200\,\text{nF} \times 101 \times 10\,\text{K}\Omega = 202000\ \mu\text{s} = 702\ \text{ms}$$

$$V_B(0) = 6\ \text{V} \qquad V_B(\infty) = 0/6\ \text{V}$$



$$V_B(t) = V_B(\infty) + [V_B(\circ) - V_B(\infty)]^{-t/\tau_۱}$$

$$V_B(t) = ۰/۶ + ۵/۴ e^{-t/\tau_۱}$$

خازن $C_۲$ با جریان کلکتور دشارژ می‌شود

$$i_E = \frac{V_B(t) - ۰/۶}{۱۰k} = ۰/۵۴ e^{-t/\tau_۱}$$

$$i_C = \frac{۱۰۰}{۱۰۱} i_E = ۰/۵۳۴ e^{-t/\tau_۱}$$

$$= -C_۲ \frac{dV_C}{dt} = i_C$$

$$V_C = -\frac{۱}{C} \int i_C dt + V_C(\circ)$$

$$= -\frac{۱}{C_۲} \int_\circ^t ۰/۵۳۴ e^{t/\tau_۱} + ۱۰$$

$$= ۵۳۹/۳ (e^{-t/\tau_۱} - ۱) + ۱۰$$

$$= ۵۳۹/۳ e^{-t/\tau_۱} - ۵۲۹/۳$$

حال باید دید که ترانزیستور ابتدا اشباع می‌شود و یا قطع، در حقیقت زمان اشباع را محاسبه می‌کنیم. یعنی قرار می‌دهیم $V_B - ۰/۵ = V_C$

$$۵۳۹/۳ e^{-t/\tau_۱} - ۵۲۹/۳ = (۰/۶ + ۵/۴ e^{-t/\tau_۱}) - ۰/۵$$

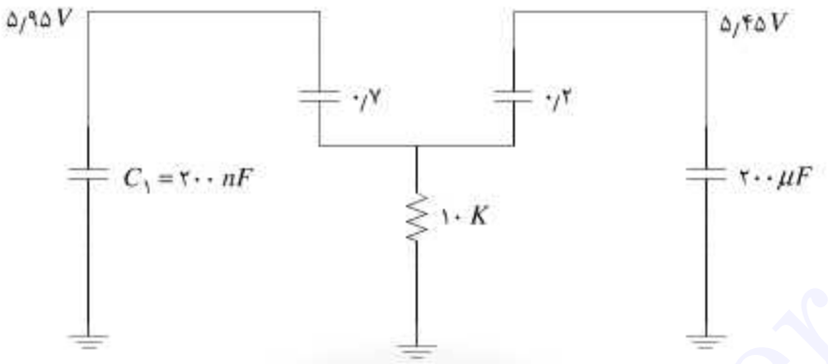
$$۵۳۳/۹ e^{-t/\tau_۱} = ۵۲۹/۴$$

$$\Rightarrow t = \tau_۱ \ln \frac{۵۳۳/۹}{۵۲۹/۴} = ۲۰۲ \text{ ms} \qquad \ln \frac{۵۳۳/۹}{۵۲۹/۴} = ۱/۷۰۹ \text{ ms}$$

پس خیلی زود ترانزیستور اشباع می‌شود. در این زمان داریم:

$$V_B(۱/۷۰۹ \text{ ms}) - ۰/۶ + ۵/۴ e^{-\frac{۱/۷۰۹}{۲۰۲}} = ۵/۹۵ \text{ V}$$

پس از آن مدار معادل به‌صورت زیر است:

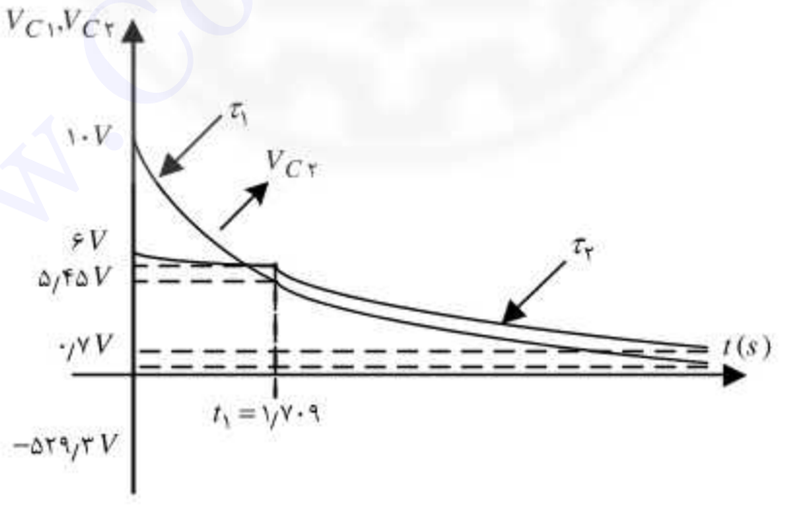


$$\tau_۲ = (C_۱ + C_۲)\times ۱۰\ \mathrm{K\Omega} = (۲۰۰\,\mathrm{nF} + ۲۰۰\,\mu\mathrm{F})\times ۱۰\ \mathrm{K}$$

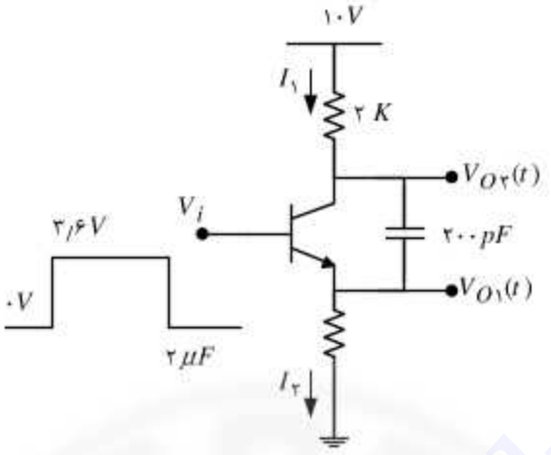
$$= ۲۰۰/۲\,\mu\mathrm{F}\times ۱۰\ \mathrm{K} = ۲۰۰۲\ \mathrm{ms} = ۲/۰۰۲\ \mathrm{s}$$

$$V_{C۱}(t_۱) = ۵/۹۵\ \mathrm{V} \qquad V_{C۱}(\infty) = ۰/۷$$

$$V_{C۲}(t_۱) = ۵/۴۵\ \mathrm{V} \qquad V_{C۲}(\infty) = ۰/۲$$



۶. در مدار شکل زیر $V_{O۱}(t)$ و $V_{O۲}(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه و رسم کنید.



حل. ابتدا مدار را در $t = ۰^-$ حل می‌کنیم. با توجه به $V_i = ۰$ ، ترانزیستور قطع است. حال که ترانزیستور قطع است، خواهیم داشت:

$$V_{O۲}(۰^-) = ۱۰\ \text{V} \quad , \quad V_{O۱}(۰^-) = ۰\ \text{V} \quad , \quad V_C(۰^-) = ۱۰\ \text{V}$$

حال ولتاژ ورودی در $t = ۰$ به ۳/۶ V جهش می‌کند. ترانزیستور قطعاً روشن می‌شود. اگر چنین نباشد، $V_{BE} = ۳/۶\ \text{V}$ که با فرض قطع بودن در تناقض است. پس:

$$V_{O۱}(۰^+) = ۳/۶ - ۰/۶ = ۳\ \text{V} \quad , \quad V_{O۱}(۰^+) = ۳\ \text{V}$$

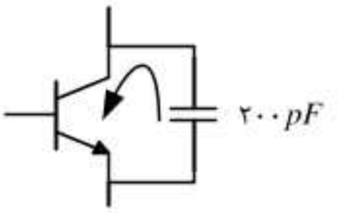
با توجه به مسیر خط‌چین و $\beta = \infty$ داریم:

$$I_۱ = I_۲ \Rightarrow \frac{۱۰ - V_{O۲}(۰^+)}{۲\text{K}} = \frac{V_{O۱}(۰^+)}{۳} = \frac{۳}{۳} = ۱\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow V_{O۲}(۰^+) = ۸\ \text{V}$$

با این شرایط برای ولتاژ خازن داریم: $V_C(۰^+) = ۸ - ۳ = ۵\ \text{V}$ در حالی‌که $V_C(۰^-) = ۱۰\ \text{V}$ پس ولتاژ دو سر خازن جهش کرد. بنابراین به یک جریان ضربه‌ای نیاز است و پرسش این است که این جریان چگونه تأمین می‌شود؟

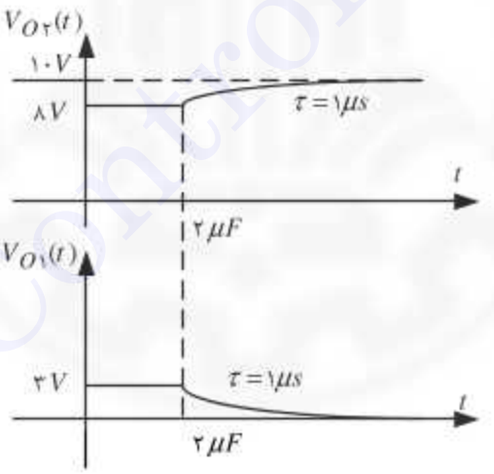
پاسخ: می‌دانیم V_{BE} در یک لحظه به ۳٫۶ V می‌رسد. با توجه به معادلهٔ ترانزیستور جریان آن ∞ یا همان ضربه می‌شود که سبب تخلیه آنی خازن می‌شود.



رابطهٔ $I_1 = I_2$ همواره برقرار است و $V_{O1}(t) = 3\ \text{V}$ برای $0 < t < 2\ \mu\text{s}$ پس می‌توان نوشت:

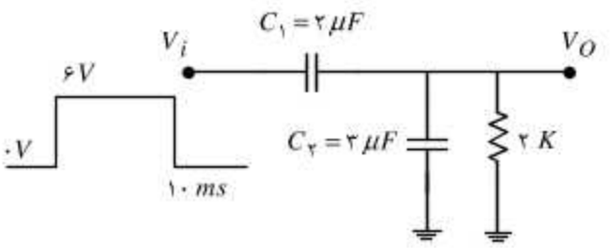
$$V_{O2}(t) = 8\ \text{V} \qquad 0 < t < 2\ \mu\text{s}$$

حال در $t = 2\ \mu\text{s}$ ورودی به صفر سقوط می‌کند ، و ترانزیستور قطع می‌شود. V_{O1} و V_{O2} با ثابت زمانی $\tau = 1\ \mu\text{s}$ به مقادیر نهایی خود که به‌ترتیب ۱۰ V و ۰ V است، میل می‌کنند. شکل موج‌ها برای V_{O1} و V_{O2} در زیر آمده است.



---

۷. $Vo(t)$ را برای $t \geq 0$ محاسبه کنید. شرایط اولیهٔ خازن‌ها صفر است.



حل. در $t=۰$ پله $۶\,V$ اتفاق می‌افتد. با توجه به حلقهٔ خازنی، ولتاژ خازن‌ها جهش می‌کند. (یعنی در حلقهٔ خازنی جریان ضربه داریم) پس می‌توان نوشت:

$$V_O\left(۰^+\right)=V_{C_۲}\left(۰^+\right)=\frac{C_۱}{C_۱+C_۲}\times ۶=\frac{۲}{۲+۳}\times ۶=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴\ \text{V}$$

$$V_{C_۱}\left(۰^+\right)=\frac{C_۲}{C_۱+C_۲}\times ۶=\frac{۳}{۲+۳}\times ۶=۳/۶\ \text{V}$$

برای $t\geq ۰$ با یک مدار مرتبهٔ اول مواجه هستیم، که در آن خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ موازی هستند.

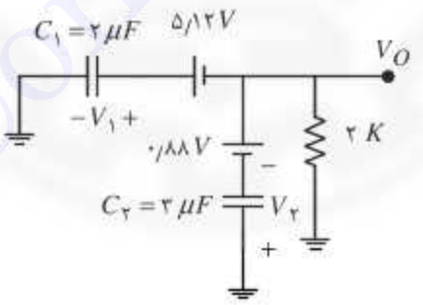
$$V_O\left(\infty\right)=V_{C۲}\left(\infty\right)=۰\ ,\ \tau=\left(C_۱+C_۲\right)\times ۲^{\text{K}\Omega}=\left(۲+۳\right)\times ۲=۱۰\,\text{ms}$$

$$V_O\left(t\right)=V_O\left(\infty\right)+\left[V_O\left(۰\right)-V_O\left(\infty\right)\right]e^{-t/\tau}=۲/۴\,e^{-t/\tau}=۲/۴\,e^{-t/\tau}$$

$$V_O\left(۱۰^-\ \text{ms}\right)=V_{C۲}\left(۱۰^-\ \text{ms}\right)=۲/۴\,e^{-۱}=۰/۸۸۲\ \text{V}$$

$$V_{C۱}\left(۱۰^-\ \text{ms}\right)=۶-V_O\left(۱۰^-\ \text{ms}\right)=۵/۱۱\ \text{V}$$

حال در $t=۱۰\ \text{ms}$ پله منفی $۶\ \text{V}$ اتفاق می‌افتد. دوباره حلقهٔ خازنی باعث می‌شود تا ولتاژ خازن‌ها جهش کند. برای محاسبهٔ ولتاژ خازن‌ها در مدار را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم. هر خازن را با یک خازن سری با یک منبع ولتاژ مساوی با شرایط اولیه در نظر می‌گیریم.



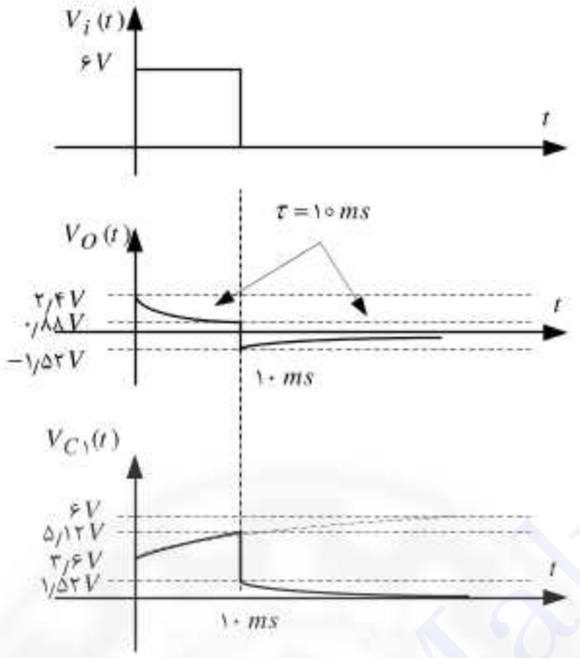
$$\Rightarrow V_۱=\frac{۳}{۲+۳}\left(۵/۱۲+۰/۸۸\right)=۳/۶\ \text{V}$$

$$V_۲=\frac{۲}{۲+۳}\left(۵/۱۲+۰/۸۸\right)=۲/۴\ \text{V}$$

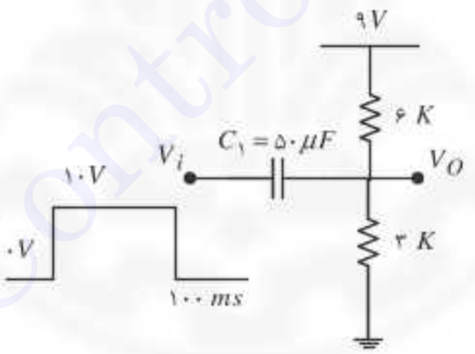
$$\Rightarrow V_O\left(۱۰^+\right)=۰/۸۸-V_۲=-۱/۵۲\ \text{V}$$

$$V_O\left(\infty\right)=۰$$

$$V_O\left(t\right)=-۱/۵۲\,e^{-\frac{t-۱۰^{\text{ms}}}{۱۰^{\text{ms}}}}\qquad t\geq ۰$$



۸. در مدار شکل زیر $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه کنید.



حل. مدار شامل یک عنصر ذخیره‌کنندهٔ انرژی است. پس مرتبهٔ اول است و چون منابع پله هستند می‌توان همه پاسخ‌های مدار را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$y(t) = y(\infty) + \left[y(۰^+) - y(\infty) \right] e^{-t/\tau}$$

برای اینکه هر یک از پاسخ‌ها را داشته باشیم باید مقدار آن پاسخ را در $t = ۰^+$ و $t = \infty$ و همچنین ثابت زمانی مدار را تعیین کنیم.

$$V_O(۰^-) = ۹ \times \frac{۳}{۳+۶} = ۳\ \text{V}$$

وقتی پلهٔ V ۱۰ اتفاق می‌افتد، چون ولتاژ دو سرخازن جهش نمی‌کند طرف دیگر خازن باید به اندازهٔ V ۱۰ جهش کند پس:

$$V_O(۰^+) = V_O(۰^-) + ۱۰\,\text{V} = ۱۳\ \text{V}$$

$$V_O(\infty) = ۹ \times \frac{۳}{۳+۶} = ۳\ \text{V}$$

برای محاسبه ثابت زمانی، منابع نابسته را صفر کرده و از دو سر خازن مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

$$\text{دو سرخازن}\quad R = ۳ \parallel ۶ = ۲\ \text{K}$$

$$\tau = RC = ۵۰\,\mu\text{F} \times ۲\text{K} = ۱۰۰\ \text{ms}$$

$$V_O(t) = V_O(\infty) + \left[V_O(۰^+) - V_O(\infty)\right] e^{-t/\tau}$$

$$V_O(t) = ۳ + \left[۱۳ - ۳\right] e^{-t/\tau} = ۳ + ۱۰ e^{-t/\tau}$$

این ضابطه تا $t = ۱۰۰\ \text{ms}$ اعتبار دارد. در این زمان ورودی به اندازهٔ V ۱۰ سقوط می‌کند باز چون ولتاژ دو سر خازن جهش نمی‌کند، V_O نیز به اندازهٔ V ۱۰ سقوط می‌کند. بنابراین باید $V_O(۱۰۰^-\ \text{ms})$ را حساب کنیم پس می‌توان نوشت:

$$V_O(۱۰۰^-\ \text{ms}) = ۳ + ۱۰\, e^{-\frac{۱۰۰}{۱۰۰}} = ۳ + ۱۰ e^{-۱} = ۶/۶۷\ \text{V}$$

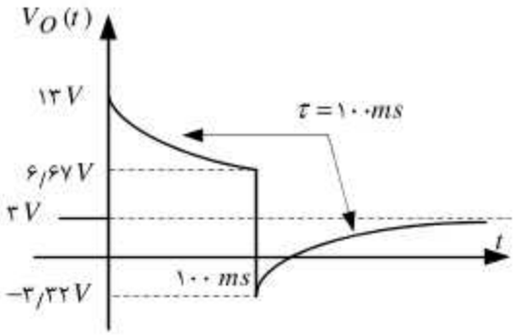
$$\Rightarrow V_O(۱۰۰^+\ \text{ms}) = ۶/۶۷ - ۱۰ = -۳/۳۲\ \text{V}$$

$$V_O(\infty) = ۳\ \text{V} \Rightarrow V_O(t) = V_O(\infty) + \left[V_O(۱۰۰\,\text{ms}) - V_O(\infty)\right]\ e^{-\frac{t-۱۰۰}{\tau}}$$

$$V_O(t) = ۳ + \left[-۳/۳۲ - ۳\right] e^{-\frac{t-۱۰۰}{\tau}} \qquad t > ۱۰۰$$

پس با مرتب‌سازی خواهیم داشت:

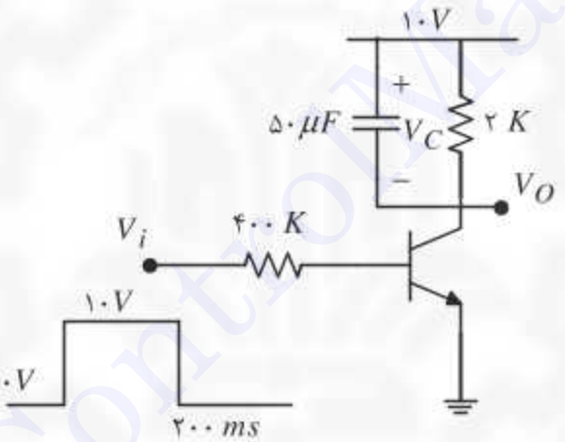
$$V_O(t) = \begin{cases} ۳\ \text{V} & t < ۰ \\ ۳ + ۱۰ e^{-\frac{t}{۱۰۰\,\text{ms}}} & ۰ \le t < ۱۰۰\,\text{ms} \\ ۳ - ۶/۳۲ e^{-\frac{t-۱۰۰\,\text{ms}}{۱۰۰\,\text{ms}}} & t \ge ۱۰۰\ \text{ms} \end{cases}$$



---

۹. در مدار شکل زیر پاسخ $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه و رسم کنید.

$$\beta = ۱۰۰ \ , \ V_{BE} = ۰٫۷ \text{ V} \ , \ V_A = \infty$$



حل. ابتدا برای $t < ۰$ مدار را تحلیل می‌کنیم می‌دانیم برای $t < ۰$ ، ولتاژ ورودی صفـــر است بنابراین ترانزیستور قطع است پس داریم:

$$V_O(۰^-) = ۱۰ \text{ V} \quad , \quad V_C = ۰$$

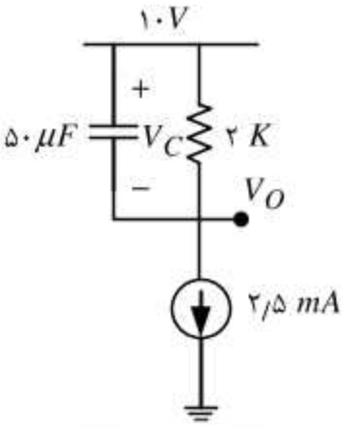
در اینجا ولتاژ ورودی از زمان $-\infty$ تا ۰^-، صفر است بنابراین ترانزیستور همه این زمان‌ها قطع بوده و خازن با توجه به مقاومت دو سرش ولتاژ اولیه صفر دارد).

در زمان $t = ۰$ ورودی به ۱۰٫۷ V جهش می‌کند و ترانزیستور در ناحیهٔ خطی قرار می‌گیرد و همانند یک منبع جریان عمل می‌کند.

$$I_B = \frac{۱۰٫۷ - ۰٫۷}{۴۰۰} = ۰٫۰۲۵ \text{mA}$$

$$I_C = \beta I_B = ۱۰۰ \times ۰٫۰۲۵ \text{mA} = ۲٫۵ \text{mA}$$

پس از دید خازن مدار شکل زیر را خواهیم داشت:



$$\tau = ۵۰\,\mu F \times ۲K = ۱۰۰\ ms$$

(برای محاسبهٔ ثابت زمانی مدار منابع نابسته را صفر کرده و مقاومت معادل از دو سر خازن محاسبه کردیم).

ولتاژ دو سر خازن جهش نمی‌کند پس:

$$V_C(۰^+) = V_C(۰^-) = ۰ \Rightarrow V_O(۰^+) = ۱۰\ V$$

در این مدار مرتبهٔ اول می‌توان نوشت:

$$V_C(\infty) = ۲K \times ۲/۵\,mA = ۵\ V$$
$$\Rightarrow V_C(\infty) = ۱۰ - V_C(\infty) = ۱۰ - ۵ = ۵\ V$$

در نتیجه ترانزیستور هیچ‌گاه اشباع نمی‌شود.

$$\Rightarrow V_C(\infty) = ۵\ V > ۰/۲\ V$$
$$\Rightarrow V_O(t) = V_O(\infty) + [V_O(۰) - V_O(\infty)]\, e^{-t/\tau}$$
$$V_O(t) = ۵ + [۱۰ - ۵]\, e^{-t/\tau}$$
$$V_O(t) = ۵ + ۵\, e^{-t/\tau} \qquad ۰ \le t < ۲۰۰\ ms$$

در $t = ۱۰۰\ ms$ ولتاژ ورودی به صفر سقوط می‌کند و ترانزیستور قطع می‌شود بنابراین داریم:

$$V_O(۲۰۰\ ms) = ۵ + ۵e^{-\frac{۲۰۰}{۱۰۰}} = ۵ + ۵\, e^{-۱} = ۵/۶۷\ V$$

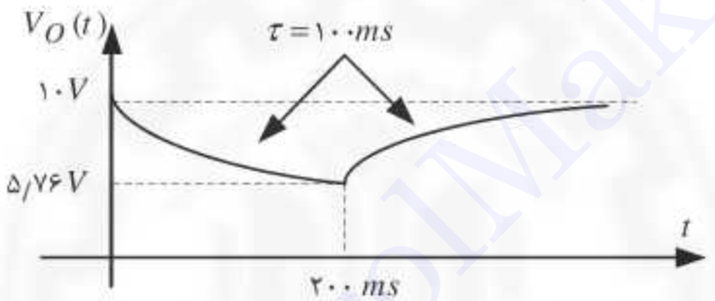
وقتی ترانزیستور قطع می‌شود منبع جریان حذف شده و خازن در مقاومت تخلیه می‌شود پس می‌توان نوشت:

$$V_O(\infty)=۰ \Rightarrow V_O(\infty)=۱۰\ \text{V}$$

$$V_O(t)=V_O(\infty)+[V_O(۲۰۰)-V_O(\infty)]\,e^{-\frac{t-۲۰۰}{\tau}} \qquad t\geq ۰$$

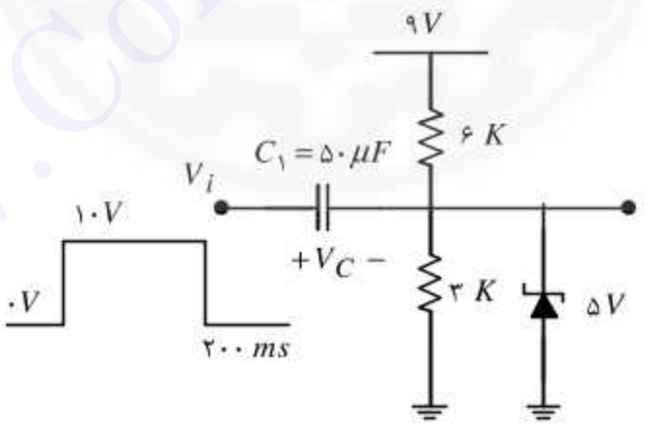
$$V_O(t)=۱۰+[۵/۶۷-۱۰]\,e^{-\frac{t-۲۰۰}{\tau}} \qquad t\geq ۰$$

$$V_O(t)=۱۰-۴/۳۳e^{-\frac{t-۲۰۰}{\tau}} \qquad t\geq ۰$$



---

۱۰. در مدار شکل زیر $V_O(t)$ را محاسبه و رسم کنید.



حل. ابتدا مدار را در $t=۰^-$ حل می‌کنیم، در این زمان خازن مدار باز است (به یاد داشته باشید مدار مرتبهٔ اول و منابع پله هستند). در $t=۰^-$ زنر قطع است و داریم:

$$V_O=۹\times\frac{۳}{۳+۶}=۳\ \text{V}<V_z=۵\ \text{V} \qquad V_C(۰)=-۳\ \text{V}$$

می‌بینیم که فرض قطع بودن زنر درست است.

در $t=0^+$، ورودی به اندازهٔ ۱۰ V جهش می‌کند. در اینجا ولتاژ خازن نمی‌تواند ثابت بماند چون اگر ثابت باشد، V_O هم باید ۱۰ V جهش کند و به ۱۳ V برسد که امکان ندارد، زیرا زنر روشن می‌شود پس ولتاژ خازن ثابت نمی‌ماند و جهش می‌کند، و داریم:

$$V_C(0^+)=5\ \text{V}\ ,\ \ V_O(0^+)=5\ \text{V}$$

در اینجا در حقیقت یک جریان ضربه از خازن و زنر عبور می‌کند. حال V_O نمی‌تواند ۵ V بماند چون در آن صورت جریان خازن صفر است، زیرا ولتاژ دو طرف آن صفر است و

$$i_C=C\frac{dV_C}{dt}\quad ,\quad i_C=C\frac{dV_C}{dt}\ ,\ I_z=\frac{9-V_Z}{6}-\frac{V_Z}{3}=\frac{9-5}{6}-\frac{5}{3}=-1\ \text{mA}<0$$

یعنی امکان ندارد دیود برای $t>0$ در ناحیه زنری باشد پس در حقیقت زنر یک لحظه به حالت زنری رفته و سپس قطع می‌شود و V_O در یک مدار مرتبهٔ اول به حالت پایدار خود یعنی $V_O(\infty)=3\ \text{V}$ پیش خواهد رفت. پس:

$$V_O(0^+)=5\ \text{V}\qquad V_O(\infty)=3\ \text{V}\qquad \tau=(6\parallel 3)\times 50\,\mu\text{F}=100\ \text{ms}$$

$$V_O(t)=3+[5-3]e^{-t/\tau}=3+2e^{-t/\tau}\qquad t\geq 0$$

این ضابطه تا $t=200$ ms برقرار است داریم:

$$V_O(200\ \text{ms})=3+2e^{-2}=3.27\ \text{V}$$

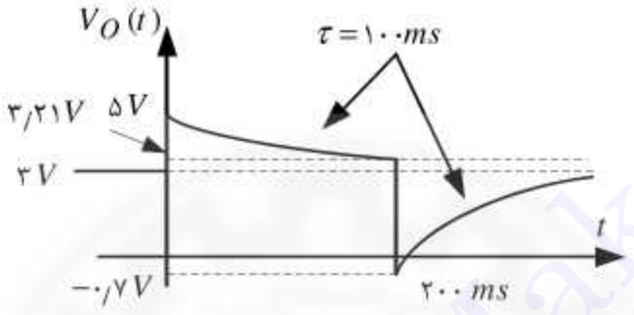
در این زمان ولتاژ ورودی ۱۰ V سقوط می‌کند. در اینجا نیز ولتاژ خازن نمی‌تواند ثابت باشد چون در آن صورت V_O نیز باید ۱۰ V سقوط کند و به $3.27-10=-6.73$ V برسد که به‌خاطر وجود دیودامکان ندارد $V_O(200^+\text{ms})=-0.6$ V پس برای $t\geq 200$ ms دیود نمی تواند روشن باشد زیرا اگر چنین باشد باز جریان خازن صفر است و خواهیم داشت:

$$I_D=\frac{-0.7}{3\text{K}}-\frac{10-(-0.7)}{6\text{K}}<0$$

در اینجا نیز یک جریان ضربه مانند $t=0$ از خازن و دیود عبور می‌کند ولی در خلاف جهت. سپس دیود قطع شده و V_O به سمت حالت پایدار خود که $V_O=3$ V است پیش

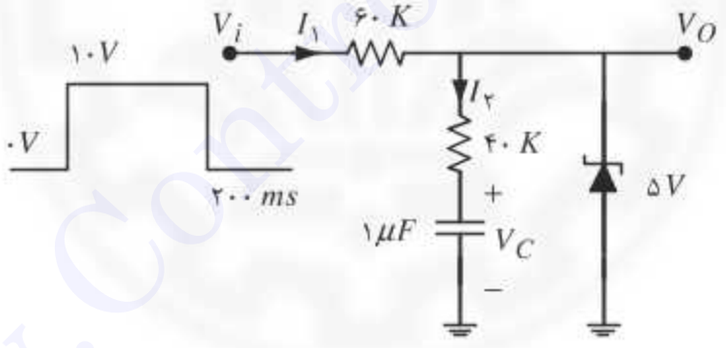
می‌رود پس:

$$V_O(۲۰۰^+\,\text{ms}) = -۰/۷$$
$$V_O(\infty) = ۳\ \text{V}$$
$$V_O(t) = ۳ + \left[-۰/۷ - ۳\right]e^{-\frac{t-۲۰۰}{\tau}} = ۳ - ۳/۷\,e^{-\frac{t-۲۰۰}{\tau}} \qquad t > ۲۰۰\ \text{ms}$$



---

۱۱. در مدار زیر $V_O(t)$ و $V_C(t)$ را محاسبه و رسم کنید



حل. در $t = ۰^-$ ، همه ولتاژها و جریان‌های مدار صفر است. حال در $t = ۰$ پله ۱۰ V سبب می‌شود تا دیود زنر، در ناحیهٔ زنری قرار گیرد زیرا اگر چنین نباشد با توجه به این که $V_C(۰^-) = ۰$ و V_C نمی‌تواند جهش کند می‌توان نوشت:

$$V_O = ۱۰ \times \frac{۴}{۶+۴} = ۴\ \text{V} > V_z = ۲\ \text{V}$$

پس فرض زنری بودن درست است خواهیم داشت:

$$V_O(۰^+) = ۲\ \text{V} \qquad\qquad V_C(۰^+) = V_C(۰^-) = ۰\ \text{V}$$

حال با گذشت زمان V_C زیاد شده و می‌خواهد به $V_z = ۲\ \text{V}$ برسد. یعنی $I_۲$ کم می‌شود از طرفی $I_۱$ ثابت است (چون ولتاژ دو سرش ثابت است) پس جریان زنر افزایش می‌یابد یعنی دیود زنر در ناحیه زنری می‌ماند خواهیم داشت:

$$V_O(t) = V_z = ۲\ \text{V} \qquad ۰ < t < ۲۰۰\ \text{ms}$$

$$V_C(t) = V_z(۱ - e^{-t/\tau}) \qquad \tau = ۱\mu F \times ۴۰\ \text{K}\Omega$$

$$V_C(t) = ۲(۱ - e^{-\frac{t}{۴۰\text{ms}}}) \qquad \tau = ۴۰\ \text{ms}$$

$$V_C(۲۰۰^-\text{ms}) = ۱/۹۸\ \text{V} \ ,\ V_C(۲۰۰^+\text{ms}) = ۱/۹۸\ \text{V} \ ,\ V_O(۲۰۰^-\text{ms}) = ۲\ \text{V}$$

حال در $t = ۲۰۰^+\ \text{ms}$ ولتاژ ورودی صفر می‌شود و دیود قطع می‌شود، دیود را قطع فرض می‌کنیم داریم:

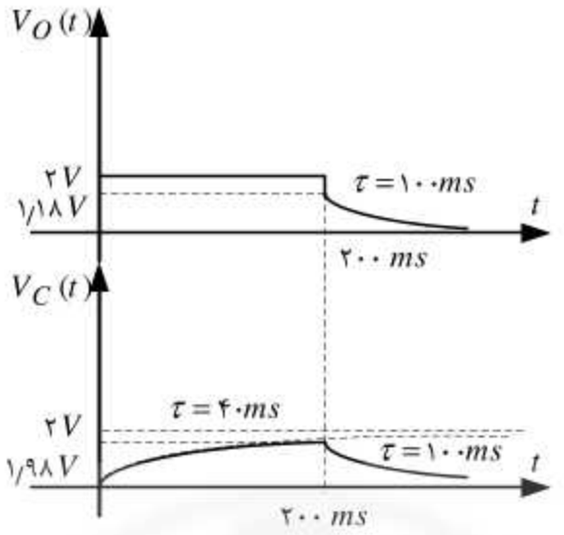
$$V_O(۲۰۰^+\ \text{ms}) = V_C(۲۰۰^+\ \text{ms}) \times \frac{۶}{۶۰ + ۴۰} = ۱/۱۸۸\ \text{V} < V_z$$

و فرض قطع بودن دیود درست است. با گذشت زمان $V_O(t)$ و $V_C(t)$ به سمت صفر میل می‌کند و دیود همواره قطع می‌ماند پس:

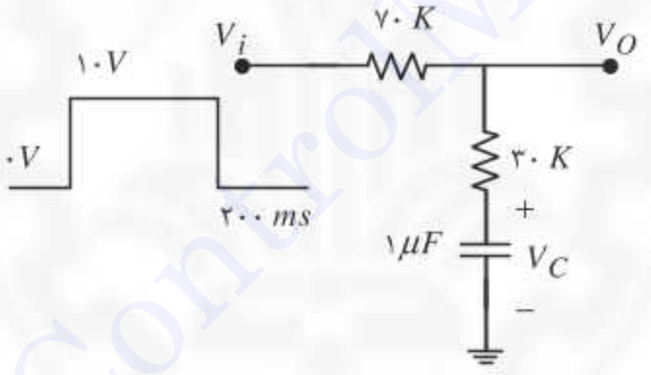
$$V_O(\infty) = ۰ \qquad V_C(\infty) = ۰ \qquad \tau = ۱\mu\text{F} \times (۶۰ + ۴۰) = ۱۰۰\ \text{ms}$$

$$V_O(t) = ۱/۱۸۸ e^{-\frac{t - ۲۰۰}{۱۰۰\text{ms}}} \qquad t > ۲۰۰\ \text{ms}$$

$$V_C(t) = ۱/۹۸ e^{-\frac{t - ۲۰۰}{\tau}}$$



۱۲. در مدار شکل زیر $V_C(t)$ و $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه کنید.



حل. می‌دانیم مدار مرتبهٔ اول بوده و ثابت زمانی آن برابر است با:

$$\tau = \left(۷۰^{K} + ۳۰^{K}\right) \times ۱^{\mu F} = ۱۰۰ \text{ ms}$$

ولتاژ خازن جهش نمی‌کند، بنابراین:

$$V_C\left(۰^{+}\right) = ۰ \text{ V} \qquad V_C(\infty) = ۱۰ \text{ V}$$

$$V_C(t) = V_C(\infty) + [V_C\left(۰^{+}\right) - V_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C(t) = V_C(\infty) + [V_C\left(۰^{+}\right) - V_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_C(t) = ۱۰ + [۰ - ۱۰]\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

برای $V_O(t)$ داریم:

$$V_O\left(۰^+\right)=۱۰\times\frac{۳۰}{۳۰+۷۰}=۳\ \text{V}$$

در $t=۰^+$ خازن خالی است پس:

$$V_O(\infty)=۱۰\ \text{V}\ \Rightarrow V_O(t)=V_O(\infty)+[V_O\left(۰^+\right)-V_O(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_O(t)=۱۰+[۳-۱۰]e^{-\frac{t}{۱۰۰\ \text{ms}}}=۱۰-۷e^{-\frac{t}{۱۰۰\ \text{ms}}}$$

$$V_C\left(۲۰۰^-\text{ms}\right)=۱۰\left(۱-e^{-۲}\right)=۸/۶۴\ \text{V}$$

$$V_O\left(۲۰۰^-\text{ms}\right)=۱۰-۷e^{-۲}=۹/۰۵\ \text{V}$$

حال در $t=۲۰۰\text{ms}$ ولتاژ ورودی صفر می‌شود. پاسخ‌های بالا را در $t=۲۰۰\text{ms}$ حساب می‌کنیم: ولتاژ خازن جهش نمی‌کند. چون حلقهٔ خازنی نداریم. پس:

$$V_C\left(۲۰۰^+\text{ms}\right)=V_C\left(۲۰۰^+\text{ms}\right)=۸/۰۴\ \text{V}$$

$$V_O\left(۲۰۰^+\text{ms}\right)=V_C\left(۲۰۰^+\text{ms}\right)\times\frac{۷۰}{۷۰+۳۰}=۶/۰۴\ \text{V}$$

$$V_O(\infty)=۰\qquad V_C(\infty)=۰$$

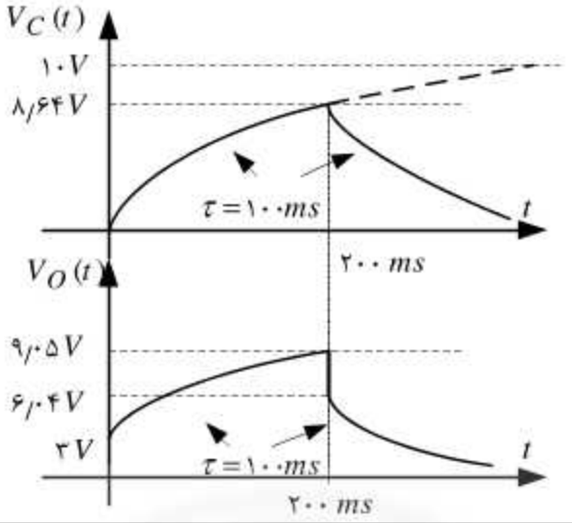
$$V_O(t)=V_O(\infty)+[V_O(۰)-V_O(\infty)]e^{-\frac{t-۲۰۰\ \text{ms}}{\tau}}$$

$$V_O(t)=۰+\left(۶/۰۴\right)e^{-\frac{t-۲۰۰\ \text{ms}}{\tau}}\qquad t>۲۰۰\ \text{ms}$$

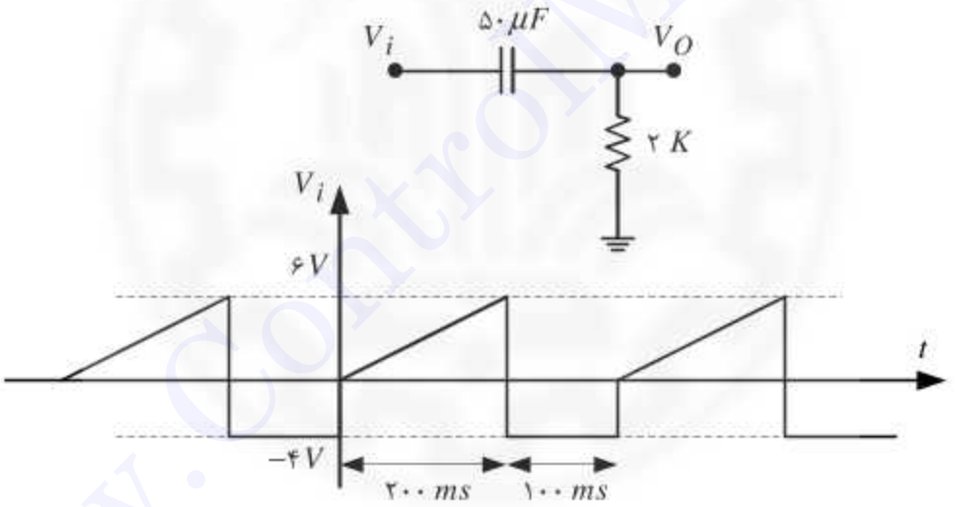
$$V_O(t)=۶/۰۴e^{-\frac{t-۲۰۰\ \text{ms}}{\tau}}\qquad t>۲۰۰\ \text{ms}$$

به‌همین ترتیب به راحتی برای ولتاژ دو سر خازن می‌توان نوشت :

$$V_C(t)=۸/۶۴e^{-\frac{t-۲۰۰\ \text{ms}}{\tau}}\qquad t\geq ۲۰۰\ \text{ms}$$



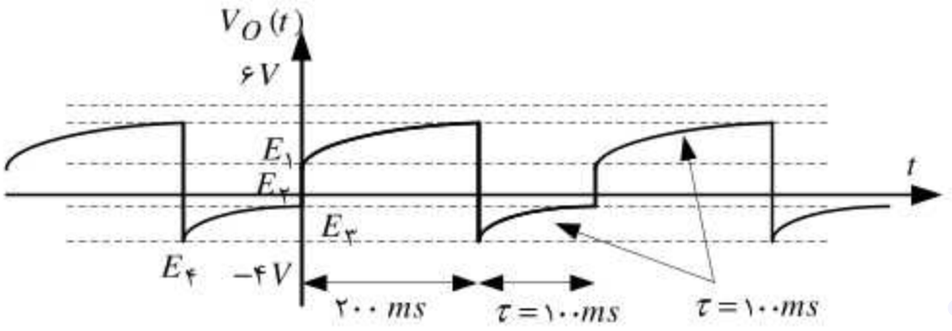
۱۳. در مدار شکل مقابل، ضابطهٔ زمانی ولتاژ خروجی را در حالت ماندگار محاسبه کنید.



حل. با توجه به شکل موج ورودی می‌بینیم که در قسمتی از دوره، ورودی به‌صورت تابع شیب و در قسمت دیگر تابع به‌صورت پله است. ضابطهٔ ورودی را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$V_i(t)=\begin{cases} ۳۰\,t & ۰\le t\le ۲۰۰\ \text{ms} \\ -۴ & ۰\le t\le ۲۰۰\ \text{ms} \end{cases}$$

بنابراین در حالت ماندگار با توجه به پاسخ‌های مدار RC بالاگذر به ورودی‌های شیب و پله انتظار داریم که پاسخ به‌صورت زیر باشد.



برای ضابطه شکل موج خروجی خواهیم داشت:

$$V_O(t)=\begin{cases} E_۲ e^{-\frac{t}{RC}} + aRC(۱-e^{-\frac{t}{RC}}) & ۰ \le t \le ۲۰۰\,\text{ms} \\ E_۴ e^{-\frac{t}{RC}} & ۰ \le t \le ۲۰۰\,\text{ms} \end{cases}$$

در رابطه بالا $a = ۳۰$ است.

حال باید مقادیر $E_۱, E_۲, E_۳, E_۴$ را محاسبه کنیم، با توجه به پرش‌های موج ورودی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$E_۲ - E_۳ = ۴$$

$$E_۱ - E_۴ = ۱۰$$

$$E_۱ = E_۲ e^{-\frac{۲۰۰\text{ms}}{RC}} + aRC(۱-e^{-\frac{۲۰۰\text{ms}}{RC}})$$

$$E_۳ = E_۴\, e^{-\frac{۱۰۰\text{ms}}{RC}}$$

از این روابط مقادیر مجهول شکل موج خروجی به‌دست خواهد آمد. اگر مقادیر عددی را در پارامترهای بالا قرار دهیم خواهیم داشت:

$$E_۲ - E_۳ = ۴ \qquad E_۱ = ۲/۷۸$$

$$E_۱ - E_۴ = ۱۰ \qquad E_۲ = ۱/۳۵$$

$$E_۲ e^{-۲} + ۳(۱-e^{-۲}) = E_۱ \qquad E_۳ = -۲/۶۵$$

$$E_۴ e^{-۱} = E_۳ \qquad E_۴ = -۷/۲۲$$

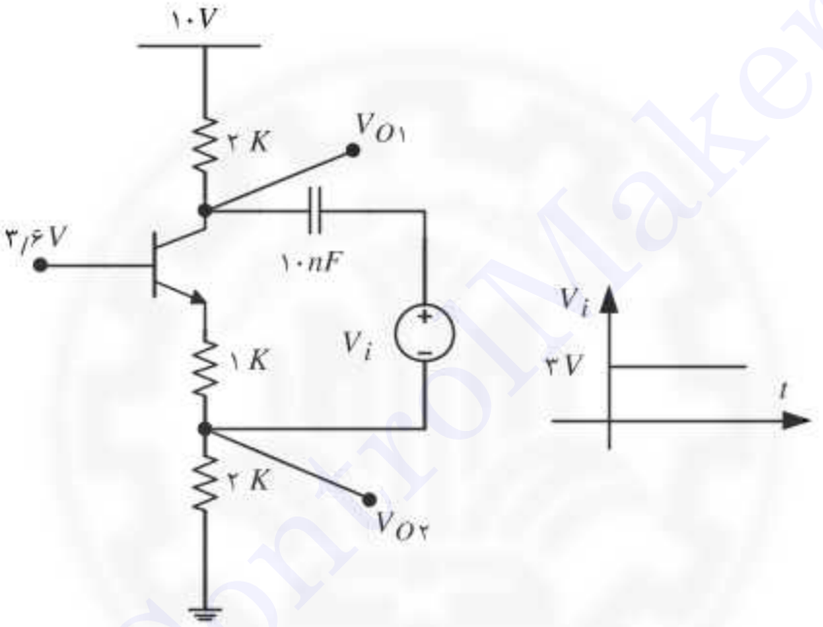
به نظر شما چگونه می‌توان درستی پاسخ به‌دست آمده را بررسی کرد؟

پاسخ: با محاسبه متوسط سیگنال در یک پریود و یافتن صفر بودن آن می‌توان به این مهم دست یافت. چون مدار بالا متوسط سیگنال را عبور نمی‌دهد.

---

۱۴. در مدار شکل مقابل $V_{O۲}(t)$ ، $V_{O۱}(t)$ را برای زمان‌های مثبت محاسبه و رسم کنید.

$$\beta=\infty \quad , \quad V_{BE}=۰/۶\ \text{V}$$



حل. ابتدا شرایط مدار را قبل از اعمال ورودی محاسبه می‌کنیم. در این شرایط خازن مدار باز بوده و به راحتی می‌توان نوشت:

$$I_C=\frac{۳/۶-۰/۶}{۱+۲}=۱\text{mA} \quad \Rightarrow V_{O۲}(۰^-)=۲\ \text{V}$$

$$V_{O۱}(۰^-)=۱۰-۲\times۱=۸\ \text{V} \quad , \quad V_{Cap}=۸-۲=۶\ \text{V}$$

حال در زمان $t=۰^+$ با توجه به $\beta=\infty$ می‌توان نوشت:

$$V_{O۱}(۰^+)-V_{O۲}(۰^+)=۳+V_{Cap}=۹\ \text{V}$$

و با توجه به صفر بودن جریان بیس ($\beta=\infty$) جریان‌های مقاومت‌های ۲ K با هم برابر

است به‌عبارت دیگر :

$$\frac{۱۰-V_{O۱}(۰^+)}{۲}=\frac{V_{O۲}(۰^+)}{۲} \quad \Rightarrow V_{O۱}(۰^+)+V_{O۲}(۰^+)=۱۰$$

از دو رابطهٔ اخیر به‌دست می‌آوریم:

$$V_{O۱}(۰^+)=۹/۵\ \text{V} \quad , \quad V_{O۲}(۰^+)=۰/۵\ \text{V}$$

حال معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول توصیف‌کننده این دو پاسخ را می‌نویسیم، برای این‌کار می‌توان نوشت:

$$\frac{۱۰-V_{O۱}(t)}{۲}=\frac{V_{O۲}(t)}{۲} \qquad (*)$$

$$\frac{۱۰-V_{O۱}(t)}{۲}=I_C(t)+I_{Cap}(t)=\frac{۳-V_{O۲}(t)}{۱}+۱۰\,\text{nF}\frac{d(V_{O۱}(t)-V_{O۲}(t))}{dt}$$

حال از رابطهٔ (*) در رابطهٔ اخیر قرار می‌دهیم و به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{V_{O۲}(t)}{۲}=\frac{۳-V_{O۲}(t)}{۱}+۱۰\,\text{nF}\frac{d(۱۰-V_{O۲}(t)-V_{O۲}(t))}{dt}$$

$$۲۰\,\text{nF}\frac{dV_{O۲}(t)}{dt}+\frac{۳}{۲}V_{O۲}(t)=۳ \Rightarrow V_{O۲}(\infty)=۲\ \text{V}$$

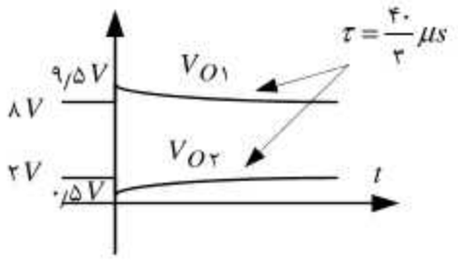
مقادیر ابتدایی و انتهایی $V_{O۲}(t)$ معلوم است و معادلهٔ دیفرانسیلی مرتبهٔ اول است پس کافی است که تنها ثابت زمانی را محاسبه کنیم. از روی معادلهٔ دیفرانسیل می‌توان دید که $\tau=\frac{۴۰}{۳}\mu\text{s}$.

به این ترتیب می‌نویسیم:

$$V_{O۲}(t)=V_{O۲}(\infty)-(V_{O۲}(۰)-V_{O۲}(\infty))e^{-t/\tau}$$

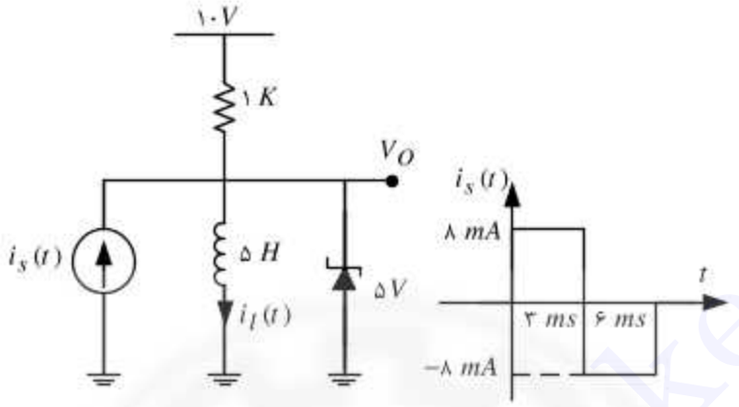
$$\Rightarrow V_{O۲}(t)=۲-(۰/۵-۲)\,e^{-t/\tau}=۲-۱/۵e^{-t/\tau}$$

$$V_{O۱}(t)=۱۰-V_{O۲}(t)=۸+۱/۵\,e^{-t/\tau}$$



۱۵. در مدار شکل زیر شکل موج‌های i_L ، V_O را محاسبه و رسم کنید.

$$V_D = ۰/۶\ \text{V}$$



حل. در $t < ۰$ منبع جریان ورودی صفر است و مدار در حالت پایدار به سر می‌رود بنابر این در $t = ۰^-$ داریم:

$$i_L(۰^-) = \frac{۱۰ - ۰}{۱\text{K}} = ۱۰\,\text{mA}$$

دراین شرایط دیود زنر نیز قطع است، دقت کنید که در حالت پایدار سلف اتصال کوتاه است. حال وقتی جریان ورودی به ۸ mA پرش می‌کند باید بررسی کنیم که زنر روشن می‌شود یا خیر؟ فرض می‌کنیم زنر روشن نشود در این صورت چون جریان سلف پرش نمی‌کند برای $V_O(۰^+)$ می‌توان نوشت:

$$\frac{V_O(۰^+) - ۱۰}{۱} - ۸ + i_L(۰^-) = ۰$$

$$\Rightarrow V_O(۰^+) = ۸\ \text{V} > ۵\ \text{V}$$

بنابراین زنر نمی‌تواند قطع بماند پس روشن می‌شود. در این شرایط داریم:

$$V_L = ۵\ \text{V} \ \Rightarrow\ i_L(t) = t + ۱۰$$

دقت کنید در این رابطه زمان را میلی‌ثانیه قرار داده و جریان میلی‌آمپر به‌دست می‌آید. به این ترتیب جریان سلف مدام در حال افزایش است. در $t = ۳\text{ms}$ جریان منبع جریان معکوس می‌شود زنر را قطع فرض می‌کنیم داریم:

$$V_O(۳^+\text{ms}) = ۱۰ - (۸ + ۱۳) \times ۱ = -۱۱\ \text{V} < -۰/۶\ \text{V}$$

پس زنر روشن می‌شود (در گرایش مستقیم). از این به بعد برای جریان سلف داریم:

$$i_L(t) = ۱۳ - \frac{۰/۶}{۵}(t - ۳\text{ms})$$

جریان را در $t = ۶\text{ms}$ حساب می‌کنیم خواهیم داشت:

$$i_L(۶\text{ms}) = ۱۳ - \frac{۰/۶}{۵}(۶\text{ms} - ۳\text{ms}) = ۱۲/۶۴\ \text{mA}$$

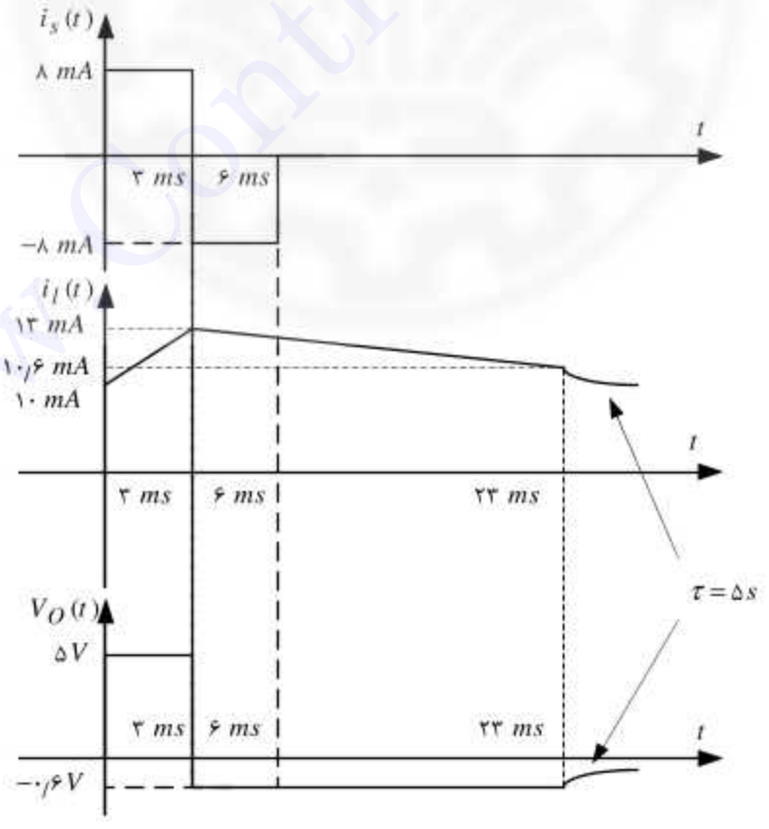
چون $۸ + ۱۲/۶۴ > ۱۰/۶$ پس دیود در ناحیهٔ مستقیم می‌ماند حال در $t = ۶\text{ms}$ منبع جریان قطع می‌شود در این زمان داریم:

$$i_L(۶^+\text{ms}) = ۱۲/۶۴\text{mA} > ۱۰/۶\text{mA}$$

پس بعد از قطع شدن منبع جریان نیز دیود روشن می‌ماند و ضابطهٔ جریان آن همان ضابطهٔ قبلی است با این شرح جریان دیود را محاسبه می‌کنیم:

$$i_L(t) = ۱۳ - \frac{۰/۶}{۵}(t - ۳\text{ms}) - \frac{۱۰ - (-۰/۶)}{۱} = ۰ \Rightarrow t = ۲۳\text{ms}$$

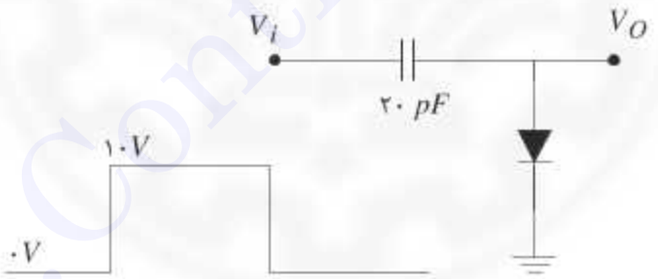
در این زمان دیود قطع شده و جریان سلف و ولتاژ خروجی هر یک با ثابت زمانی ۵ ثانیه به مقدار نهایی خود که همان مقادیرشان در زمان‌های منفی بوده است میل می‌کنند. شکل موج‌های مدار به‌صورت زیر است.



۲

حالات گذرا در قطع و وصل دیود و ترانزیستور

۱. در مدار شکل زیر $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه و رسم کنید. همچنین بار اضافی دیود $Q_D(t)$ را محاسبه و رسم کنید.



حل. با پرش ۱۰ V در ورودی، دیود روشن می‌شود و چون $V_D(on) = ۰$ پس ولتاژ خازن در $t = ۰$ جهش می‌کند، پس خازن جریان ضربه خواهد داشت.

$$V_C(t) = ۱۰u(t) \Rightarrow i_C(t) = C\frac{dV_C}{dt} = ۲۰۰\delta(t)\ \text{pA}$$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{\tau_D} = i_D = ۲۰۰\ \text{pA}\,\delta(t)$$

$$Q(۰^-) = ۰$$

برای محاسبه پاسخ معادلهٔ بالا، ابتدا پاسخ پله را محاسبه می‌کنیم.

یعنی فرض می‌کنیم ورودی $۲۰۰\ ^{pA}u(t)$ است. حال چون مدار مرتبهٔ اول است و ورودی پله و ثابت، پس:

$$Q(\infty)=\tau_D\times ۲۰۰\ ^{pA}$$

$$\delta(t)=Q_D(t)=\tau_D\times ۲۰۰\ ^{pC}(۱-e^{-\frac{t}{\tau_D}})$$

$$\Rightarrow h(t)=Q_D(t)=\frac{d\delta(t)}{dt}=۲۰۰\ ^{pC}e^{\frac{-t}{\tau_D}}$$

$$۲۰۰\ ^{pA}\delta(t)$$

برای $t\geq ۰$ جریان مدار صفر است، پس:

$$Q_D(۱/۵\mu s)=۲۰۰\ ^{pC}e^{-۱/۵}=۴۴/۶۲\ \ pC$$

حال در $t=۱/۵\mu s$ ولتاژ ورودی به صفر سقوط می‌کند. پس حامل اضافی مانده در دیود به خازن رانده می‌شود. چون سقوط ۱۰ V است دیود قطع می‌شود. چون اگر روشن بماند آنگاه $\Delta V_C=۱۰$ و $\Delta Q_C=۱۰\times ۲۰\ ^{pC}>۴۴/۶\ pC$، پس دیود قطع می‌شود. حال فرض کنیم ولتاژ در $t=۱/۵\mu s$ برابر V_O باشد. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta Q_C=Q_D+Q_{CD}$$

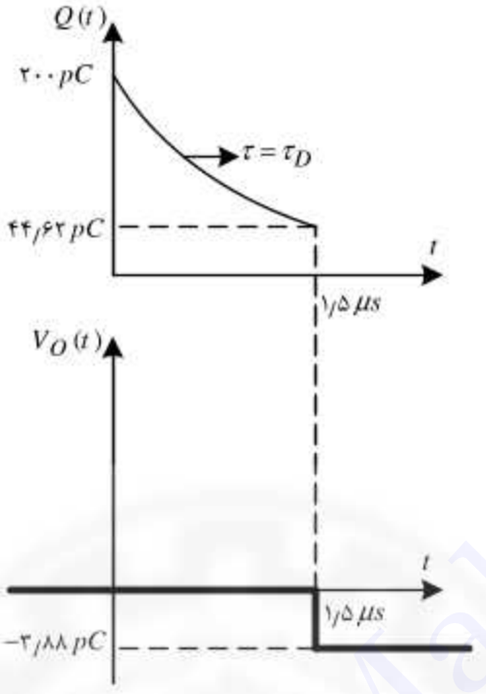
$$C\left[V(۰^-)-V(۰^+)\right]=Q_D(۱/۵\mu s)+C_D\left[V(۰^-)-V(۰^+)\right]$$

$$V_C(۰^-)=۱۰ \qquad V_C(۰^+)=۰-V_O=-V_O$$

$$V_D(۰^+)=V_O \qquad V_D(۰^-)=۰$$

$$\Rightarrow ۲۰\,pF\left[۱۰-(-V_O)\right]=۴۴/۶۲pF+۲۰\times(۰-V_O)$$

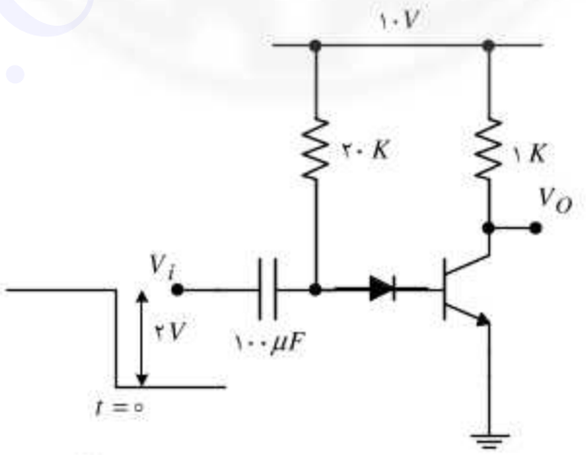
$$\Rightarrow V_O=-۳/۸۸\ V$$



---

۲. در مدار شکل زیر ولتاژ خروجی را برای همه زمانهای مثبت محاسبه کنید.

$$\tau_D = ۴\text{ns} \quad , \quad \tau_c = ۰/۲\text{ns}$$
$$C_D = ۰/۵\text{pF} \quad , \quad \tau_s = ۱۰\text{ns}$$
$$V_{CS} = ۰ \quad , \quad C_c = C_e = ۰$$
$$V_{BE} = V_D = ۰/۶\text{V} \quad , \quad \beta = ۱۰۰$$



چون خازن ۱۰۰ μF خیلی بزرگ است از شارژ و دشارژ شدن آن صرف‌نظر می‌کنیم.

$$I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_D}{R_B} = \frac{۱۰ - ۰/۶ - ۰/۶}{۲۰\text{K}\Omega} = \frac{۸/۸}{۲۰\text{K}\Omega} = ۰/۴۴\text{ mA}$$

با فرض خطی‌بودن ترانزیستور داریم:

$$I_C = \beta I_B = ۱۰۰ \times ۰/۴۴ = ۴۴ \text{ mA}$$
$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C \rightarrow V_{CE} = ۱۰ - ۱ \times ۴۴$$

پس $V_{CE} \langle V_{CS}$ ترانزیستور اشباع بوده و فرض خطی نادرست است می‌توان نوشت:

$$V_{CE} = V_{CS} = ۰ \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} = \frac{۱۰ - ۰}{۱\text{K}} = ۱۰ \text{ mA}$$
$$Q_{XS} = \tau_s \left(I_B - I_{BA}\right) = ۱۰\text{ns}\left(۰/۴۴ - ۰/۱\right) mA = ۳/۴ \text{ pC}$$
$$Q_{BA} = \tau_B I_{BA} = \beta \tau_C I_{BA} = ۱۰۰ \times ۰/۲ \times ۰/۱ = ۲ \text{ pC}$$
$$Q_D = \tau_D I_D = ۴ \times ۰/۴۴ = ۱/۷۶ \text{ pC} \simeq ۱/۸ \text{ pC}$$
$$Q_{XC} + Q_{BA} \rangle Q_D$$

پس دیود کاملاً تخلیه می‌شود. ترانزیستور خاموش شده و در ناحیهٔ معکوس فرو می‌رود. حال فرض می‌کنیم ترانزیستور روشن باشد.

$$Q_{DT} = Q_D + Q_{CD} = ۱/۸ + ۰/۵ \times \Delta V = ۱/۸ + ۰/۵ = ۲/۸ \text{ pC}$$

از آنجا که $Q_{XS} + Q_{BA} > Q_D + Q_{CD}$، ترانزیستور روشن می‌ماند و فرض ما تأیید می‌شود.

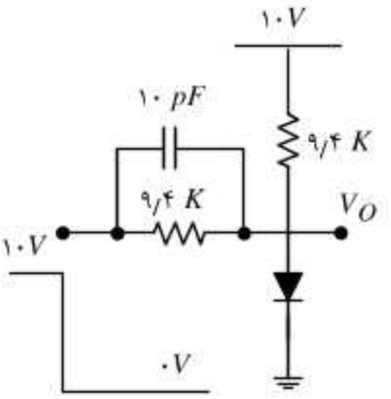
$$Q_B\left(o^+\right) = Q_{xs} + Q_{BA} - \left(Q_D + Q_{CD}\right) = ۳/۴ + ۲ - \left(۱/۸ + ۱\right) = ۲/۶ \text{ pC}$$

با توجه به اینکه $Q_B(۰^+) > Q_{BA}$، ترانزیستور از اشباع خارج نمی‌شود.
در $t > ۰$ با مداری مواجه هستیم که در آن خازن C_D تخلیه می‌شود و پس از مدتی دیود روشن می‌شود و مدار به حالت پایدار برمی‌گردد. در تمام این مدت $Q_B \rangle Q_{BA}$ و ترانزیستور در اشباع است لذا خروجی برای تمام زمانها برابر V_{CS} است.

---

۳. در مدار شکل زیر ولتاژ خروجی را برای همه زمانها محاسبه و رسم کنید.

$$V_D = ۰/۶ \text{ V}$$
$$C_D = ۲۰ \text{ pF}$$
$$\tau_D = ۱۰ \text{ ns}$$



حل.

$$V_O = ۰/۶ \rightarrow I_D = \frac{۱۰ - ۰/۶}{۹۴} + \frac{۱۰ - ۰/۶}{۹/۴} = ۲\ \text{mA}$$

$$Q(۰^-) = \tau_D I_D = ۱۰\,\text{ns} \times ۲\,\text{mA} = ۲۰\ \text{pC}$$

حال در $t = ۰^+$ ورودی پالس اعمال می‌شود. چون حلقهٔ خازنی داریم بارها پرش خواهند داشت. دو حالت در نظر می‌گیریم.

الف) $\Delta Q_C > Q(۰^-)$

ب) $\Delta Q_C \leq (۰)$

در حالت اول دیود قطع شده ولتاژ خروجی از V_D کمتر خواهد شد. در حالت دوم ولتاژ خروجی همچنان $V_D\,(on)$ خواهد بود تا زمان تخلیهٔ کامل بار.

فرض می‌کنیم بارها کاملاً تخلیه نشوند.

$$\Delta Q_C = C\,\Delta V_C = ۱۰\,\text{pF}(۹/۴ - (-۰/۶)) = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰\ \text{pC}$$

$\Delta Q_C > Q(۰^-)$ پس بار دیود کاملاً تخلیه می‌شود پس ولتاژ خروجی را مجهول در نظر می‌گیریم.

$$\Delta Q_C = C\,\Delta V_C = ۱۰\,\text{pF}\left[\left(۱۰ - ۰/۶\right) - (۰ - V_O)\right] = ۱۰(V_O + ۹/۴)\text{pC}$$

$$\Delta Q_{CD} = C_D\,\Delta V_D = ۲۰\,\text{pF}(۰/۶ - V_O)\text{pC}$$

$$Q(۰^-) = ۲۰\,\text{pC}$$

$$\Delta Q_C = Q(۰^-) + \Delta Q_{CD} \Rightarrow ۲۰\,\text{pC} + ۱۲\,\text{pC} - ۲۰V_D = ۹۴ + ۱۰V_O$$

$$\Rightarrow V_O = -۲/۱$$

حال در $t > ۰$ با مدار زیر مواجه هستیم و خروجی با ثابت زمانی τ به مقدار نهایی خود می‌رود.

$$\tau = R_T C_T = \left(۹/۴ \| ۹/۴\right)\left(۱۰\,\text{pF} \| ۲۰\,\text{pF}\right)$$

$$\tau = ۴/۷ \times ۳۰ = ۱۴/۱\ \mu\text{s}$$

$$t > ۰ \rightarrow \begin{cases} V_O(۰^+) = -۲/۱ \rightarrow V_O(t) = ۵ + (-۲/۱ - ۵)e^{-t/\tau} \\ V_O(\infty) = ۵\ \text{V} \rightarrow V_O(t) = ۵ - ۷/۱ e^{-t/۱۴/۱} \end{cases}$$

V_O باید به مقدار نهایی ۵ ولت برسد ولی در ۰/۶ ولت، دیود روشن شده و $V_O = ۰/۶\ \text{V}$ ثابت می‌ماند.

$$V_O(t_o) = ۰/۶ \rightarrow ۰/۶ = ۵ - ۷/۱ e^{-t/۱۴/۱} \rightarrow t_o = -۱۴/۱ \ln \frac{۴/۴}{۷/۱}$$

$$t_o = ۶/۷۵\mu\text{s}$$

---

۴. مدار شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) ولتاژ ورودی با $\Delta V = ۲^{۲}$ ضابطه $V_O(t)$ را برای $t \geq ۰$ محاسبه کنید.

ب) ΔV را به‌گونه‌ای انتخاب کنید که $V_O(t)$ به‌صورت پله باشد.

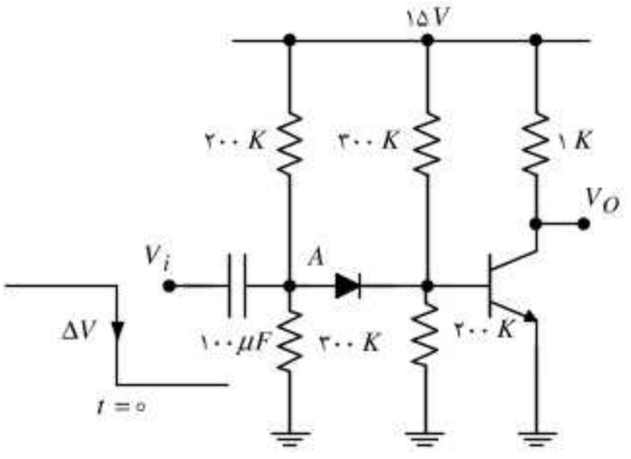
$$V_D = V_{BE} = ۰/۶\ \text{V}$$

$$\tau_C = ۰/۲\text{ns} \qquad \tau_D = ۴\text{ns}$$

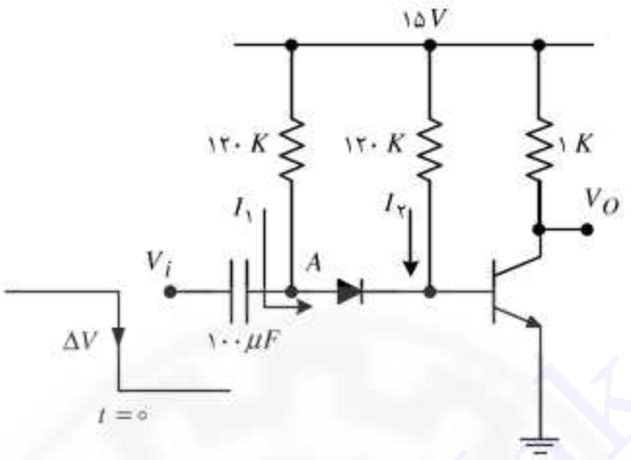
$$\tau_S = ۱۰\text{ns} \qquad C_D = ۰/۵\text{pF}$$

$$C_C = C_C = ۰ \qquad C = ۱۰۰\,\mu\text{F}$$

$$\beta = ۱۰۰ \qquad V_{CS} = ۰$$



حل. در نقاط A و B از مدار معادل تونن برای مقاومت‌های وصل شده استفاده می‌کنیم، شکل زیر را خواهیم داشت.



مدار را در $t = ۰^-$ تحلیل می‌کنیم خواهیم داشت.

$$I_۱ = \frac{q - V_D - V_{BE}}{۱۲۰\text{K}} = \frac{q - ۰/۶ - ۰/۶}{۱۲۰k} = ۰/۰۶۵ \text{ mA}$$

$$I_۲ = \frac{۶ - V_{BE}}{۱۲۰۰} = \frac{۶ - ۰/۶}{۱۲۰} = ۰/۰۴۵ \text{ mA}$$

$$I_B = I_۱ + I_۲ = ۰/۰۶۵ + ۰/۰۴۵ = ۰/۱۱ \text{ mA}$$

$$I_{CS} = \frac{۱۵ - ۰}{۲\text{K}} = ۷/۵ \text{ mA} \qquad \beta I_B = ۱۰۰ \times ۰/۱۱ \rangle ۷/۵ \text{ mA}$$

پس ترانزیستور در اشباع است. حال بارهای اضافی مختلف در بیس را محاسبه می‌کنیم.

$$Q_{XS}(۰^-) = \tau_S \left(I_B - \frac{I_{CS}}{\beta} \right) = ۱۰ \left(۰/۱۱ - \frac{۷/۵}{۱۰۰} \right) = ۰/۳۵ \text{ pC}$$

$$Q_{BA}\left(۰^-\right) = \tau_S . I_{CS} = ۰/۲ \times ۷/۵ = ۱/۵ \text{ pC}$$

$$Q_B = Q_{XS} + Q_{BA} = ۱/۵ + ۰/۳۵ = ۱/۸۵ \text{ pC}$$

جریان دیود همان $I_۱$ است پس:

$$Q_D\left(۰^-\right) = \tau_D I_D = ۴ \times ۰/۰۶۵ = ۰/۲۶ \text{ pC}$$

حالی وقتی پلهٔ ۲ V به‌صورت معکوس در ورودی اتفاق می‌افتد حالت‌های زیر ممکن است اتفاق بیفتد (در $t = ۰^+$)

الف) ترانزیستور و دیود روشن بمانند.

ب) ترانزیستور روشن بماند و دیود قطع شود.

ج) هر دو قطع بشوند.

چون $Q_B \rangle Q_D$ حالت دیود روشن و ترانزیستور قطع اتفاق نمی‌افتد.

(دقت کنید که این تغییر ولتاژ در یک حلقهٔ خازنی اتفاق می‌افتد شامل خازن، V_D و V_{BE}، که این دو اگر روشن باشند منبع ولتاژ و اگر خاموش باشند خازن هستند. ما فرض می‌کنیم که ترانزیستور روشن و دیود قطع شود و سپس آن را تأیید می‌کنیم در این صورت باید میزان باری را که از Q_B کم می‌شود حساب کنیم. وقتی ترانزیستور روشن باشد V_{BE} ثابت است پس $\Delta Q_B = Q_D + C_D.\Delta V$ (همه ΔV به سر دیگر دیود یا همان C_D اعمال می‌شود).

$$\Delta Q_B = ۰/۲۶ + ۰/۵ \times ۲ = ۱/۲۶ \text{ pC}$$

$$Q_B\left(۰^+\right) = Q_B\left(۰^-\right) - \Delta Q_B = ۱/۸۵ - ۱/۲۶ = ۰/۵۹ \text{ pC}$$

$$Q_B\left(۰^+\right) = \tau_C . I_C\left(۰^+\right) \Rightarrow I_C\left(۰^+\right) = \frac{۰/۵۹}{۰/۲} = ۲/۹۵ \text{ mA}$$

$$\Rightarrow V_O\left(۰^+\right) = ۱۵ - ۲ \times ۲/۹۵ = ۹/۱ \text{ V}$$

برای $t \geq ۰$ داریم:

$$I_B = I_۲ \Rightarrow I_C(\infty) = \beta I_۲ = ۱۰۰ \times ۰/۰۴۵$$

$$\Rightarrow V_O(\infty) = ۱۵ - ۲ \times ۴/۵ = ۶ \text{ V}$$

$$\tau = \tau = \beta \tau_C = ۲۰ \text{ ns}$$

در محاسبات بالا چون $Q_B\left(۰^+\right) \rangle ۰$، پس فرض ما درست است. اگر ΔV خیلی کوچک‌تر شود فرض (الف) درست می‌شود. اگر ΔV خیلی بزرگ‌تر شوند به سمت (ج) می‌رویم.

ب) برای اینکه پاسخ به‌صورت پله باشد باید داشته باشیم

$$I_C\left(0^+\right)=\beta I_B\left(0^+\right)$$

$$\Delta Q_B=Q_B\left(0^-\right)-I_2\times\beta\tau_C=1.85-0.045\times 20=0.95\ \text{pC}$$

$$Q_D+C_D\Delta V=\Delta Q_B$$

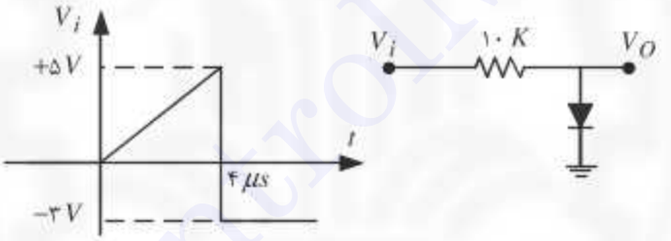
$$\Delta V=\frac{\Delta Q_B-Q_D}{C_D}$$

$$\Delta V=\frac{0.95-0.26}{0.5}=1.38\ \text{V}$$

---

۵. در مدار شکل زیر ولتاژ خروجی و بار اقلیت اضافی داخل دیود را برحسب زمان محاسبه و رسم کنید.

$$V_D=0\quad,\quad C_D=10\ \text{pF}\quad,\quad \tau_D=1\ \mu\text{s}$$



حل. می‌دانیم که برای زمانهای $0\le t\le 4\ \mu\text{s}$ دیود روشن است.

برای جریان آن می‌توان نوشت:

$$V_i(t)=\frac{5}{4\times 10^{-6}}t=1.25\times 10^{6}t$$

$$\Rightarrow I_D(t)=\frac{V_i(t)}{10\text{K}}\Rightarrow I_D(t)=1.25\times 10^{5}t\,(\text{mA})$$

بدیهی است که مادامی که دیود روشن است، داریم: $V_O=0$.

حال باید معادلهٔ دیفرانسیل زیر را برای بار اضافی داخل دیود حل کنیم:

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{dQ}{\tau_D}=I_o t\quad,\quad I_O=1.25\times 10^{5}\ \text{mA}$$

$$Q(0)=0$$

برای حل این معادله می‌توان از روشهای مختلف استفاده کرد که در اینجا از تبدیل لاپلاس استفاده می‌شود خواهیم داشت:

$$Q(s)(s+\frac{۱}{\tau_D})=\frac{I_o}{s^۲}\Rightarrow Q(s)=\frac{I_o}{s^۲(s+\frac{۱}{\tau_D})}=I_o\tau_D[\frac{-\tau_D}{s}+\frac{۱}{s^۲}+\frac{\tau_D}{(s+\frac{۱}{\tau_D})}]$$

$$Q(t)=I_o\tau_D^۲(-۱+e^{-\frac{t}{\tau_D}})+I_o\tau_D t$$

$$=۱۰۲۵\times۱۰^۵\,\text{mA}\times۱\mu\text{s}\times۱\mu\text{s}(-۱+e^{-\frac{t}{\tau_D}})+۱/۲۵\times۱۰^۵\,\text{mA}\times۱\mu\text{s}\times t$$

$$Q(t)=۰/۱۲۵(-۱+e^{-\frac{t}{\tau_D}})+۱/۲۵\times۱۰^۵ t\,(\text{nC})$$

حال باید میزان بار الکتریکی را در زمان $t=۴\,\mu\text{s}$ محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$Q(۴\mu\text{s})=۰/۱۲۵(-۱+e^{-۴})+۱/۲۵\times۱۰^۵\times۴\times۱۰^{-۶}\,(\text{nC})=۰/۳۷۷\ \text{nC}$$

در زمان $t=۴\,\mu\text{s}$ ولتاژ ورودی منفی شده ولی دیود تا زمانی که بار اضافی دارد روشن می‌ماند. بنابراین برای زمانهای بیش از ۴ μs می‌توان نوشت:

$$I_D(t)=\frac{-۳-۰}{۱۰}=-۳\text{mA}$$

حال باید معادلهٔ دیفرانسیل بار را برای زمانهای $t\geq۴\mu\text{s}$ حل کنیم با توجه به اینکه ولتاژ ورودی ثابت است داریم:

$$Q(۴\mu\text{s})=۰/۳۷۷\text{nC}\quad,\quad Q(\infty)=-۳\text{mA}\times۱\mu\text{s}=-۳\text{nC}$$

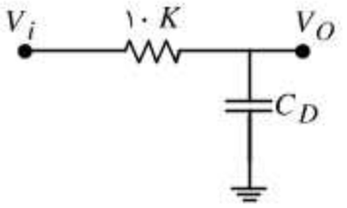
$$Q(t)=Q(\infty)+[Q(۴\mu\text{s})-Q(\infty)]e^{-\frac{t-۴\mu\text{s}}{\tau_D}}=-۳+[۰/۳۷۷-(-۳)]e^{-\frac{t-۴\mu\text{s}}{\tau_D}}$$

$$Q(t)=-۳+۳/۳۷۷e^{-\frac{t-۴\mu\text{s}}{\tau_D}}$$

تا زمانی‌که بار بزرگ‌تر از صفر است دیود روشن بوده و روابط بالا معتبر هستند، پس زمانی را محاسبه می‌کنیم که بار صفر شود. خواهیم داشت:

$$Q(t)=۰\Rightarrow t=۴/۱۱۸\ \mu\text{s}$$

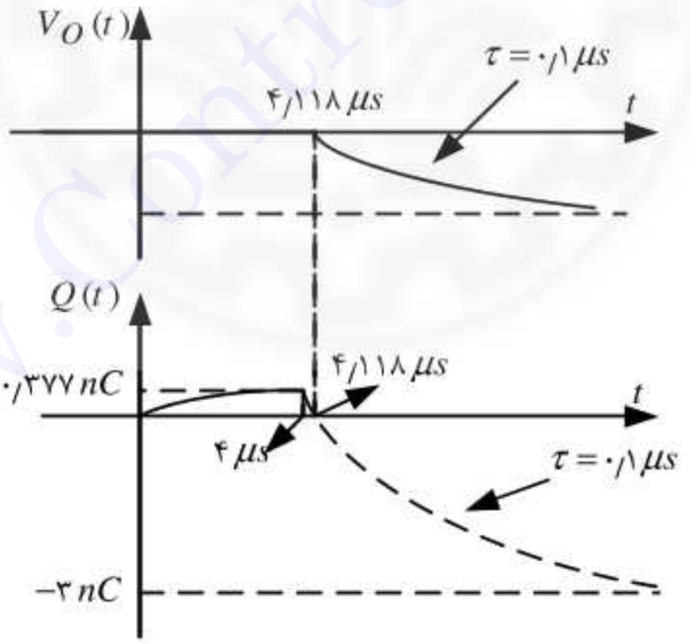
از این زمان به بعد دیود قطع شده و مدل آن یک خازن $C_D = ۱۰\,\text{pF}$ است. بنابراین مدار زیر را خواهیم داشت:



به راحتی می‌توان معادله ولتاژ خروجی را نوشت:

$$V_O(t) = -۳(۱-e^{-\frac{t-۴/۱۱۸\mu s}{RC_D}}) = -۳(۱-e^{-\frac{t-۴/۱۱۸\mu s}{۰/۱\mu s}})$$

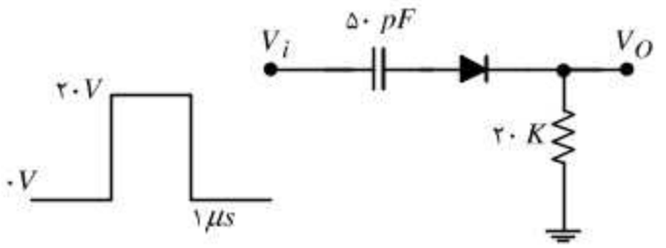
شکل زیر تغییرات بار و ولتاژ خروجی را برای زمانهای مثبت نشان می‌دهد.



---

۶. در مدار شکل زیر ولتاژ خروجی را دقیقاً محاسبه و رسم کنید.

$$V_D = ۰ \quad , \quad C_D = ۲۰\ \text{pF} \quad , \quad \tau_D = ۱\ \mu\text{s}$$



حل. در $t = ۰^+$ چون خازن خالی است جریان به‌وجود آمده و دیود روشن خواهد شد و به‌صورت اتصال کوتاه عمل می‌کند. بنابراین برای جریان آن خواهیم داشت:

$$I_D(t) = I_D(۰^+)e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{۲۰\ \text{V}}{۲۰\ \text{K}}e^{-\frac{t}{۵۰\text{pF}\times ۲۰\text{K}}} = e^{-\frac{t}{۱\mu\text{s}}}(\text{mA})$$

$$\Rightarrow V_O(t) = ۲۰e^{-\frac{t}{۱\mu s}} \qquad ۰ \le t \le ۱\mu\text{s}$$

حال تغییرات بار اضافی داخل دیود ناشی از این جریان را محاسبه می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{dQ}{\tau_D} = ۱\text{mA}\times e^{-\frac{t}{۱\mu\text{s}}}$$
$$Q(۰) = ۰$$

به راحتی می‌توان این معادله را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کرد. پاسخ این معادلهٔ دیفرانسیل با توجه به $\tau_D = ۱\mu\text{s}$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Q(t) = ۱\text{mA}\times te^{-\frac{t}{۱\mu\text{s}}}$$

برای ادامه لازم است که مقدار بار داخل دیود و ولتاژ خروجی را در $t = ۱\ \mu\text{s}$ محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$Q(۱^-\ \mu\text{s}) = ۰/۳۶۷\text{nC} \quad , \quad V_O(۱^-\ \mu\text{s}) = ۲۰e^{-۱} = ۷/۳۵\ \text{V}$$

ولتاژ ورودی در $t = ۱^+\mu\text{s}$، به اندازه ۲۰ V سقوط می‌کند با توجه به اینکه در این مدار ولتاژ خازن پرش نمی‌کند، خواهیم داشت:

$$V_O(۱^+\mu\text{s}) = ۷/۳۵ - ۲۰ = -۱۲/۶۵\ \text{V}$$

$$V_O(t) = -۱۲/۶۵e^{-\frac{t-۱\mu\text{s}}{۱\mu\text{s}}} \qquad t \ge ۱\mu\text{s} \Rightarrow I_D(t) = -۰/۶۳۵e^{-\frac{t-۱\mu\text{s}}{۱\mu\text{s}}}$$

این رابطه تا زمانی برقرار است که دیود روشن باشد برای بررسی روشن بودن دیود، بار اضافی داخل آن را محاسبه می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{dQ}{\tau_D}=۰/۶۳۵\text{mA}\times e^{-\frac{t-۱\mu s}{۱\mu s}}$$
$$Q(۱\mu s)=۰/۳۶۷\text{nC}$$

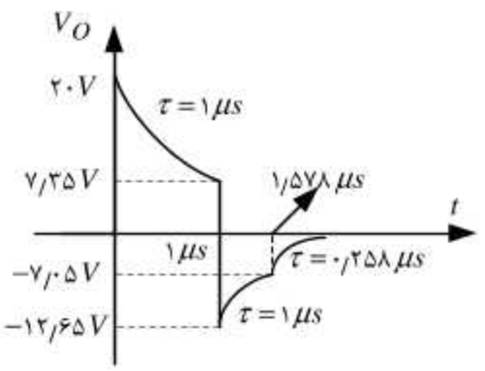
برای حل می‌توان موقتا محور زمان را به اندازه ۱ μs شیفت داد و راحتتر پاسخ را نوشت و سپس در پاسخ به‌دست آمده شیفت زمان را جبران کرد در هر حال خواهیم داشت:

$$Q(t)=(-۰/۶۳۵\text{mA}\times t+۰/۳۶۷\text{nC})e^{-\frac{t-۱\mu s}{۱\mu s}}$$

حال باید زمانی را محاسبه کنیم که بار اضافی در دیود صفر است برای این منظور خواهیم داشت:

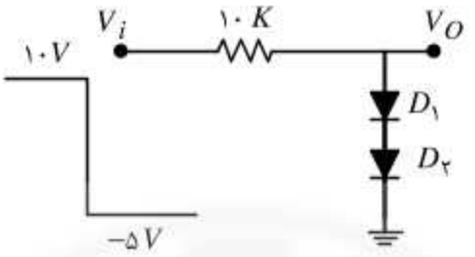
$$Q(t)=۰\Rightarrow t=۱/۵۷۸\mu s$$
$$V_O(۱/۵۷۸\mu s)=۷/۰۵\ \text{V}$$

از این زمان به بعد، مدل دیود به‌صورت یک خازن است و ولتاژ خروجی در یک مدار RC با ثابت زمانی $\tau=R(\frac{CC_D}{C+C_D})=۰/۲۸۵\ \mu s$ به سمت مقدار نهایی خود که صفر است میل می‌کند. شکل زیر منحنی ولتاژ خروجی را نشان می‌دهد.



۷. در مدار شکل زیر ولتاژ خروجی را محاسبه و رسم کنید.

$$V_{D۱} = V_{D۲} = ۰$$
$$C_{D۱} = ۳۰\,\text{pF} \quad , \quad C_{D۲} = ۶۰\,\text{pF}$$
$$\tau_{D۱} = ۱\mu\text{s} \quad , \quad \tau_{D۲} = ۳\mu\text{s}$$



حل. ابتدا شرایط مدار را برای زمانهای قبل از تغییر وضعیت محاسبه می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$i_{D۱}(۰^-) = i_{D۲}(۰^-) = \frac{۱۰ - ۰}{۱۰\text{K}} = ۱\ \text{mA}$$

$$Q_{D۲}(۰^-) = i_{D۲}(۰^-)\tau_{D۲} = ۳\ \text{nC}$$

$$Q_{D۱}(۰^-) = i_{D۱}(۰^-)\tau_{D۱} = ۱\ \text{nC}$$

حال وقتی که ولتاژ ورودی به ۵− V سقوط می‌کند، دیودها در زمانهای اولیه روشن خواهند بود و خواهیم داشت.

$$i_{D۱}(۰^+) = i_{D۲}(۰^+) = \frac{-۵ - ۰}{۱۰\text{K}} = -۰/۵\ \text{mA}$$

بارهای اقلیت داخل دیودها با جریان جدید و با دینامیک مرتبهٔ اول به سمت مقادیر زیر میل خواهند کرد:

$$Q_{D۲}(\infty) = i_{D۲}(۰^+)\tau_{D۲} = -۱/۵\ \text{nC}$$

$$Q_{D۱}(\infty) = i_{D۱}(۰^+)\tau_{D۱} = -۰/۵\ \text{nC}$$

$$Q_{D۱}(t) = -۰/۵ + [۱ - (-۰/۵)]e^{-\frac{t}{۱\mu\text{s}}} = -۰/۵ + ۱/۵e^{-\frac{t}{۱\mu\text{s}}}$$

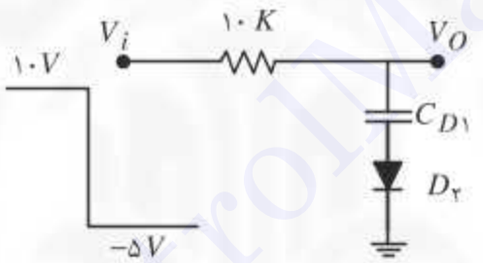
$$Q_{D۲}(t) = -۱/۵ + [۳ - (-۱/۵)]e^{-\frac{t}{۳\mu\text{s}}} = -۱/۵ + ۴/۵e^{-\frac{t}{۳\mu\text{s}}}$$

حال زمانهایی را محاسبه می‌کنیم که دیودها خاموش می‌شوند یعنی بارهای اقلیت داخل آنها صفر می‌شود پس:

$$Q_{D۱}(t)=۰ \quad \Rightarrow t_۱=۱/۰۹۸۶\ \mu s$$
$$Q_{D۲}(t)=۰ \quad \Rightarrow t_۲=۳/۲۹۵\ \mu s$$

با این نتایج معلوم می‌شود که ابتدا دیود $D_۱$ خاموش می‌شود یعنی از زمان $t_۱$ به بعد دیود $D_۱$ به‌صورت خازن $C_{D۱}$ عمل می‌کند.

مدار به‌صورت زیر خواهد بود:



$$Q_{D۲}(t_۱)=۱/۶۲۰\ \text{nC}$$

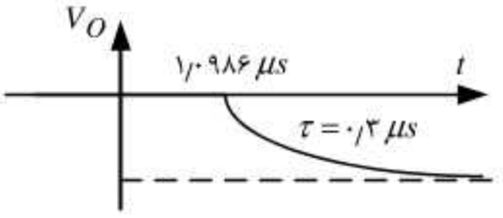
برای جریان مدار خواهیم داشت:

$$i_{D۲}(t)=-۰/۵e^{-\frac{t-t_۱}{۱۰K\times C_{D۱}}}=-۰/۵e^{-\frac{t-t_۱}{۰/۳\mu s}}$$

در ادامه باید معادلهٔ دیفرانسیل زیر را حل کنیم:

$$\Rightarrow Q_۲(t)=۱/۴۵۳e^{-\frac{t-t_۱}{۳\mu s}}+۰/۱۶۷e^{-\frac{t-t_۱}{۰/۳\mu s}}$$
$$\frac{dQ_۲(t)}{dt}+\frac{Q_۲}{\tau_{D۲}}=-۰/۵e^{-\frac{t-t_۱}{۰/۳\mu s}}$$
$$Q_۲(t_۱)=۱/۶۲۰\ \text{nC}$$

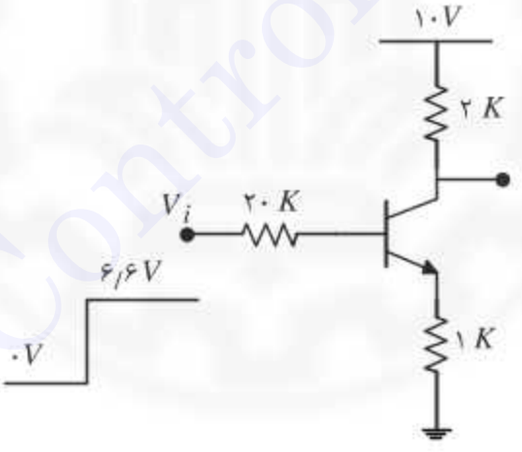
حال زمانی را محاسبه می‌کنیم که بار دیود $D_۲$ صفر شود، با توجه به ضابطهٔ به‌دست آمده، بدیهی است که بار داخل دیود هرگز صفر نخواهد شد و مدار همان مدار RC باقی خواهد ماند. پس شکل موج ولتاژ خروجی به‌صورت شکل زیر است:



---

۸. در مدار شکل زیر ضابطهٔ زمانی ولتاژ خروجی را محاسبه و رسم کنید.

$$C_C = C_C = ۰$$
$$\tau_C = ۰/۲\ \text{ns} \quad , \quad \beta = ۱۰۰$$
$$V_{BE} = ۰/۶\ \text{V} \quad , \quad V_{CS} = ۰$$



حل. بدیهی است که ترانزیستور به سمت روشن‌شدن پیش می‌رود. در اینجا بررسی می‌کنیم که در نهایت و در زمانی که مدار به حالت پایدار خود می‌رسد ترانزیستور اشباع است یا خطی؟ به همین منظور مدار را در حالت پایدار حل می‌کنیم. با توجه به مقاومت کوچک در بیس احتمال اشباع بودن بیشتر است پس ترانزیستور را اشباع در نظر می‌گیریم، داریم:

$$۱۰ - ۲\times I_C - ۰ - ۱\times(I_B + I_C) = ۰$$
$$۶/۶ - ۰/۶ - ۲۰\times I_B - ۰ - ۱\times(I_B + I_C) = ۰$$
$$\Rightarrow I_B = ۱/۶\,\text{mA} \quad , \quad I_C = ۲/۸\,\text{mA} \quad \Rightarrow V_O = ۴/۴\ \text{V}$$

با توجه به اینکه $I_C < \beta I_B$ اشباع بودن ترانزیستور محرز است. بنابراین در فرایند روشن‌شدن، ترانزیستور ابتدا خطی شده و در نهایت اشباع می‌شود. بدیهی است که در زمانهای اولیه بعد از اعمال پالس ورودی جریان کلکتور پرش نمی‌کند و ترانزیستور در ناحیهٔ خطی است. بنابراین معادلهٔ ناحیه خطی جریان بیس و جریان کلکتور را به‌صورت زیر به هم مربوط می‌کند.

$$\frac{dI_C}{dt} + \frac{I_C}{\tau_b} = \frac{I_B}{\tau_c}$$

در اینجا باید به‌گونه‌ای به کمک این معادله، معادله‌ای برای ارتباط V_i و V_O به‌دست آوریم. برای این منظور می‌نویسیم:

$$V_O = ۱۰ - ۲I_C$$
$$V_i = ۲۰I_B + ۰/۶ + (I_B + I_C) = ۲۱I_B + ۰/۶ + I_C$$

از این روابط به‌دست می‌آوریم:

$$I_C = \frac{۱۰ - V_O}{۲}$$

$$I_B = \frac{V_i - I_C - ۰/۶}{۲۱} = \frac{V_i - \frac{۱۰ - V_O}{۲} - ۰/۶}{۲۱} = \frac{۲V_i + V_O - ۵/۶}{۴۲}$$

حال این روابط را در معادلهٔ ناحیه خطی ترانزیستور قرار داده و معادله به‌دست آمده را مرتب می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{dV_O}{dt} + V_O\left(\frac{۱}{\tau_b} + \frac{۱}{۲۱\tau_c}\right) = \frac{۱۰}{\tau_b} + \frac{۵/۶ - ۲V_i}{۲۱\tau_c}$$
$$V_O(۰) = ۱۰ \text{ V}$$

این معادله دیفرانسیل مرتبهٔ اول است و ثابت زمانی پاسخ به‌راحتی از روی معادله به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\tau = \frac{۱}{\frac{۱}{\tau_b} + \frac{۱}{۲۱\tau_c}} = \frac{۲۱\tau_c\tau_b}{۲۱\tau_c + \tau_b} = \frac{۲۱\beta\tau_c}{۲۱ + \beta} = ۳/۴۷ \text{ ns}$$

مقدار نهایی ولتاژ خروجی را نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V_O(\infty)=\frac{\frac{۱۰}{\tau_b}+\frac{۵/۶-۲V_i}{۲۱\tau_c}}{\frac{۱}{\tau_b}+\frac{۱}{۲۱\tau_c}}=\tau(\frac{۱۰}{\tau_b}+\frac{۵۶-۲V_i}{۲۱\tau_c})$$

$$=۳۴۷(\frac{۱۰}{۱۰۰\times ۰/۲}+\frac{۵/۶-۲\times ۶/۶}{۲۱\times ۰/۲})=-۴/۵۴\ \text{V}$$

با این شرح می‌توان معادلهٔ ولتاژ $V_O(t)$ را نوشت، خواهیم داشت:

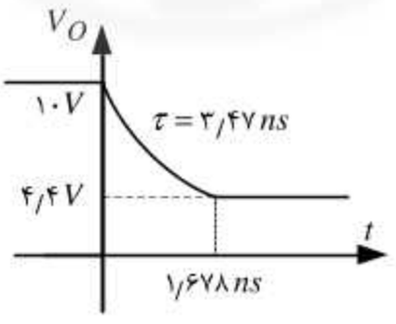
$$V_O(t)=V_O(\infty)+[V_O(۰)-V_O(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=-۴/۵۴+[۱۰-(-۴/۵)]e^{-\frac{t}{\tau}}=-۴/۵۴+۱۴/۵e^{-\frac{t}{\tau}}$$

با توجه به محاسبات حالت پایدار که در اول انجام شد زمانی ترانزیستور اشباع می‌شود که $V_O(t)=۴/۴\ \text{V}$ پس:

$$V_O(t)=۴/۴\ \text{V}\Rightarrow -۴/۵۴+۱۴/۵e^{-\frac{t}{\tau}}=۴/۴\ \text{V}\Rightarrow t=۱/۶۷۸\ \text{ns}$$

از این زمان به بعد ترانزیستور اشباع است و ولتاژ خروجی تغییر نمی‌کند هرچند بارهای اقلیت اضافی باز هم افزایش می‌یابند. شکل پاسخ به‌صورت زیر است:

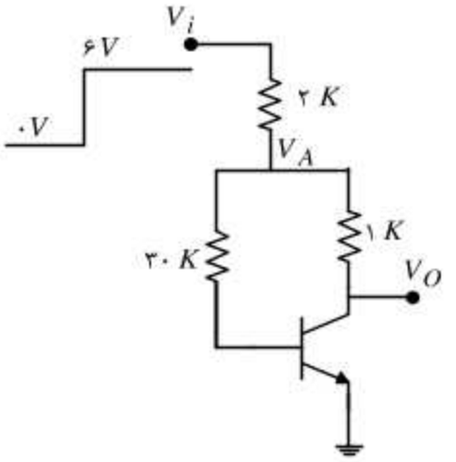


---

۹. در مدار شکل زیر ضابطه زمانی پاسخ V_O را محاسبه کنید.

$$V_{BE}=۰/۶\ \text{V}\quad,\quad \beta=۲۰$$

$$C_C=C_e=۰\quad,\quad \tau_C=۱\ \text{ns}\quad,\quad V_{CS}=۰$$



حل. در اینجا نیز ابتدا حالت پایدار مدار را حل می‌کنیم تا بتوانیم روند تغییرات خروجی‌های مختلف را پیش‌بینی کنیم. پس فرض می‌کنیم که مدار در حالت پایدار است. با توجه به مقاومتها، احتمال اشباع بودن ترانزیستور بیشتر است با این فرض خواهیم داشت:

$$V_{CS} = ۰$$

$$\frac{V_A - ۶}{۲} + \frac{V_A - ۰/۶}{۳۰} + \frac{V_A - ۰}{۱} = ۰ \Rightarrow V_A = ۱/۹۷ \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_B = \frac{V_A - ۰/۶}{۳۰} = ۰/۰۴۵ \text{ mA} \quad , \quad I_C = \frac{V_A - ۰}{۱} = ۱/۹۷ \text{ mA}$$

با توجه به $\beta = ۳۰$ و مقادیر جریانهای بیس و کلکتور می‌توان دید که ترانزیستور اشباع نیست و خطی است. یعنی فرض اشباع نادرست است. پس در این مدار ترانزیستور روشن می‌شود و در ناحیهٔ خطی می‌ماند. بنابراین معادلهٔ حاکم بر ترانزیستور همان معادلهٔ ناحیهٔ خطی است.

$$\frac{dI_C}{dt} + \frac{I_C}{\tau_b} = \frac{I_B}{\tau_c}$$

$$I_B = \frac{V_A - ۰/۶}{۳۰} = ۰/۰۳۴V_A - ۰/۰۲ \quad , \quad I_C = ۳/۰۲ - ۰/۵۴V_A$$

حال این روابط را در معادله بالا قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{d(۳/۰۲ - ۰/۵۴V_A)}{dt} + \frac{۳/۰۲ - ۰/۵۴V_A}{\tau_b} = \frac{۰/۰۳۴V_A - ۰/۰۲}{\tau_c} \Rightarrow$$

$$\frac{dV_A}{dt} + V_A\left(\frac{۲/۲۶}{۲۰\text{ns}}\right) = \frac{۶۳۴}{۲\text{ns}} \Rightarrow \tau = \frac{۲۰ns}{۲۲۶} = ۸/۸۵ \text{ ns}$$

$$V_A(۰) = (۶ - ۰/۶) \times \frac{۳۰}{۳۰ + ۲} + ۰/۶ = ۵/۶۶ \text{ V}$$

در محاسبهٔ $V_A(\circ)$ این نکته موردتوجه قرار گرفته که جریان کلکتور جهش نمی‌کند و $I_C(\circ)=\circ$.

از روی معادلهٔ دیفرانسیل به‌دست آمده به راحتی می‌توان نوشت: $V_A(\infty)=۲/۸\ \text{V}$.
به این ترتیب داریم:

$$V_A(t)=V_A(\infty)+[V_A(\circ)-V_A(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=۲/۸+[۵/۶۶-(۲/۸)]\,e^{-\frac{t}{\tau}}=۲/۸+۲/۸۶\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

از این رابطه به راحتی معادلهٔ جریان بیس را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I_B=\frac{V_A-\circ/۶}{۳\circ}=\circ/\circ۷۴+\circ/\circ۹۵e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I_C=\frac{۶-V_A}{۲}-I_B$$

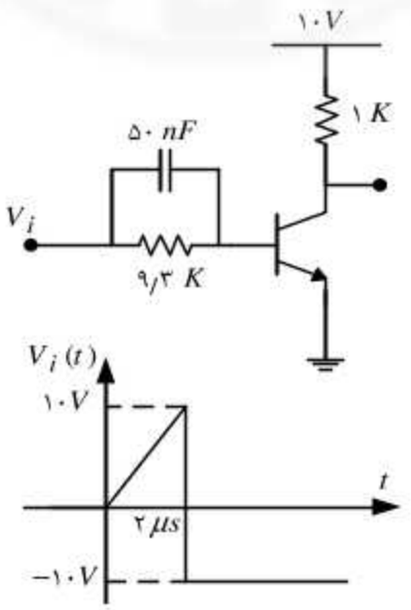
$$V_O(t)=V_A-I_C\times۱$$

---

۱۰. در مدار شکل زیر شکل موج V_O را با تمام جزئیات محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE}=\circ/۶\ \text{V}\quad,\quad C_c=C_e=\circ$$

$$\beta=۲\circ\quad,\quad \tau_S=۲\circ\circ\,\text{ns}\quad,\quad \tau_b=۲\circ\circ\,\text{ns}$$



حل. به راحتی می‌توان دید تا ورودی به ۰٫۶ V نرسد ترانزیستور روشن نمی‌شود و جریان بیس صفر است. ضابطهٔ ولتاژ ورودی در قسمت اول به‌صورت $V_i(t)=۵t$ است. حال زمانی را محاسبه می‌کنیم که ورودی به ۰٫۶ V برسد داریم:

$$۲t = ۰/۶ \Rightarrow t = ۰/۱۲\ \mu s$$

تا این زمان ترانزیستور خاموش است و از این زمان به بعد روشن می‌شود. جریان بیس به‌صورت زیر است:

$$I_B(t) = \frac{۵t - ۰/۶}{۹/۳K} + ۱۰۰\,pF\frac{d}{dt}(۵t - ۰/۶) \qquad t \geq ۰/۱۲\mu s$$

$$I_B(t) = ۰/۵۳۷t + ۰/۴۳۵ \qquad t \geq ۰/۱۲\mu s$$

برای سادگی بهتر، این ضابطه را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$I_B(t) = At + B \qquad t \geq ۰/۱۲\mu s \quad A = ۰/۵۳۷\frac{mA}{\mu s} \quad B = ۰/۴۳۵mA$$

حال با توجه به اینکه جریان کلکتور جهش نمی‌کند معادلهٔ ترانزیستور را می‌نویسیم:

$$\frac{dI_C}{dt} + \frac{I_C}{\tau_b} = \frac{I_B}{\tau_c} = \frac{At + B}{\tau_c} \quad , \quad I_C(۰) = ۰$$

این معادلهٔ دیفرانسیل دارای یک جواب عام به‌صورت $Ke^{-\frac{t}{\tau_b}}$ است. جواب خاص این معادله به‌صورت $mt + n$ است برای محاسبه این جواب خاص، آن را در معادله قرار داده و جملات متناظر را متحد قرار می‌دهیم:

$$\frac{d(mt+n)}{dt} + \frac{(mt+n)}{\tau_b} = \frac{At+B}{\tau_c}$$

$$\frac{mt}{\tau_b} + m + \frac{n}{\tau_b} = \frac{At}{\tau_c} + \frac{B}{\tau_c}$$

در نتیجه به راحتی به‌دست می‌آید:

$$m = \frac{A\tau_b}{\tau_c} = \beta A = ۱۰/۷۴ \ \frac{\text{mA}}{\mu\text{s}}$$

$$n = \tau_b\left(\frac{B}{\tau_c} - \frac{A\tau_b}{\tau_c}\right) = ۶/۵۵۲ \ \text{mA}$$

بنابراین معادلهٔ جریان کلکتور به‌صورت زیر است:

$$I_C(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau_b}} + ۱۰/۷۴t + ۶/۵۵۲$$

$$I_C(۰/۱۲\mu\text{s}) = ۰ \Rightarrow K = -۱۳/۲۲ \ \text{mA}$$

$$I_C(t) = -۱۳/۲۲e^{-\frac{t}{\tau_b}} + ۱۰/۷۴t + ۶/۵۵۲$$

حال برای اینکه وضعیت ترانزیستور در $t = ۲\mu s$ را به‌دست آوریم جریان کلکتور را در این زمان حساب می‌کنیم داریم:

$$I_C(t) = -۱۳/۲۲e^{-\frac{۲\mu\text{s}}{۰/۲}} + ۱۰/۷۴\times ۲\mu\text{s} + ۶/۵۵۲ = ۲۸/۰۳۲ \ \text{mA}$$

جریان اشباع ترانزیستور در این مدار برابر است با ۱۰ mA بنابراین قبل از $t = ۲\ \mu\text{s}$ ترانزیستور اشباع می‌شود حال زمان اشباع شدن ترانزیستور را به‌صورت سعی و خطا محاسبه می‌کنیم:

t	$۱^{\mu s}$	$۰/۵^{\mu s}$	$۰/۴^{\mu s}$	$۰/۴۸^{\mu s}$	$۰/۴۴^{\mu s}$	$۰/۴۵^{\mu s}$
$I_C(t)$	$۱۷/۲۰^{mA}$	$۱۰/۸۳^{mA}$	$۹/۰۵^{mA}$	$۱۰/۵۰^{mA}$	$۹/۸۱^{mA}$	$۹/۹۹^{mA}$

بنابراین در $t = ۰/۴۵\mu\text{s}$ به اشباع می‌رسد از این به بعد جریان کلکتور ثابت می‌ماند و بار اقلیت اضافی اشباع شروع به رشد می‌کند. حال باید معادلهٔ کنترل بار را در این حالت می‌نویسیم:

$$\frac{dQ_{xs}}{dt} + \frac{Q_{xs}}{\tau_s} = At + B - \frac{I_{cs}}{\beta} = ۰/۵۳۷t + ۶/۰۵۲ \qquad t \geq ۰/۴۵\mu\text{s}$$

$$Q_{xs}(۰/۴۵\mu\text{s}) = ۰$$

به راحتی می‌توان دید که پاسخ این معادله به‌صورت زیر است:

$$Q_{xs}(t) = -۵۶/۸۱e^{-\frac{t}{\tau_s}} + ۰/۱۰۷t + ۵/۹۴ \qquad t \geq ۰/۴۵\mu s$$

$$Q_{xs}(۰/۴۵\mu s) = ۶/۱۵ \text{ nC}$$

$$Q(۰/۴۵\mu s) = Q_{xs}(۰/۴۵\mu s) + Q_{BA}(۰/۴۵\mu s)$$

$$= ۶/۱۵\text{nC} + ۰/۲\times۱۰ = ۸/۱۵ \text{ nC}$$

حال در زمان $t = ۲\ \mu s$ پالس منفی به ارتفاع $۲۰\ V$ اتفاق می‌افتد. باید حساب کنیم که ترانزیستور روشن می‌ماند یا خاموش می‌شود برای این منظور فرض می‌کنیم که روش بماند، برای این شرایط کل باری که خازن از ترانزیستور بیرون می‌کشد برابر است با:

$$\Delta Q = ۱۰۰\text{pF}\times۲۰ = ۲\text{nC} < Q_B$$

پس ترانزیستور خاموش نمی‌شود و حتی از اشباع خارج نمی‌شود. در این شرایط داریم:

$$I_B = \frac{-۱۰ - ۰/۶}{۹/۳} = -۱/۱۳۹ \text{ mA}$$

$$Q_{xs}(۲\mu s) = ۶/۱۵\text{nC} - Q_{BA} = ۴/۱۵ \text{ nC}$$

$$Q_{xs}(\infty) = (-۱۱۳۹\text{mA} - ۱۰/۲۰)\times۲۰۰\text{ns} = -۰/۳۲۷ \text{ nC}$$

$$Q_{xs}(t) = Q_{xs}(\infty) + (Q_{xs}(۰) - Q_{xs}(\infty))e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

$$Q_{xs}(t) = -۰/۳۲۷ + ۴/۴۷۷e^{-\frac{t-۲}{۰/۲}}$$

$$Q_{xs}(t) = ۰ \Rightarrow t = ۰/۲Ln\frac{۴/۴۷۷}{۰/۳۲۷} + ۲ = ۲/۵۲۳ \ \mu s$$

در این زمان ترانزیستور وارد ناحیهٔ خطی شده و جریان آن به‌صورت زیر تغییر می‌کند:

$$I_C(۲/۵۲۳) = ۱۰ \text{ mA}$$

$$I_C(\infty) = ۲۰ \times -۱/۱۳۹ = -۲۲/۷۸ \text{ mA}$$

$$I_C(t) = -۲۲/۷۸ + (۱۰ + ۲۲/۷۸)e^{-\frac{t-۲/۵۲۳}{۰/۲}}$$

$$I_C(t) = -۲۲/۷۸ + ۳۲/۷۸e^{-\frac{t-۲/۵۲۳}{۰/۲}}$$

$$I_C(t) = ۰ \qquad t = ۲/۵۹۵ \ \mu\text{s}$$

۳

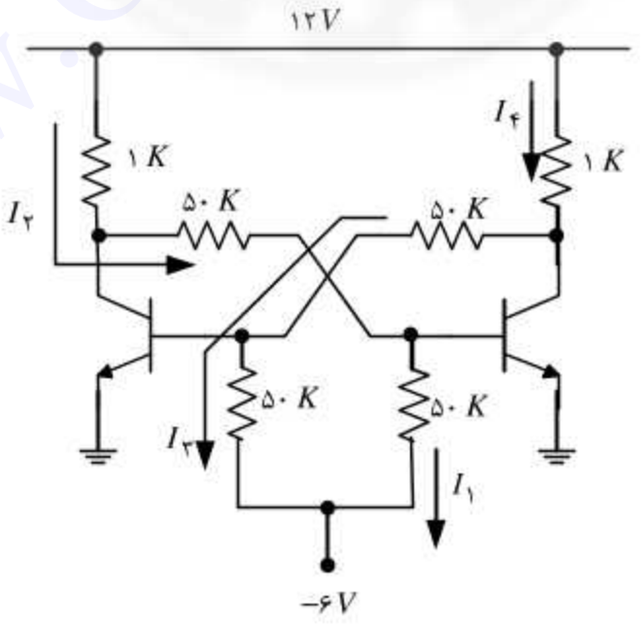
مولتی ویبراتور دو حالته

۱. در مدار شکل زیر

الف) $\beta_{\min}$ برای ترانزیستورها را به‌گونه‌ای محاسبه کنید که مدار به‌صورت یک مدار دو حالته کار کند.

ب) برای $\beta = ۲۰۰$ بیشترین و کمترین مقاومتی که می‌توان به‌عنوان بار در خروجی‌های این مدار قرار داد، به‌گونه‌ای که همواره یکی از ترانزیستورها اشباع و دیگری قطع باشد چقدر است؟

$$V_{CS} = ۰\,\text{V} \quad , \quad V_{BE} = V_D = ۰/۶\,\text{V}$$



حل. الف) شرط لازم برای اینکه این مدار به‌صورت یک مدار دو حالته کار کند آن است که وقتی یکی از ترانزیستورها قطع است دیگری اشباع باشد. از این نظر مدار متقارن است. بنابراین فرض می‌کنیم $T_۲$ اشباع و $T_۱$ قطع باشد. پس داریم:

$$I_۴ = \frac{۱۲-۰}{۱} = ۱۲\ \text{mA} \qquad I_۳ = \frac{۰-(-۶)}{۵۰+۵۰} = ۰/۰۶\ \text{mA}$$

$$I_{C_۲} = I_۴ - I_۳ = ۱۲\ \text{mA} - ۰/۰۶\ \text{mA} = ۱۱/۹۴\ \text{mA}$$

$$I_۲ = \frac{۱۲-۰/۶}{۵۰+۱} = ۰/۲۲۳\ \text{mA} \qquad I_۱ = \frac{۰/۶-(-۶)}{۵۰} = ۰/۱۳۲\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{B_۲} = I_۲ - I_۱ = ۰/۲۲۳\ \text{mA} - ۰/۱۳۲\ \text{mA} = ۰/۰۹۱\ \text{mA}$$

حال برای اشباع بودن $T_۲$ باید $I_{C۲} \le \beta I_{B۲}$ باشد، پس:

$$\beta \ge \frac{I_{C_۲}}{I_{B_۲}} \quad \Rightarrow \quad \beta \ge \frac{۱۱/۹۴\ \text{mA}}{۰/۰۹۱\ \text{mA}} \quad \Rightarrow \quad \beta \ge ۱۳۱/۲$$

ب) با توجه به اینکه $V_{CS} = ۰$ قرار دادن مقاومت بار زمانی ممکن است مشکل‌ساز باشد که در کلکتور ترانزیستوری که قطع است قرار داده شود. فرض می‌کنیم دوباره $T_۲$ اشباع و $T_۱$ قطع است. R_L کوچک نباید از اشباع‌بودن $T_۲$ جلوگیری کند. $R_{L\,\min}$ مقاومتی است که به‌ازای آن $T_۲$ در مرز اشباع قرار دارد.

$$I_۴ = \frac{۱۲-۰}{۱} ۱۲\ \text{mA} \qquad I_۳ = \frac{۰-(-۶)}{۱۰۰} = ۰/۰۶\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{C_۲} = I_۴ - I_۳ = ۱۲ - ۰/۰۶ = ۱۱/۹۴\ \text{mA}$$

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{۱۱۹۴}{۲۰۰} = ۰/۰۵۹۷\ \text{mA}$$

$$I_۱ = \frac{۰/۶-(-۶)}{۵۰} = ۰/۱۳۲\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_۲ = I_{B_۲} + I_۱ = ۰/۱۹۱۷\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow V_{C_۱} = ۰/۶ + ۵۰ I_۲ = ۰/۶ + ۵۰ \times ۰/۱۹۱۷ = ۱۰/۱۹\ \text{V}$$

$$I_۱ = \frac{۱۲ - V_{C_۱}}{۱K} = \frac{۱۲ - ۱۰/۱۹}{۱} = ۱/۸۱ \text{ mA}$$

$$I_L = I_۱ - I_۲ = ۱/۸۱ \text{ mA} - ۰/۱۹۱۷ \text{ mA} = ۱/۶۱ \text{ mA}$$

$$R_{L\min} = \frac{V_{C_۱}}{I_L} = \frac{۱۰/۱۹\text{V}}{۱/۶۱\text{mA}} = ۶/۳۲ \text{ K}\Omega$$

$$R_{L\min} = ۶/۳۲ \text{ K}\Omega$$

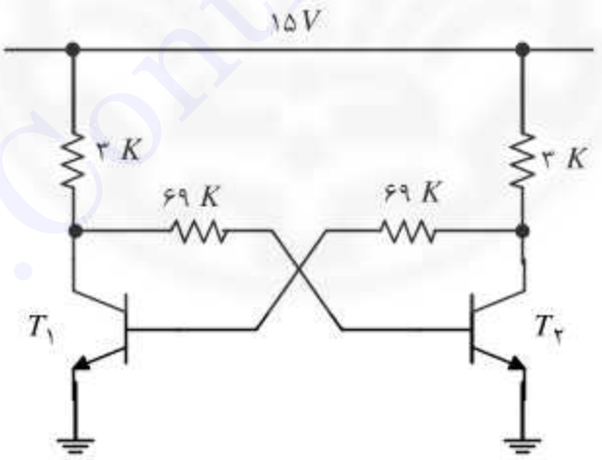
بدیهی است که $R_{L_{max}} = \infty$.

---

۲. در مدار شکل زیر خازن C را به‌گونه‌ای تعیین کنید که در اثر اعمال پالس تریگ در یکی از کلکتورها، مدار در یک لحظه تغییر وضعیت دهد.

$$V_{CS} = ۰\text{V} \quad , \quad V_{BE} = V_D = ۰/۶ \text{ V} \quad , \quad \beta = ۵۰$$

$$\tau_S = ۲۰\text{ns} \quad , \quad \tau_b = ۱۰\text{ns}$$



حل. ابتدا مدار را در شرایط پایدار حل می‌کنیم. به‌عنوان مثال فرض می‌کنیم $T_۱$ قطع باشد. آنگاه شرایط بایاس $T_۲$ را بررسی می‌کنیم:

$$I_{B۲} = \frac{۱۵ - ۰/۶}{۳ + ۶۹} = ۰/۲ \text{ mA} \quad , \quad I_{CS} = \frac{۱۵ - ۰}{۳} = ۵\text{mA}$$

با توجه به $I_{B۲} > \frac{I_{CS}}{\beta}$ ترانزیستور $T_۲$ اشباع است. پس ولتاژ گره‌های مختلف مدار به‌صورت زیر است:

$$V_{B۲} = ۰/۶ \text{ V}$$
$$V_{C۱} = ۶۹ I_{B۲} + V_{B۲} = ۱۴/۴ \text{ V}$$
$$V_C = ۶۹ I_{B۲} = ۱۳/۸ \text{ V}$$
$$V_{C۲} = ۰$$

بنابراین بارهای اضافی داخل بیس را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_{XS} = \tau_S (I_B - \frac{I_{CS}}{\beta}) = ۲۰\text{ns}(۰/۲\text{mA} - \frac{۵\text{mA}}{۵۰}) = ۲ \text{ pC}$$
$$Q_{BA} = \tau_b (\frac{I_{CS}}{\beta}) = ۱۰\text{ns}(\frac{۵\text{mA}}{۵۰}) = ۱ \text{ pC}$$
$$Q_B = Q_{BA} + Q_{XS} = ۱ + ۲ = ۳ \text{ pC}$$

حال خازن C باید این میزان بار را از بیس $T_۲$ با اعمال پله یاد شده به کلکتور $T_۱$ خارج کند. به‌عبارت دیگر قرار است با اعمال پله‌ای به‌اندازهٔ ۱۴/۴ V به کلکتور $T_۱$ و $T_۲$ خاموش شود. یعنی همهٔ بارهای آن تخلیه شود. در این فرایند خواهیم داشت:

$$\Delta V_C = V_C(۰^-) - V_C(۰^+) = ۱۴/۴ - ۰ = ۱۴/۴ \text{ V}$$
$$C \Delta V_C = Q_B \Rightarrow C = \frac{Q_B}{\Delta V_C} = \frac{۳\text{pC}}{۱۴/۴\text{V}} = ۰/۲۰۸ \text{ pC}$$

بدیهی است که مدار متقارن بوده و این خازن در هر طرف استفاده می‌شود.

---

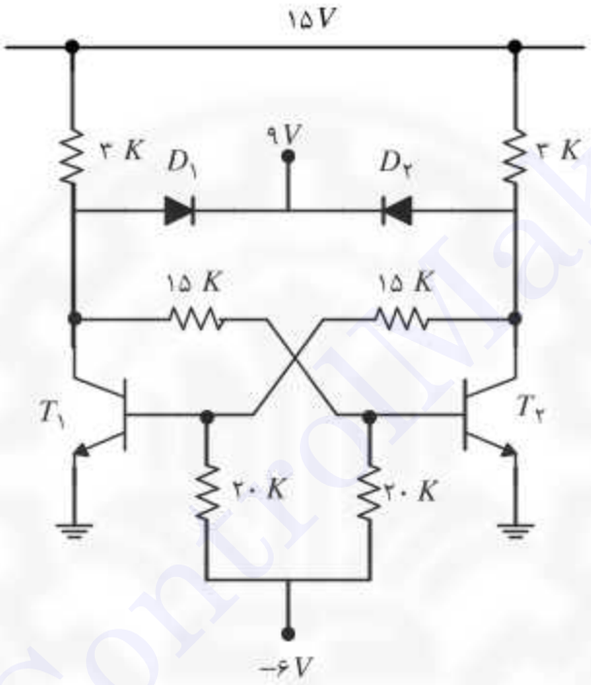
۳. در مدار شکل صفحهٔ بعد

الف) مدار را در حالت پایدار تحلیل کنید و ولتاژهای گره‌های مختلف را محاسبه کنید.

ب) بیشترین باری (کوچکترین مقاومتی) که می‌توان در خروجی‌های این مدار قرارداد به‌گونه‌ای که مدار هنوز دو حالته باشد چقدر است؟

پ) اگر $I_{CBO}(۲۰^{\circ}C) = ۸\ \mu A$ و این جریان به‌ازای هر ده درجه افزایش دو برابر شود آنگاه ماکزیمم دمایی را محاسبه کنید که این مدار به درستی کار می‌کند.

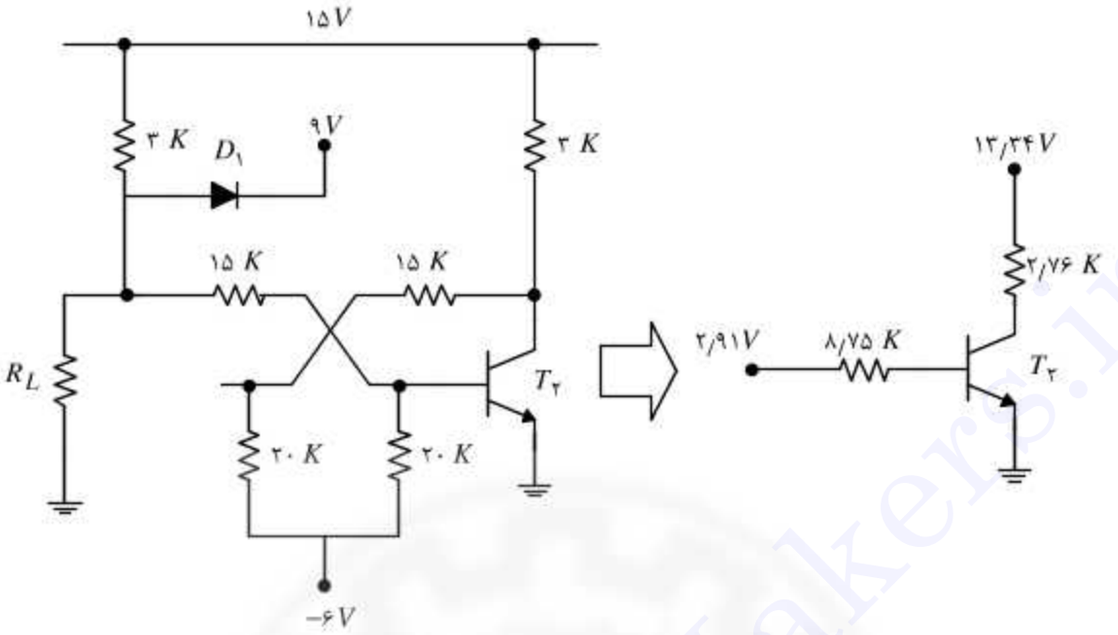
$$V_{CS} = ۰V \quad , \quad V_{BE} = V_D = ۰/۶\ V \quad , \quad \beta = ۵۰$$



حل. ابتدا وضعیت مدار را در حالت پایدار بررسی می‌کنیم مدار دو حالته است بنابراین یکی از ترانزیستورها را قطع درنظر گرفته و نقطهٔ کار دیگری را به‌دست می‌آوریم. در اینجا فرض می‌کنیم که $T_۱$ قطع باشد، در اینجا $D_۱$ را وصل و $D_۲$ را قطع در نظر می‌گیریم خواهیم داشت:

$$V_{C۱} = ۹ + ۰/۶ = ۹/۶\ V$$

با این توصیف $T_۲$ در مدار زیر قرار خواهد داشت (این فرضیات با توجه به قطع‌بودن $T_۱$ و اشباع احتمالی $T_۲$ بسیار محتمل است:



حال بایاس $T_۲$ را حل می‌کنیم خواهیم داشت:

$$I_{B۲}=\frac{۲/۹۱-۰/۶}{۸/۵۷}=۰/۲۶۹\ \text{mA}\ ,\quad I_{CS}=\frac{۱۳/۳۴-۰}{۲/۷۶}=۴/۸۳\ \text{mA}$$

چون $I_{B۲}>\frac{I_{CS}}{\beta}$ ترانزیستور $T_۲$ در اشباع است پس برای نقاط مختلف مدار خواهیم داشت:

$$V_{B۲}=۰/۶\ \text{V}\quad V_{C۱}=۹/۶\ \text{V}\qquad V_{C۲}=۰$$

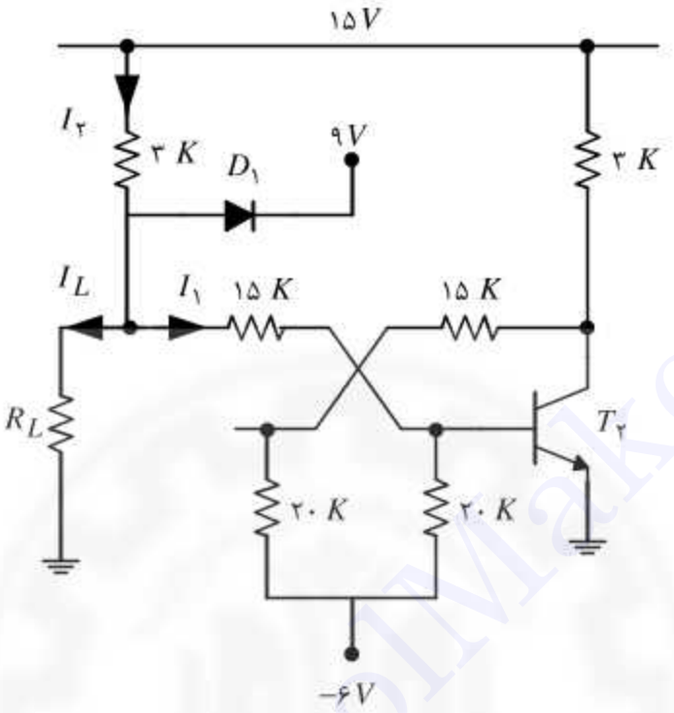
$$V_{B۱}=-۶\times\frac{۱۵}{۲۰}=-۴/۵\ \text{V}$$

$$I_{D۱}=\frac{۱۵-V_{C۱}}{۳\text{K}}-\frac{V_{C۱}-V_{BE۱}}{۱۵\text{K}}=\frac{۱۵-۹/۶}{۳}-\frac{۹/۶-۰/۶}{۱۵}=۱/۲\ \text{mA}>۰$$

پس دیود $D_۱$ روشن است. قطع بودن $D_۲$ با توجه ولتاژ گره های دو سر آن بدیهی است.

ب) برای محاسبه کوچک‌ترین مقاومت ممکن در خروجی ترانزیستورها بدیهی است که محدودیت زمانی داریم که این مقاومت را در کلکتور ترانزیستوری قرار دهیم که قطع است، زیرا کلکتـور ترانزیستور اشباع ولتاژ صفر دارد که درصورت قرار گرفتن مقاومـت بار

در آن گره، جریان آن صفر خواهد بود. بنابراین مدار را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:



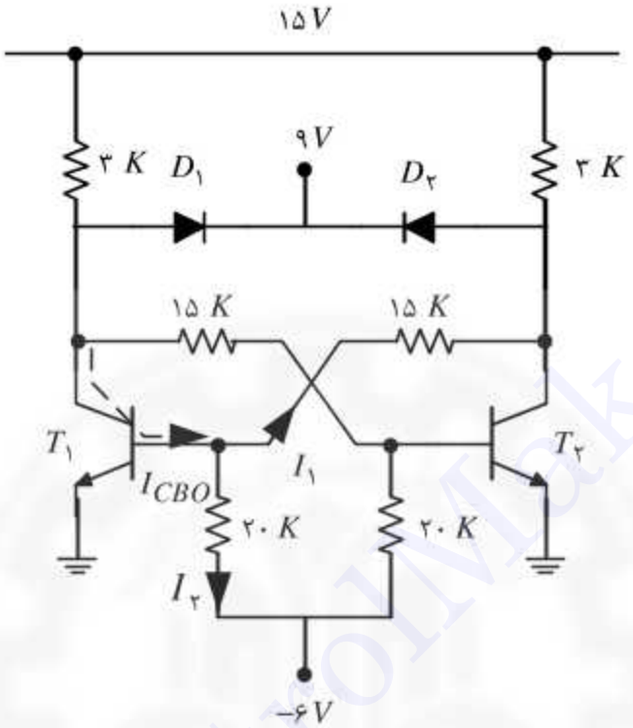
دقت کنید که با قراردادن مقاومت R_L جریان دیود $D_۱$ کم شده و این دیود به سمت قطع شدن خواهد رفت و در اینجاست که عملکرد صحیح مدار از دست می‌رود. با این شرح مقاومتی را محاسبه می‌کنیم که در نتیجه قرار گرفتن آن در مدار، دیود $D_۱$ در آستانه قطع‌شدن قرار گیرد بنابراین خواهیم داشت:

$$I_D = I_۲ - I_۱ - I_{L\max}$$
$$= \frac{۱۵-۹/۶}{۳} - \frac{۹/۶-۰/۶}{۱۵} - I_{L\max} = ۱/۲\text{mA} - I_{L\max}$$

$$I_D = ۰ \Rightarrow I_{L\max} = ۱/۲ \text{ mA}$$
$$\Rightarrow R_{L\min} = \frac{۹/۶}{I_{L\max}} = \frac{۹/۶}{۱/۲} = ۸ \text{ K}\Omega$$

بدیهی است که مقادیر بزرگ‌تر برای R_L دیود $D_۱$ را روشن نگه می‌دارد.

پ) در اینجا معیار تهدید ناشی از I_{CBO} را قرار گرفتن $T_۱$ در آستانهٔ هدایت در نظر می‌گیریم: برای این منظور شکل زیر را در نظر می‌گیریم.



فرض کنید که I_{CBO} مقداری داشته باشد که به ازای آن داشته باشیم:

$$V_{B۱} = ۰/۶\ \text{V}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$I_{CBO} = I_۱ + I_۲ = \frac{۰/۶ - ۰}{۱۵} + \frac{۰/۶ - (-۶)}{۲۰} = ۰/۳۷\,\text{mA}$$

برای محاسبه دما برای این I_{CBO} خواهیم داشت:

$$\frac{I_{CBO}(T_۲)}{I_{CBO}(T_۱)} = ۲^{\frac{T_۲ - T_۱}{۱۰}} \Rightarrow \frac{۳۷۰\mu\text{A}}{۸\mu\text{A}} = ۲^{\frac{T_۲ - ۲۰}{۱۰}}$$

$$\Rightarrow T_۲ = ۷۵/۳۱^{\circ}C$$

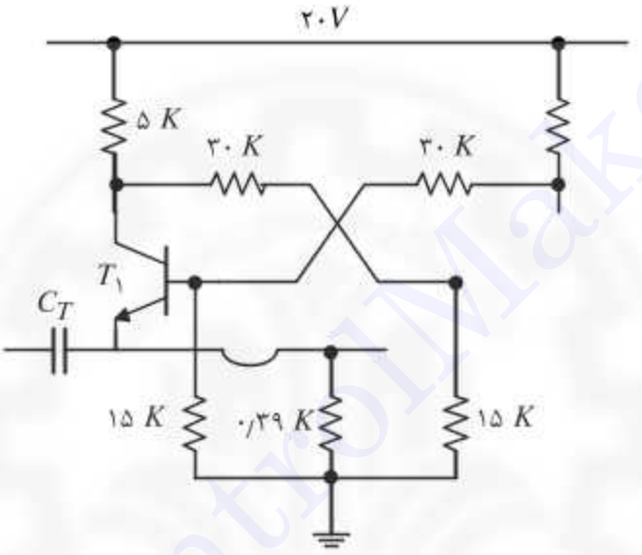
۴. در مدار شکل زیر

الف) مدار را در حالت پایدار تحلیل و ولتاژ نقاط مهم مدار را محاسبه کنید.

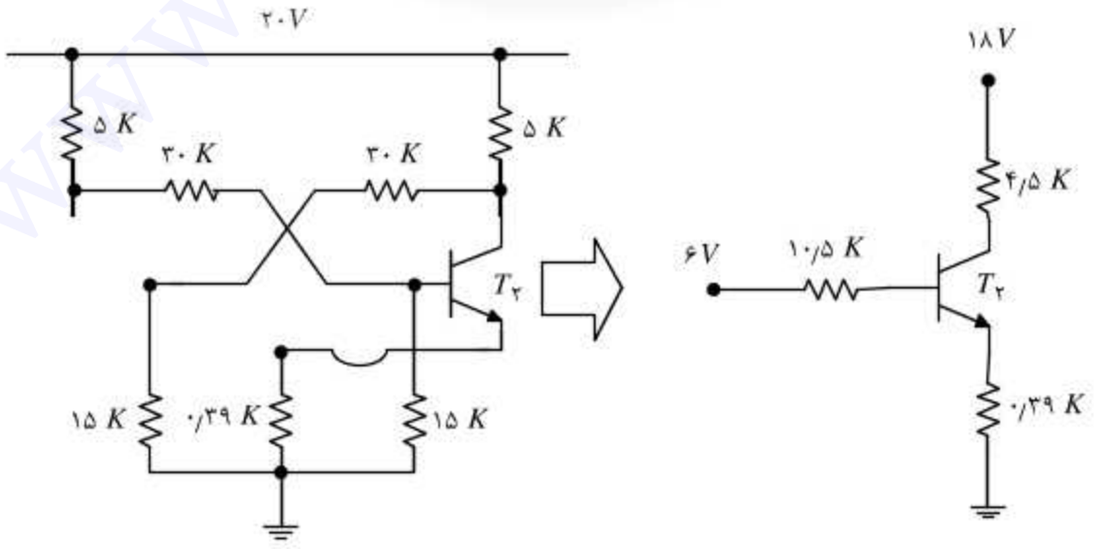
ب) حد اقل β برای عملکرد درست مدار را محاسبه کنید.

(پ) حداکثر I_{CBO} در دمای $۲۵^{\circ}C$ چقدر باشد تا مدار در دمای $۱۰۰^{\circ}C$ به‌درستی کار کند.

$$V_{CS} = ۰\ \text{V} \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶\ \text{V} \quad , \quad \beta = ۵۰$$



حل. می‌دانیم مدار دو حالته است و در هر حالت یکی از ترانزیستورها قطع و دیگری اشباع است بنابراین فرض می‌کنیم که $T_۱$ قطع باشد در این صورت برای $T_۲$ مدار معادل زیر را خواهیم داشت:



حال بایاس $T_۲$ را با فرض اشباع حل می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$۶-۱۰/۵I_{B۲}-۰/۶-۰/۳۹(I_{B۲}+I_{C۲})=۰$$
$$۱۸-۴/۵I_{C۲}-۰-۰/۳۹(I_{B۲}+I_{C۲})=۰$$
$$\Rightarrow I_{B۲}=۰/۳۶۸\ \text{mA}\ ,\quad I_{C۲}=۳/۶۷\ \text{mA}\ ,\quad I_{E۲}=۳/۳۰۲\ \text{mA}$$

از روی مقادیر جریان بیس و کلکتور و همچنین β اشباع بودن بدیهی است. حال ولتاژ نقاط مهم مدار را به شرح زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V_{B۲}=۶-۱۰/۵I_{B۲}=۶-۱۰/۵\times۰/۳۶۸=۲/۱۳۶\ \text{V}$$
$$V_{E۱}=V_{E۲}=V_{B۲}-۰/۶=۲/۱۳۶-۰/۶=۱/۵۳۶\ \text{V}$$
$$V_{C۲}=V_{E۲}+V_{CS}=۱/۵۳۶\ \text{V}$$
$$V_{B۱}=V_{C۲}\times\frac{۱۵}{۱۵+۳۰}=۱/۵۳۶\times\frac{۱۵}{۱۵+۳۰}=۰/۵۱۲\ \text{V}$$
$$V_{C۱}=V_{B۲}\times\frac{۵}{۵+۳۰}+۲۰\times\frac{۳۰}{۵+۳۰}=۱۷/۴۴\ \text{V}$$
$$V_{BE۱}=V_{B۱}-V_{E۱}=۰/۵۱۲-۱/۵۳۶=-۱/۰۲۴\ \text{V}$$

قطع بودن ترانزیستور $T_۱$ بدیهی است.

ب) حداقل β زمانی است که $T_۲$ در مرز اشباع و خطی قرار می‌گیرد. بنابراین خواهیم داشت:

$$\beta_{\min}=\frac{I_{C۲}}{I_{B۲}}=\frac{۳/۶۷}{۰/۳۶۸}=۹/۹۷$$

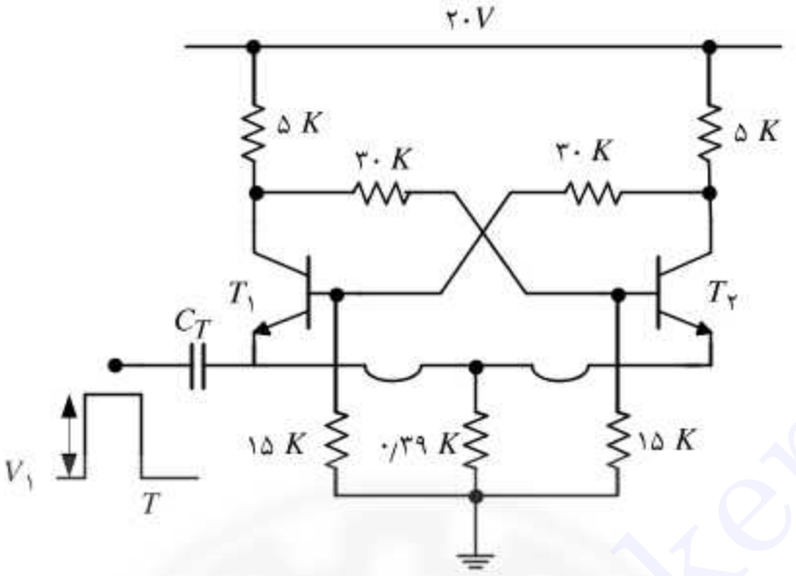
---

۵. در مدار شکل صفحهٔ بعد:

الف) مدار را در حالت پایدار تحلیل کنید.

ب) مشخصات لازم برای تریگ مدار را محاسبه کرده و تعیین کنید که در چه لبه‌ای تغییر وضعیت صورت می‌گیرد.

$$V_{CS}=۰\ \text{V}\ ,\quad V_{BE}=۰/۶\ \text{V}\quad ,\qquad \beta=۵۰$$

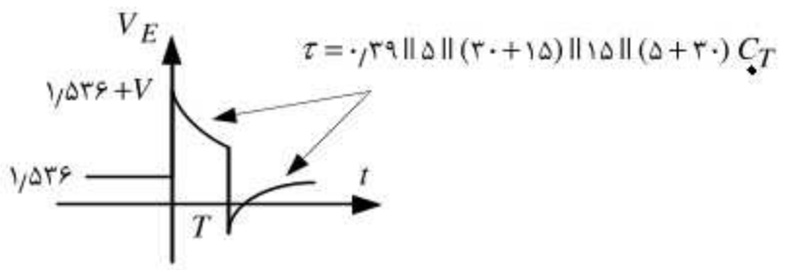


حل. این مدار همان مدار مسئله قبل است بنابراین با فرض T_1 قطع و T_2 اشباع و با توجه به نتایج مسئله قبل خواهیم داشت:

$$V_{B2} = ۲/۱۳۶ \text{ V} \quad , \quad V_{E1} = V_{E2} = ۱/۵۳۶ \text{ V} \quad , \quad V_{C2} = ۱/۵۳۶ \text{ V}$$

$$V_{B1} = ۰/۵۱۲ \text{ V} \quad , \quad V_{C1} = ۱۷/۴۴ \text{ V} \quad , \quad V_{BE1} = -۱/۰۲۴ \text{ V}$$

حال فرض کنید که V_1 به اندازه‌ای کوچک باشد که T_2 را از اشباع خارج نکند. در این صورت ادعا می‌کنیم که مدار تغییر وضعیت نمی‌دهد. زیرا به راحتی می‌توان دید که ولتاژ امیتر ترانزیستورها به اندازهٔ V_1 جهش می‌کند با توجه با اشباع بودن و فرض اشباع ماندن T_2 ولتاژ کلکتور آن هم به همین اندازه یعنی V_1 افزایش می‌یابد (دقت کنید که $V_{CE2} = ۰$). حال با توجه به مدار، افزایش بیس T_1 کمتر از V_1 است. یعنی به اندازهٔ $۱۵V_1/(۱۵+۳۰)$ است. پس تحت این شرایط ترانزیستور T_1 در شرایط فعال قرار نگرفته و مدار تغییر وضعیت نمی‌دهد. و گره امیتر به‌صورت زیر با زمان تغییر می‌کند.



به‌عنوان تمرین، ثابت زمانی نشان داده شده در بالا را توجیه کنید.

به این ترتیب برای تغییر وضعیت، $V_۱$ باید به اندازهٔ کافی بزرگ باشد به‌گونه‌ای که $T_۲$ از ناحیهٔ اشباع در آمده و در ناحیهٔ خطی قرار گیرد. با این فرض شرایط لازم برای در آستانه هدایت قرار گرفتن $T_۱$ را محاسبه می‌کنیم، در $t=۰^+$ خواهیم داشت:

$$V_E = ۱/۵۳۶ + V_۱$$

$$V_{B۲} = ۲/۱۳۶ + V_۱$$

$$I_{B۲} = \frac{۶ - ۲/۱۳۶ - V_۱}{۱۰/۵}$$

چون ترانزیستور $T_۲$ خطی است آنگاه:

$$I_{C۲} = \beta I_{B۲} = ۵۰ \times \frac{۶ - ۲/۱۳۶ - V_۱}{۱۰/۵}$$

$$V_{C۲} = ۱۸ - ۴/۵ I_{C۲} = ۱۸ - ۴/۵ \times ۵۰ \times \frac{۶ - ۲/۱۳۶ - V_۱}{۱۰/۵} = -۶۴/۸ + ۲۱/۴۲ V_۱$$

$$V_{B۱} = \frac{۱۵}{۱۵ + ۳۰} V_{C۲} = \frac{۱}{۳} V_{C۲} = -۲۱/۶ + ۷/۱۴ V_۱$$

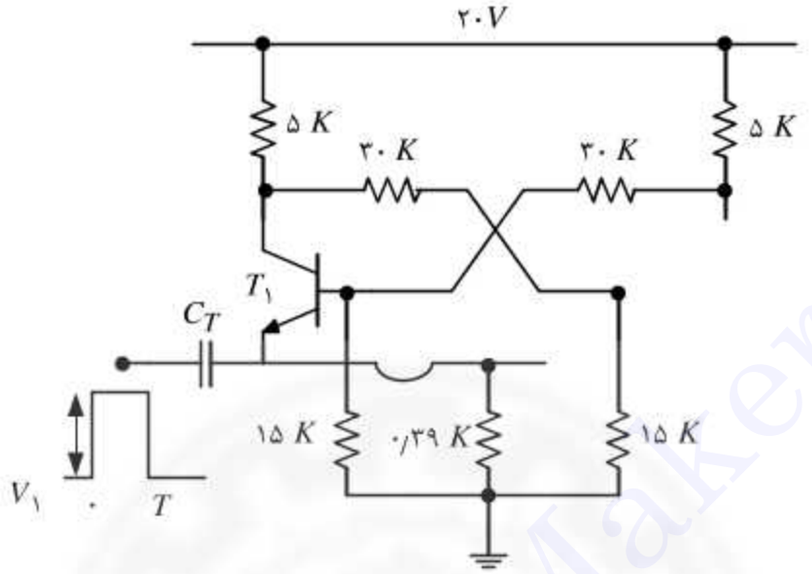
برای روشن شدن $T_۲$ باید داشته باشیم:

$$V_{BE۱} = V_{B۱} - V_{E۱} = (-۲۱/۶ + ۷/۱۴ V_۱) - (۱/۵۳۶ + V_۱) = ۰/۶ \text{ V}$$

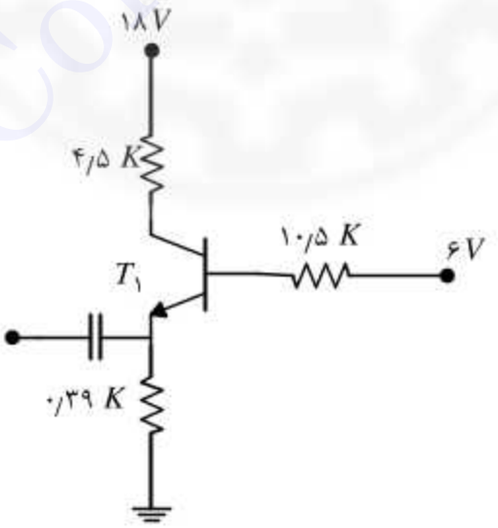
$$\Rightarrow V_۱ = ۳/۸۶ \text{ V}$$

این مقدار حداقل مقدار $V_۱$ است که به‌ازای آن ترانزیستور $T_۱$ خطی می‌شود و چون $T_۲$ نیز خطی است پس مدار تغییر وضعیت می‌دهد به‌عبارت دیگر برای مقادیر $V_۱ \geq ۳/۸۶ \text{ V}$ مدار در $t=۰^+$ تغییر وضعیت می‌دهد. یعنی در این زمان $T_۱$ روشن $T_۲$ قطع است.

با این شرح، مدار در زمان $t = ۰^+$ به‌صورت زیر است:



در اینجا بدیهی است که در $t = ۰^+$ ترانزیستور $T_۱$ در ناحیهٔ خطی است و ولتاژ امیتر با ثابت زمانی مدار که در شکل نشان داده شده است به سمت مقدار نهایی خود خواهد رفت. در این مسیر شرایطی را محاسبه می‌کنیم که $T_۱$ اشباع شود برای این منظور با مدار معادل زیر مواجه هستیم:



در شرایطی که $T_۱$ در مرز اشباع و خطی است خواهیم داشت:

$$V_{CE} = ۰ \quad , \quad I_C = \beta I_B$$

اگر این فرضیات را در مدار به‌کار بریم خواهیم داشت:

$$V_E = ۴/۷۸\ \text{V}$$

از این پس ثابت زمانی مدار عوض شده و با C_T (۰/۳۹‖۴/۵‖۱۰/۵) برابر است. در این جا فرض می‌کنیم که عرض پالس به‌اندازهٔ کافی بزرگ باشد در این صورت ولتاژ امیتر به مقدار نهایی خود که همان ۱/۵۳۶ V است، خواهد رسید.

در زمان $t = T$ لبهٔ پایین رونده اتفاق می‌افتد. با توجه به اشباع بودن $T_۱$ می‌توان دید که $T_۱$ بیشتر در اشباع فرو خواهد رفت البته $T_۲$ هم ممکن است روشن شود. به همین دلیل باید لبهٔ پایین رونده خیلی زود اتفاق بیفتد تا خطر روشن شدن $T_۲$ وجود نداشته باشد. البته می‌توان عرض پالس مناسب یا به‌عبارت دیگر حداکثر عرض پالس تریگ را محاسبه کرد شما محاسبه کنید.

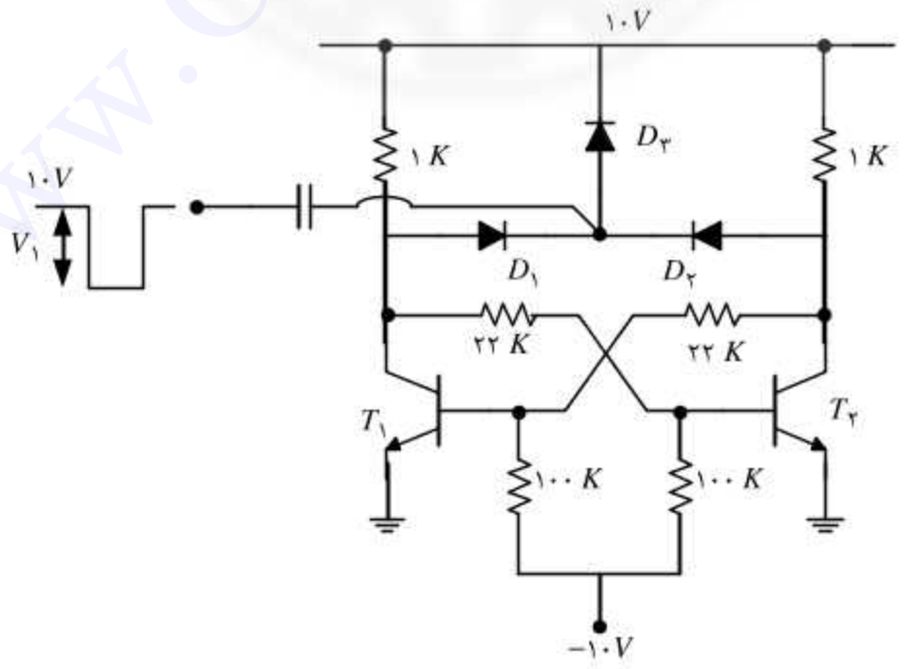
---

۶. در مدار شکل زیر

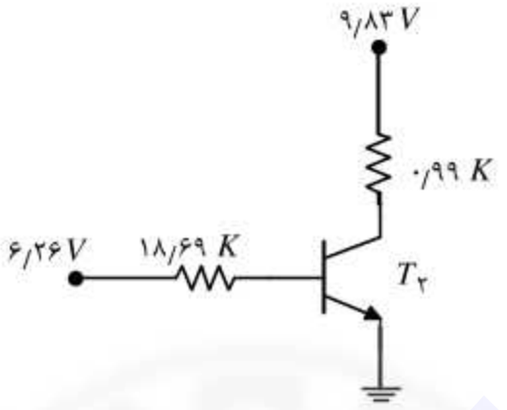
الف) حالت پایدار مدار را محاسبه کنید.

ب) شرایط لازم برای تریگ مدار را محاسبه کنید.

$$V_{CS} = ۰\ \text{V}\ ,\ V_{BE} = ۰/۶\ \text{V}\ ,\ \beta = ۱۰۰\ ,\ V_D = ۰$$



حل. الف) فرض می‌کنیم که $T_۱$ قطع و $T_۲$ روشن و احتمالا اشباع باشد. خواهیم داشت:



$$I_{B۲} = \frac{۶/۲۶ - ۰/۶}{۱۸/۶۹} = ۰/۳۰۲ \text{ mA}$$

$$I_{CS۲} = \frac{۹/۸۳ - ۰}{۰/۹۹} = ۹/۹۲ \text{ mA}$$

با توجه به β بدیهی است که ترانزیستور اشباع است. بنابراین داریم:

$$V_{C۲} = ۰ \quad , \quad V_{B۲} = ۰/۶ \text{ V}$$

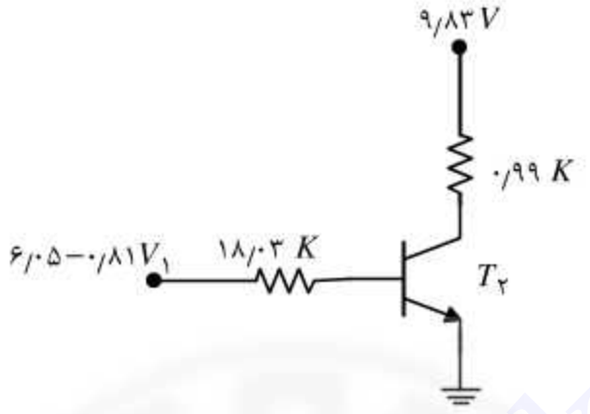
$$V_{B۱} = -۱۰ \times \frac{۲۲}{۱۰۰ + ۲۲} = -۱/۸۰۳ \text{ V}$$

$$V_{C۱} = ۱۰ \times \frac{۲۲}{۲۲ + ۱} + ۰/۶ \times \frac{۱}{۲۲ + ۱} = ۹/۵۹۱ \text{ V}$$

ب) وقتی که پالس تریگ به پایین سقوط می‌کند دیود $D_۱$ در معرض روشن شدن قرار می‌گیرد. حال سطحی از $V_۱$ را محاسبه می‌کنیم که به ازای آن $T_۱$ در آستانه هدایت قرار گیرد. بنابراین در اولین لحظه پس از اعمال پالس خواهیم داشت:

$$V_{C۱} = ۹/۵۹۱ - V_۱$$

حال اگر برای $T_۲$ مدار معادل جدید رسم کنیم خواهیم داشت:



$$I_{B۲}=\frac{۶/۰۵-۰/۸۱V_۱-۰/۶}{۱۸/۰۳}=۰/۳۰۲-۰/۰۴۵V_۱$$

$$I_{C۲}=\beta I_{B۲}=۱۰۰(۰/۳۰۲-۰/۰۴۵V_۱)=۳۰/۲-۴/۵V_۱$$

$$V_{C۲}=۹/۸۳-۰/۹۹(۳۰/۲-۴/۵V_۱)=-۲۰/۰۶+۴/۴۵V_۱$$

$$V_{B۱}=-۱۰۰\times\frac{۲۲}{۱۰۰+۲۲}+V_{C۲}\times\frac{۱۰۰}{۱۰۰+۲۲}$$
$$=-۱/۸+۰/۸۱(-۲۰/۶+۴/۴۵V_۱)=-۱۸/۴۸+۳/۶V_۱$$

برای آستانهٔ هدایت $T_۱$ خواهیم داشت:

$$V_{B۱}=۰/۶\ \text{V}\Rightarrow V_۱=۵/۳\ \text{V}$$

این حداقل مقدار برای $V_۱$ است. البته باید دقت داشت که دیود $D_۲$ روشن نشود پس:

$$۱۰-V_۱\geq V_{C۲}=-۲۰/۰۶+۴/۴۵V_۱\Rightarrow V_۱\leq ۵/۵۱\ \text{V}$$

پس در مجموع داریم:

$$۵/۳\leq V_۱\leq ۵/۵۱\ \text{V}$$

دقت کنید که این محاسبات برای زمانی است که ترانزیستورها از نظر تأخیر ایده‌ال در نظر گرفته شدند. در این شرایط عرض پالس تریگ باید باریک باشد تا دیود دیگر روشن نشود و فرایند جابه‌جایی حالت‌ها به درستی صورت گیرد.

اگر ترانزیستور واقعی باشد جریان کلکتور آن جهش نمی‌کند بنابراین محدودیت بالا در آغاز کار نمی‌تواند مهم باشد. در عمل برای تریگ بهتر، از خازنهای جبران‌ساز موازی مقاومتهای بیس استفاده می‌شود. برای خازن تریگ C_T باید نکات زیر را در نظر گرفت:

الف) آنقدر بزرگ باشد که بتواند بارهای بیس ترانزیستور اشباع را خارج کند.

ب) آنقدر کوچک باشد تا مدار دوباره تریگ نشود.

۴

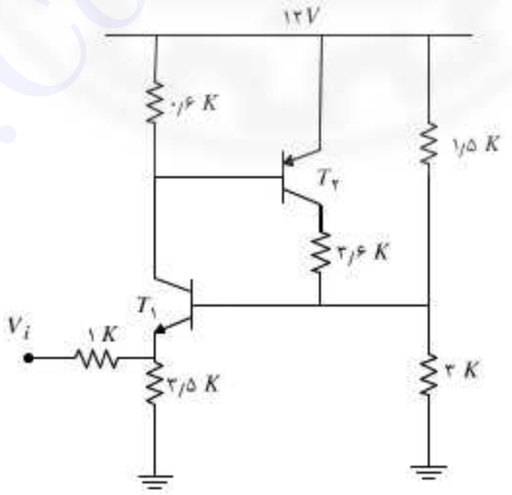
اشمیت تریگر

۱. مدار اشمیت تریگر زیر را در نظر بگیرید

الف)مشخصه V_O -V_i را به دقت محاسبه و رسم کنید.

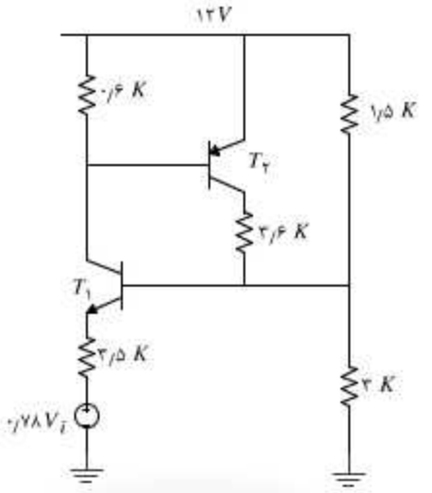
ب) با تغییر کدام مقدار از مقادیر نشان داده شده در شکل می‌توان عرض قسمت پسماند مشخصه را تغییر داد. دقیقاً توضیح دهید چگونه عرض پسماند کم و چگونه زیاد می‌شود.

$$\beta = ۸۰ \qquad V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۷ \ \text{V} \qquad V_{CS} = ۰ \ \text{V}$$



حل. از سر امیتر $T_۱$ معادل تونن قرار می‌دهیم:

$$R_{th} = ۱\text{K} \parallel ۳/۵\text{K} = ۰/۷۸ \ \text{K}\Omega \quad , \quad V_{th} = V_i \times \frac{۳/۵}{۴/۵} = ۰/۷۸ V_i$$



ابتدا V_2 را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور فرض می‌کنیم $V_i = +\infty$ پس T_1 قطع است و در نتیجه آن T_2 نیز قطع است. پس:

$$V_O = V_{O_L} = ۱۲ \times \frac{۳}{۳ + ۱/۵} = ۸ \text{ V}$$

حال V_i را کم می‌کنیم در یک مقدارخاص از V_i که به راحتی قابل‌محاسبه است T_1 روشن می‌شود. روشن شدن T_1 تغییری در مدار ایجاد نمی‌کند ($\beta = ۸۰$ را بزرگ فرض می‌کنیم و از جریان بیس صرف‌نظر می‌کنیم). با کاهش بیشتر V_i جریان T_1 افزایش می‌یابد و افت ولتاژ دو سر مقاومت ۰/۶ K افزایش می‌یابد تا جائی‌که به ۰/۷ V رسیده و T_2 را روشن می‌کند در این شرایط مقدار V_i همان V_2 است. پس داریم:

$$i_{C1} \approx i_{E1} = \frac{V_O - ۰/۷۸ V_i - ۰/۷}{۰/۷۸ \text{K}} = \frac{۸ - ۰/۷۸ V_i - ۰/۷}{۰/۷۸ \text{K}}$$

$$V_{۰/۶\text{K}} = ۰/۶ i_{C1} = ۰/۶ \times \frac{۷/۳ - ۰/۷۸ V_i}{۰/۷۸ \text{K}} = ۰/۷$$

$$\Rightarrow V_i = V_2 = ۸/۱۹ \text{ V}$$

در این شرایط فیدبک مثبت مدار که شامل ترانزیستورهای T_1 و T_2 است عمل کرده و T_2 اشباع می‌شود. در این شرایط داریم:

$$V_O = V_{O_H} = ۱۲ \times \frac{۳}{۳/۶ \| ۱/۵ + ۳} = ۸/۸۷ \text{ V}$$

حال آرام آرام V_i را زیاد می‌کنیم بدیهی است $T_۱$ خطی است (به کلکتور $T_۱$ توجه کنید) و سپس با افزایش بیشتر V_i ، $T_۲$ نیز خطی می‌شود دراین زمان دوباره فیدبک مثبت عمل کرده و هر دو ترانزیستور قطع می‌شوند. بنابراین $T_۱$ خطی است حال V_i را به‌گونه‌ای می‌یابیم که $T_۲$ نیز خطی شود.

$$i_{C۱} \approx i_{E۱} = \frac{۸/۸۷ - ۰/۷۸V_i - ۰/۷}{۰/۷۸} i_{C۲} = \frac{۱۲ - ۸/۸۹}{۳/۶} = ۰/۸۶۳ \text{ mA}$$

برای خطی شدن $T_۲$ باید داشته باشیم:

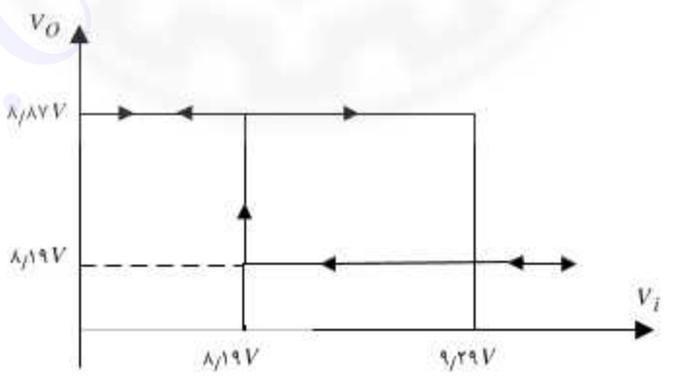
$$i_{B۲} = \frac{i_{C۲}}{۸۰} = \frac{۰/۸۶۳}{۸۰} = ۰/۰۱ \text{ mA}$$

پس با یک KCL در بیس $T_۲$ داریم:

$$i_{C۱} = i_{B۲} + i_{۰/۶K}$$

$$\frac{۸/۱۷ - ۰/۷۸V_i}{۰/۷۸} = ۰/۰۱\text{mA} + \frac{۰/۷ \text{ V}}{۰/۶\text{K}} = ۱/۱۷۶ \text{ mA}$$

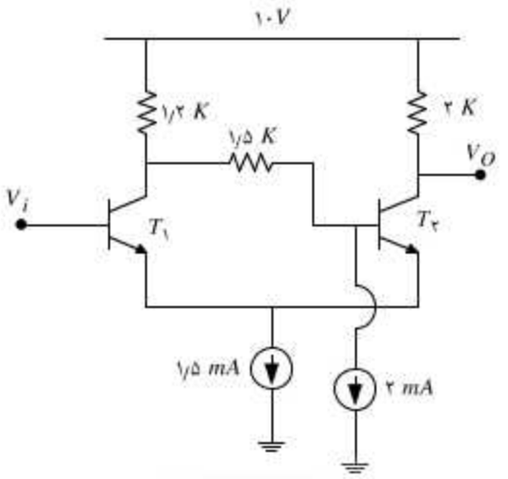
$$\Rightarrow V_i = V_۱ = ۹/۲۹ \text{ V}$$



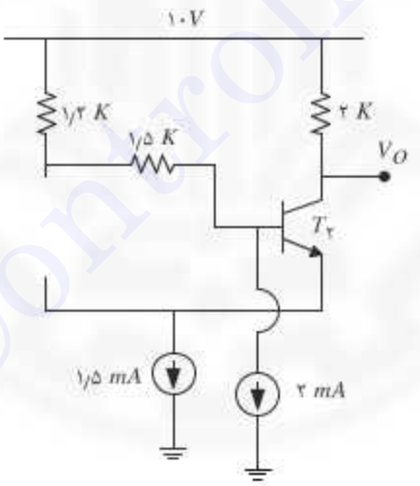
---

۲. مشخصه ورودی خروجی را برای مدار اشمیت زیر به‌دست آورید.

$$\beta = ۲۰۰ \quad , \; V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۶ \text{ V} \quad , \; V_{CS} = ۰ \text{ V}$$



حل. برای محاسبه مشخصه ابتدا V_i از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت تغییر می‌دهیم و ولتاژ خروجی را برحسب آن محاسبه و رسم می‌کنیم. اگر $V_i = -\infty$ آنگاه $T_۱$ قطع است و $T_۲$ مدار زیر را در سرهای خود دارد:



در این مدار به سادگی می‌توان بایاس $T_۲$ را محاسبه کرد با فرض خطی بودن ترانزیستور، خواهیم داشت:

$$I_{C۲} = ۱/۵\,\text{mA} \Rightarrow V_O = ۱۰ - ۲I_{C۲} = ۷\ \text{V} = V_{OL}$$

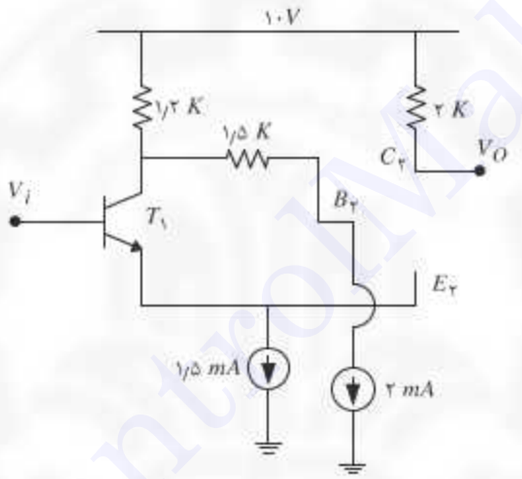
برای اطمینان از خطی‌بودن ترانزیستور ولتاژ بیس را هم حساب می‌کنیم. با فرض خطی‌بودن ترانزیستور و با توجه به β بزرگ به راحتی می‌توان از جریان بیس صرف‌نظر کرد خواهیم داشت:

$$V_{B۲} = ۱۰ - (۱/۲ + ۱/۵) \times ۲ = ۶/۶\ \text{V}$$

به توجه به سطوح ولتاژ به‌دست آمده خطی‌بودن ترانزیستور محرز است. با این شرایط برای ولتاژ امیتر خواهیم داشت:

$$V_{E۲} = V_{B۲} - ۰/۶ = ۶/۶ - ۰/۶ = ۶\ \text{V} = V_{E۱}$$

حال مادامی که ولتاژ ورودی از $V_{E۱} + ۰/۶ = ۶/۶\ \text{V}$ کمتر است $T_۱$ خاموش بوده و در مدار اتفاقی نمی‌افتد. حال وقتی که ولتاژ ورودی به $۶/۶\ \text{V}$ رسید ترانزیستور $T_۱$ روشن شده و حلقهٔ فیدبک مثبت مدار فعال شده و در نتیجه آن $T_۲$ قطع می‌شود. بنابراین $V_۱ = ۶/۶\ \text{V}$. در این شرایط مدار به‌صورت زیر خواهد بود.



در این شکل داریم:

$$V_O = ۱۰\ \text{V} = V_{OH}$$

در این شرایط ولتاژ گره‌های مختلف را محاسبه می‌کنیم، خواهیم داشت:

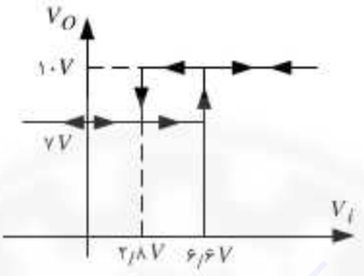
$$V_{E۱} = V_i - ۰/۶ = V_{E۲}$$
$$V_{C۱} = ۱۰ - ۱/۲ \times (۱/۵\text{mA} + ۲\text{mA}) = ۵/۸\ \text{V}$$
$$V_{B۲} = V_{C۱} - ۱/۵ \times ۲\text{mA} = ۲/۸\ \text{V}$$
$$V_{BE۲} = V_{B۲} - V_{E۲} = ۲/۸ - (V_i - ۰/۶) = ۳/۴ - V_i$$

حال وقتی ولتاژ ورودی کاهش می‌یابد $V_{BE۲}$ افزایش یافته و $T_۲$ در آستانه هدایت قرار گرفته و دوباره حلقهٔ فیدبک مثبت فعال شده و مدار به حالت اول برمی‌گردد. سطح ولتاژ

ورودی که به ازای آن $T_۲$ روشن می‌شود برابر است با:

$$V_{BE۲} = ۳/۴ - V_i = ۰/۶ \Rightarrow V_i = ۲/۸\ \text{V} = V_۲$$

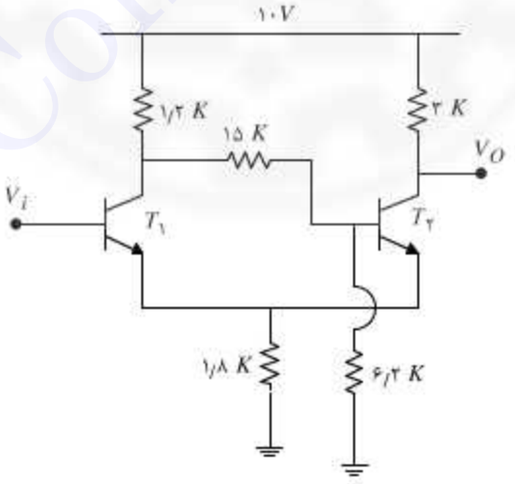
با این محاسبات مشخصهٔ ورودی و خروجی مدار به‌صورت شکل زیر است:



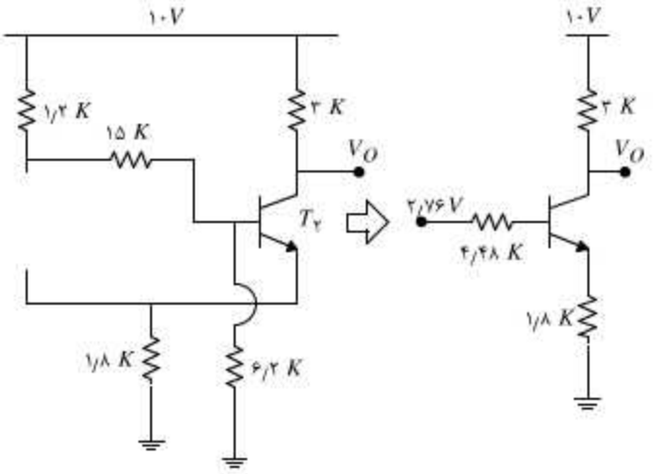
---

۳. در مدار اشمیت تریگر زیر مشخصهٔ ورودی- خروجی را محاسبه و رسم کنید.

$$\beta = ۴۰ \quad , \quad V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۶\ \text{V} \quad , \quad V_{CS} = ۰\ \text{V}$$



حل. برای محاسبه مشخصه ابتدا V_i از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت تغییر می‌دهیم و ولتاژ خروجی را برحسب آن محاسبه و رسم می‌کنیم. اگر $V_i = -\infty$ آنگاه $T_۱$ قطع است و $T_۲$ مدار زیر را در سرهای خود دارد:



در این شرایط ولتاژ گره‌های مختلف مدار به‌صورت زیر است:

$$I_{B۲} = \frac{۲/۷۶ - ۰/۶}{۴/۴۸ + (۴۰+۱)\times ۱/۸} = ۰/۰۲۷ \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_{C۲} = \beta I_{B۲} = ۴۰ \times ۰/۰۲۷ = ۱/۰۸ \text{ mA}$$

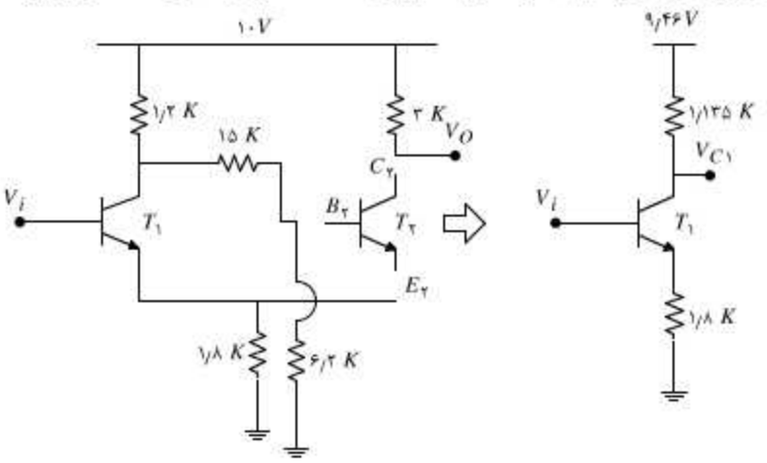
$$I_{E۲} = (\beta+۱) I_{B۲} = ۱/۱۰۷ \text{ mA}$$

$$V_{C۲} = V_O = ۱۰ - ۳ I_{C۲} = ۶/۷۶ \text{ V} = V_{OL}$$

$$V_{E۲} = ۱/۸ I_{E۲} = ۱/۹۹ \text{ V} = V_{E۱}$$

حال وقتی ولتاژ ورودی زیاد می‌شود ترانزیستور $T_۱$ در زمانی‌که V_i به $V_{E۱} + ۰/۶ = ۲/۵۹ \text{ V}$ می‌رسد روشن شده و حلقه فیدبک مثبت را فعال می‌کند، در نتیجه ساختار مدار عوض می‌شود. بنابراین داریم $V_۱ = ۲/۵۹ \text{ V}$.

حال فرض کنید که $T_۲$ قطع بوده و $T_۱$ روشن است V_i را آرام آرام کم می‌کنیم و شرایط تغییر وضعیت را بررسی می‌کنیم. در شرایط بیان شده مدار به‌صورت شکل زیر است:



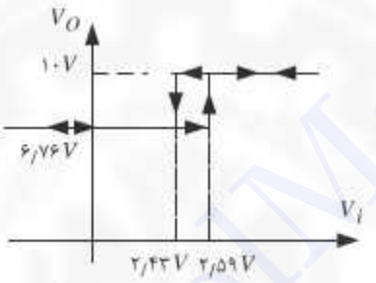
در این مدار به راحتی بایاس $T_۱$ را حل می‌کنیم خواهیم داشت:

$$V_{E۲}=V_{E۱}=V_i-۰/۶\Longrightarrow I_{E۱}=\frac{V_{E۱}}{۱/۸}=\frac{V_i-۰/۶}{۱/۸}=۰/۵۶V_i-۰/۳۴$$

$$\Rightarrow I_{C۱}=\frac{۴۰}{۴۱}I_{E۱}=۰/۵۴V_i-۰/۳۳$$

به راحتی می‌توان دید که مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که $V_{BE۲}$ به $۰/۶\,V$ برسد و این در شرایطی اتفاق می‌افتد که داشته باشیم:

$$V_{BE۲}=۳/۴۷-۱/۱۷۸V_i=۰/۶\ V\Rightarrow V_i=۲/۴۳\ V=V_۲$$



---

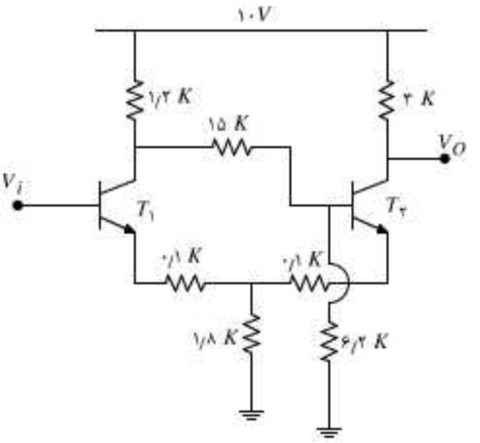
۴. در مدارهای اشمیت تریگر با ساختار مسئله قبل برای تغییر ولتاژهای بحرانی به‌صورت زیر عمل می‌شود.

الف) برای کاهش $V_۱$ یک مقاومت در امیتر $T_۱$ قرار می‌دهند.

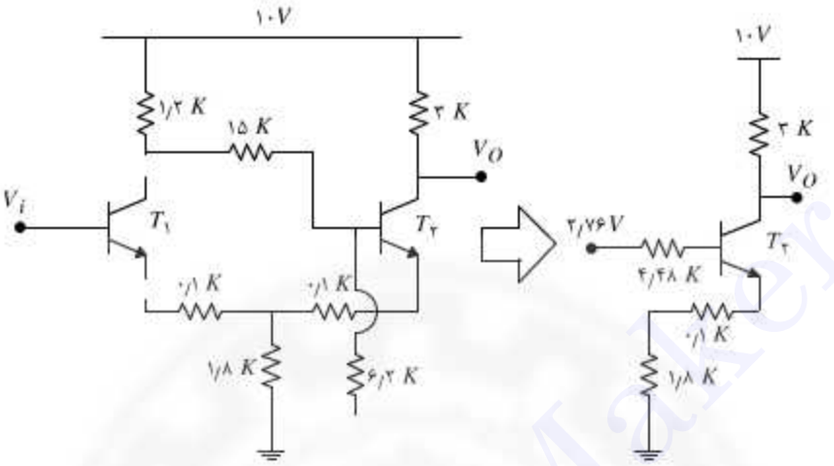
ب) برای افزایش $V_۲$ یک مقاومت در امیتر $T_۲$ قرار می‌دهند.

برای بررسی درستی این روش در شکل مسئله قبل در امیترهای دو ترانزیستور دو مقاومت ۱ K قرار می‌دهیم و مسئله را از سر حل می‌کنیم.

$$V_{BE}=V_\sigma=V_\gamma=۰/۶\ V\ ,\ \beta=۲۰۰\ ,\ V_{CS}=۰\ V$$



حل. برای محاسبه مشخصه ابتدا V_i از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت تغییر می‌دهیم و ولتاژ خروجی را برحسب آن محاسبه و رسم می‌کنیم. اگر $V_i = -\infty$ آنگاه $T_۱$ قطع است و $T_۲$ مدار زیر را در سرهای خود دارد.



در این شرایط ولتاژ گره‌های مختلف مدار به‌صورت زیر است:

$$I_{B۲} = \frac{۲/۷۶ - ۰/۶}{۴/۴۸ + (۴۰+۱)\times ۱/۹} = ۰/۰۲۶۲ \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_{C۲} = \beta I_{B۲} = ۴۰ \times ۰/۰۲۶۲ = ۱/۰۴ \text{ mA}$$

$$I_{E۲} = (\beta+۱) I_{B۲} = ۱/۰۷ \text{ mA}$$

$$V_{C۲} = V_O = ۱۰ - ۳ I_{C۲} = ۶/۸۸ \text{ V} = V_{OL}$$

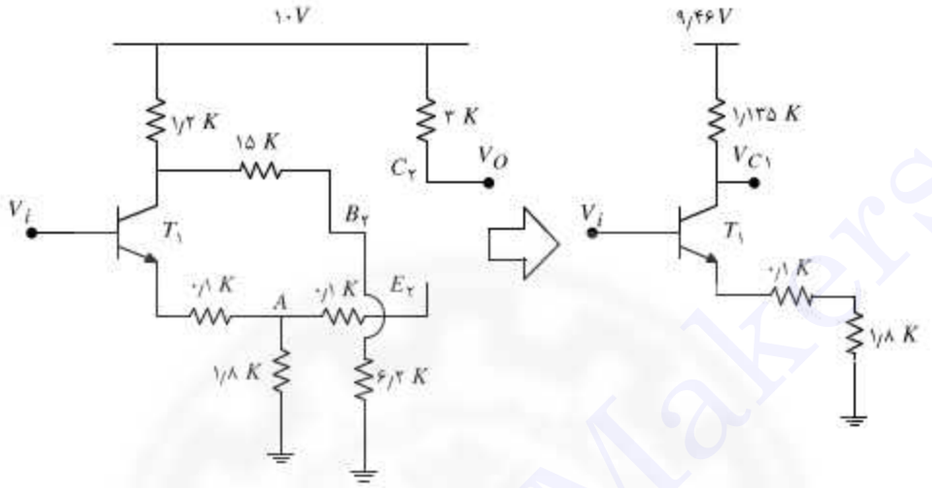
$$V_{E۲} = ۱/۹ I_{E۲} = ۲/۰۳ \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_{E۱} = V_A = \frac{۱/۸}{۰/۱ + ۱/۸} V_{E۱} = ۱/۹۲ \text{ V}$$

حال وقتی ولتاژ ورودی زیاد می‌شود ترانزیستور $T_۱$ در زمانی‌که V_i به $V_{E۱} + ۰/۶ = ۲/۵۲ \text{ V}$ می‌رسد روشن شده و حلقه فیدبک مثبت را فعال می‌کند و حالت مدار عوض می‌شود بنابراین داریم $V_۱ = ۲/۵۲ \text{ V}$. می‌بینیم که $V_۱$ کاهش یافته است.

حال فرض کنیدکه $T_۲$ قطع بوده و $T_۱$ روشن است V_i را آرام آرام کم می‌کنیم و شرایط تغییر وضعیت را بررسی می‌کنیم.

در شرایط بیان شده مدار به‌صورت شکل زیر است:



در این مدار به راحتی بایاس $T_۱$ را حل می‌کنیم خواهیم داشت:

$$V_{E۱} = V_i - ۰/۶$$

$$\Rightarrow I_{E۱} = \frac{V_{E۱}}{۱/۹} = \frac{V_i - ۰/۶}{۱/۹} = ۰/۵۲۶V_i - ۰/۳۱۵$$

$$\Rightarrow I_{C۱} = \frac{۴۰}{۴۱} I_{E۱} = ۰/۵۱۳V_i - ۰/۳۰۸$$

$$V_{E۲} = V_A = \frac{۱/۸}{۰/۱+۱/۸} V_{E۱} = ۰/۹۴۷V_i - ۰/۵۶۸$$

$$V_{C۱} = ۹/۴۶ - ۱/۱۳۵ I_{C۱} = ۹/۴۶ - ۱/۱۳۵(۰/۵۱۳V_i - ۰/۳۰۸)$$
$$= ۹/۸ - ۰/۵۸۲V_i$$

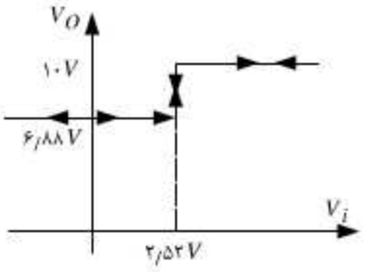
$$\Rightarrow V_{B۲} = \frac{۶/۲}{۱۵+۶/۲} V_{C۱} = ۲/۸۶ - ۰/۱۶۹V_i$$

$$\Rightarrow V_{BE۲} = V_{B۲} - V_{E۲} = (۲/۸۶ - ۰/۱۶۹V_i) - (۰/۹۴۷V_i - ۰/۵۶۸)$$
$$= ۳/۴۲ - ۱/۱۰۹V_i$$

حال مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که $V_{BE۲}$ به $۰/۶$V برسد و این در شرایطی اتفاق می‌افتد که داشته باشیم:

$$V_{BE۲} = ۳/۴۲ - ۱/۱۰۹V_i = ۰/۶ \text{ V} \Rightarrow V_i = ۲/۵۲ \text{ V} = V_۲$$

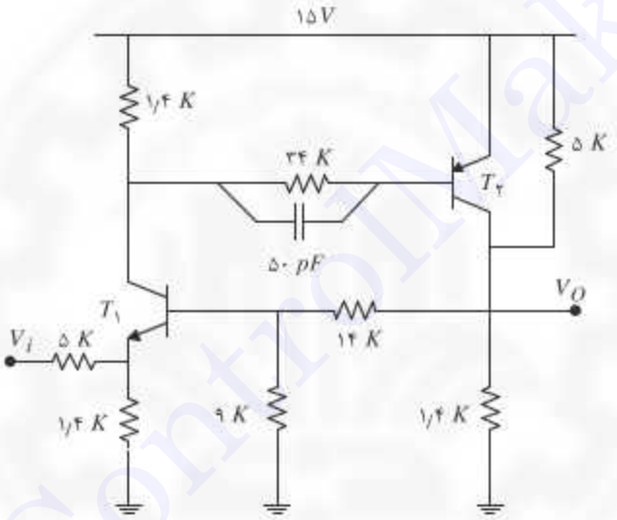
می‌بینیم که $V_۲$ هم زیاد شده است و از قضا با $V_۱$ مساوی شده است.



---

۵. در مدار شکل زیر مشخصه ورودی ـ خروجی را محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰٫۶\ \text{V}\ ,\quad \beta = ۱۰۰\ ,\quad V_{CS} = ۰\ \text{V}$$



حل. دراین مسئله به‌راحتی می‌توان دید که برای مقادیر بزرگ ولتاژ ورودی ترانزیستور $T_۱$ قطع است. بنابراین ابتدا ولتاژ ورودی را از مثبت بینهایت تا منفی بینهایت تغییر می‌دهیم که در نتیجه آن $V_۲$ محاسبه می‌شود. برای مقادیر بزرگ ولتاژ ورودی ترانزیستور $T_۱$ قطع بوده در نتیجه $T_۲$ حتماً قطع است. برای نقاط مختلف مدار خواهیم داشت:

$$V_{C۲} = ۱۵ \times \frac{(۹+۱۴) \| ۱٫۴}{(۹+۱۴) \| ۱٫۴ + ۵} = ۳٫۱۳\ \text{V}$$

$$V_{B۱} = ۳٫۱۳ \times \frac{۹}{۹+۱۴} = ۱٫۲۲\ \text{V}$$

$$V_{E۱} = V_i \times \frac{۱٫۴}{۵+۱٫۴} = ۰٫۲۱۸ V_i$$

حال فرض کنید که V_i را کم کنیم بدیهی است که $T_۱$ به سمت روشن‌شدن حرکت

می‌کند بنابراین سطحی از V_i را محاسبه می‌کنیم که $T_۱$ روشن شود این در شرایطی اتفاق می‌افتد که داشته باشیم:

$$V_{B۱}-V_{E۱}=۰/۶ \Rightarrow ۱/۲۲-۰/۲۱۸V_i=۰/۶ \Rightarrow V_i=۲/۸۴\ \text{V}$$

برای $V_i=۲/۸۴\ \text{V}$ ترانزیستور $T_۱$ روشن می‌شود ولی هنوز $T_۲$ قطع است. ولی روشن‌شدن $T_۱$ باعث فعال‌شدن حلقهٔ فیدبک مثبت نمی‌شود بلکه $T_۲$ نیز باید روشن شود برای این منظور بعد از روشن‌شدن $T_۱$ شرط روشن‌شدن $T_۲$ را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور ولتاژ دو سر مقاومت $۱/۴\text{K}$ موجود در کلکتور $T_۱$ باید $۰/۶\ \text{V}$ شود پس خواهیم داشت:

$$I_{E۱}=\frac{V_{B۱}-۰/۶}{۱/۴}-\frac{V_i-(V_{B۱}-۰/۶)}{۵}$$
$$=\frac{۱/۲۲-۰/۶}{۱/۴}-\frac{V_i-(۱/۲۲-۰/۶)}{۵}=۰/۵۶۶-۰/۲V_i$$
$$I_{C۱}=I_{E۱}=۰/۵۶۶-۰/۲V_i \Rightarrow V_{۱/۴\text{K}}=۱/۴I_{C۱}=۱/۴(۰/۵۶۶-۰/۲V_i)$$

$$V_{۱/۴\text{K}}=۰/۶ \Rightarrow V_i=۰/۶۸۷\text{V}=V_۲$$

به این ترتیب با رسیدن ولتاژ ورودی از بالا به $۰/۶۸۷\ \text{V}$ حلقهٔ فیدبک مثبت فعال شده و $T_۲$ اشباع می‌شود. حال اگر جهت تغییر ولتاژ ورودی را تغییر دهیم و آن را افزایش دهیم برای تغییر مجدد این بار $T_۲$ باید از اشباع در آمده و خطی شود. برای این منظور ولتاژهای نقاط مختلف مدار را در شرایطی محاسبه می‌کنیم که $T_۱$ خطی و $T_۲$ اشباع است:

$$V_{C۲}=۱۵\ \text{V}$$
$$V_{B۱}=۱۵\times\frac{۹}{۹+۱۴}=۵/۸۶\ \text{V}$$
$$V_{E۱}=V_{B۱}-۰/۶=۵/۲۶\ \text{V}$$

با این شرایط جریان ترانزیستور $T_۱$ را محاسبه می‌کنیم، دقت کنیدکه این ترانزیستور در ناحیهٔ خطی بوده و β آن بزرگ است، پس:

$$I_{E۱}=\frac{V_{B۱}-۰/۶}{۱/۴}-\frac{V_i-(V_{B۱}-۰/۶)}{۵}$$
$$=\frac{۵/۸۶-۰/۶}{۱/۴}-\frac{V_i-(۵/۸۶-۰/۶)}{۵}$$
$$=۴/۸۹-۰/۲V_i=I_{C۱}$$

حال جریان‌های امیتر و بیس را برای $T_۲$ محاسبه کرده و شرط خطی را اعمال می‌کنیم:

$$I_{E۲} = \frac{۱۵}{۱/۴ \parallel (۹+۱۴)} = ۱۱/۳ \ \text{mA}$$

دقت کنید که چون $T_۲$ اشباع است جریان مقاومت ۵ K صفر است. حال جریان بیس $T_۲$ را در شرایطی حساب می‌کنیم که در لبهٔ اشباع- خطی باشد آنگاه:

$$I_{B۲} = \frac{I_{CS}}{\beta} = \frac{۱۱/۳}{۲۰۰} = ۰/۰۵۶۵ \ \text{mA}$$

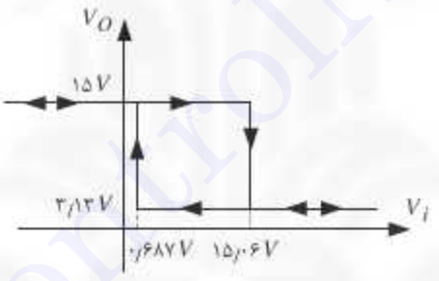
$$\Rightarrow V_{C۱} = ۱۵ - ۰/۶ - ۳۴ \times ۰/۰۵۶۵ = ۱۲/۴۷۹ \ \text{V}$$

$$I_{۱/۴K} = \frac{۱۵ - V_{C۱}}{۱/۴} = ۱/۸ \ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{C۱} = I_{۱/۴K} + I_{B۲} = ۱/۸ + ۰/۰۵۶۵ = ۱/۸۵۶۵ \ \text{mA}$$

$$I_{C۱} = ۴/۸۹ - ۰/۴V_i = ۱/۸۵۶۵ \ \text{mA}$$

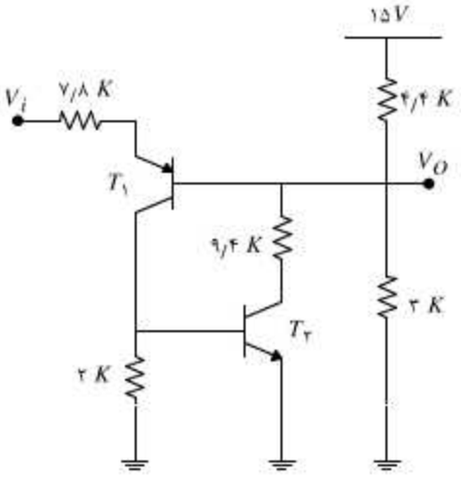
$$\Rightarrow V_i = ۱۵/۱۶ \ \text{V} = V_۱$$



---

۶. اشمیت تریگر شکل زیر را تحلیل کنید.

$$V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۶ \ \text{V} \ , \quad \beta = ۱۰۰ \quad , \quad V_{CS} = ۰ \ \text{V}$$



حل. در این مدار بدیهی است که وقتی که V_i مقادیر خیلی کوچک دارد T_1 قطع است که در نتیجه آن T_2 نیز قطع خواهد بود. به این ترتیب با افزایش V_i، ابتدا T_1 روشن شده و با افزایش بیشتر آن T_2 نیز در آستانه روشن‌شدن قرار می‌گیرد و این شرایطی است که فیدبک مثبت فعال می‌شود. بنابراین T_1 را روشن فرض کرده و شرط روشن‌شدن T_2 را محاسبه می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$V_O = V_{B1} = 15 \times \frac{3}{3+4.4} = 6.08 \text{ V}$$

$$V_{E1} = V_{B1} + 0.6 = 6.68 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_{C1} = I_{E1} = \frac{V_i - V_{E1}}{7.8} = \frac{V_i - 6.68}{7.8} = 0.128V_i - 0.856$$

$$V_{BE2} = 2\text{K} \times I_{C1} = 0.256V_i - 1.712$$

$$\Rightarrow V_{BE2} = 0.6 \Rightarrow V_i = 9.03 \text{ V} = V_1$$

با رسیدن ولتاژ ورودی به این سطح، مدار تغییر وضعیت داده و T_2 اشباع می‌شود. حال شرایطی را در نظر می‌گیریم که T_2 اشباع باشد و بخواهیم با کاهش ولتاژ ورودی مدار را به حالت قبل برگردانیم بنابراین مدار را در شرایطی که T_2 اشباع و T_1 خطی است بررسی و شرط خطی‌شدن T_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$V_O = V_{B1} = 15 \times \frac{3 \| 9.4}{3 \| 9.4 + 4.4} = 5.11 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_{C2} = \frac{5.11}{9.4} = 0.543 \text{ mA}$$

$$V_{E1} = V_{B1} + 0.6 = 5.78 \text{ V}$$

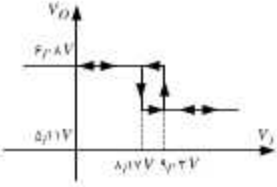
$$\Rightarrow I_{C1} = I_{E1} = \frac{V_i - V_{E1}}{7.8} = \frac{V_i - 5.78}{7.8} = 0.128V_i - 0.741$$

حال فرض می‌کنیم T_2 در لبهٔ اشباع و خطی قرار گرفته است پس:

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{\beta} = \frac{0.543 \text{ mA}}{100} = 0.00543 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_{C1} = I_{B2} + \frac{V_{BE2}}{2} = 0.00543 + 0.3 = 0.30543 \text{ mA}$$

$$I_{C1} = 0.128V_i - 0.741 = 0.30543 \text{mA} \Rightarrow V_i = 8.17 \text{ V} = V_2$$



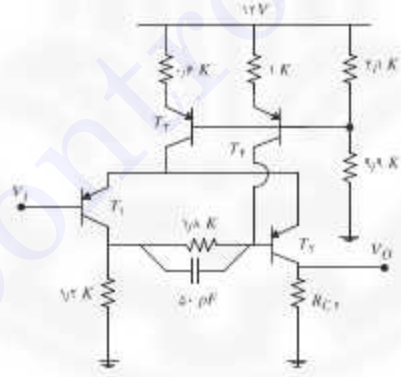
---

۷. مدار اشمیت تریگر زیر را در نظر بگیرید:

الف) مقدار مقاومت $RC_۲$ را به‌گونه‌ای انتخاب کنید که تغییر ولتاژ خروجی در دو وضعیت مدار ۱ V باشد.

ب) با توجه به بند (الف) مشخصات اشمیت تریگر را محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۶\ \text{V} \quad , \quad \beta = ۱۰۰ \quad , \quad V_{CS} = ۰\ \text{V}$$



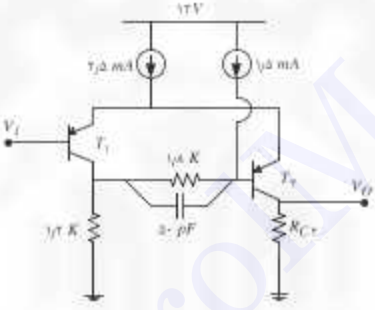
حل. به راحتی می‌توان دید که ترانزیستورهای $T_۳$ و $T_۴$ نقش منابع جریان را دارند بنابراین جریان آنها را محاسبه و آنها را با منابع جریان جایگزین می‌کنیم:

$$V_{B۳} = V_{B۴} = ۱۲ \times \frac{۹/۹}{۹/۹ + ۲/۱} = ۹/۹\ \text{V}$$

$$I_{C۲} = I_{E۲} = \frac{۱۲-۹/۹-۰/۶}{۰/۶} = ۲/۵ \text{ mA}$$

$$I_{C۴} = I_{E۴} = \frac{۱۲-۹/۹-۰/۶}{۱} = ۱/۵ \text{ mA}$$

به این ترتیب مدار را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:



الف) می‌دانیم که ترانزیستور $T_۲$ در دو وضعیت قطع و خطی است بنابراین تغییر ولتاژ خروجی برابر است با:

$$\Delta V_O = R_{C۲} \times ۲/۵\text{mA} = ۱\text{V} \Rightarrow R_{C۲} = ۰/۴ \text{ K}\Omega$$

حال به تحلیل مدار می‌پردازیم:

ابتدا فرض می‌کنیم V_i مقادیر بزرگ داشته باشد در آن صورت $T_۱$ قطع است حال باباس $T_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$I_{C۲} = I_{E۲} = ۲/۵\text{mA} \Rightarrow V_{OH} = ۰/۴ \times ۲/۵ = ۱ \text{ V}$$
$$V_{B۲} = (۱/۲ + ۱/۸) \times ۱/۵ mA = ۴/۵ \text{ V}$$
$$V_{E۱} = V_{E۲} = ۴/۵ + ۰/۶ = ۵/۱ \text{ V}$$

با کمی دقت خطی‌بودن $T_۲$ فهمیده می‌شود. حال برای اینکه $T_۱$ روشن شود باید V_i در جهت کاهش به $۰/۶$ V کمتر از ولتاژ امیتر برسد یعنی $V_۲ = ۵/۱ - ۰/۶ = ۴/۵$ V در این سطح از ولتاژ ورودی مدار تغییر وضعیت داده و $T_۲$ قطع می‌شود.

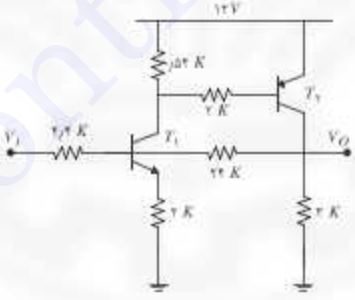
حال در جهت عکس با افزایش V_i شرایطی را محاسبه می‌کنیم که T_2 روشن شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$V_{C1} = 1/2 \times (1/5 + 2/5) = 4/8 \text{ V}$$
$$V_{E1} = V_{E2} = V_i + 0/6$$
$$V_{B2} = V_{C1} + 1/8 \times 1/5 = 7/5 \text{ V}$$
$$V_{EB2} = V_{E2} - V_{B2} = V_i + 0/6 - 7/5 \text{ V} = V_i - 6/9 \text{ V}$$
$$V_{EB2} = 0/6 \text{ V} \quad V_i - 6/9 = 0/6 \Rightarrow V_i = 7/5 \text{ V}$$

---

۸. در مدار شکل زیر مشخصه ورودی ـ خروجی را محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = 0/6 \text{ V} \quad , \quad \beta = 100 \quad , \quad V_{CS} = 0 \text{ V}$$



حل. ابتدا V_i را از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت تغییر می‌دهیم و V_O را برحسب آن محاسبه و رسم می‌کنیم. وقتی $V_i = -\infty$ آنگاه T_1 قطع است که در نتیجه آن T_2 نیز قطع است بنابراین برای مقادیر خیلی کوچک V_i خواهیم داشت:

$$V_O = \frac{3}{3 + 24 + 4/4} V_i = 0/095 V_i \quad , \quad V_{B1} = \frac{24 + 3}{3 + 24 + 4/4} V_i = 0/859 V_i$$

حال وقتی که V_i افزایش می‌یابد ابتدا T_1 روشن می‌شود شرایط روشن‌شدن T_1 به‌صورت زیر است:

$$V_{B1} = ۰/۸۵۹ V_i = ۰/۶ \Rightarrow V_i = ۰/۶۹۸ \text{ V}$$

برای $V_i \geq ۰/۶۹۸$ V رابطهٔ ولتاژ خروجی و ورودی با صرف‌نظر از جریان بیس همان رابطهٔ قبلی است. در این شرایط جریان امیتر T_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$I_{C1} = I_{E1} = \frac{V_{B1} - ۰/۶}{۲} = \frac{۰/۸۵۹ V_i - ۰/۶}{۲}$$

حال T_2 زمانی روشن می‌شود که ولتاژ دو سر مقاومت ۰/۵۴ K برابر با ۰/۶ V شود یعنی:

$$۰/۵۴ I_{C1} = ۰/۶ \Rightarrow ۰/۵۴ \frac{۰/۸۵۹ V_i - ۶}{۲} = ۰/۶ \Rightarrow V_i = ۳/۲۸ \text{ V} = V_1$$

در این زمان فیدبک مثبت فعال شده و ترانزیستور T_2 اشباع می‌شود. یعنی:

$$V_{C2} = V_{OH} = ۱۲ \text{ V}$$

حال در جهت عکس با کاهش V_i، T_2 باید از اشباع خارج شود، بنابراین در لبهٔ اشباع و خطی برای T_2 و خطی برای T_1 داریم:

$$I_{C2} = \frac{۱۲}{۳} + \frac{۱۲ - V_i}{۲۴ + ۴/۴} = ۴/۴۲ - ۰/۰۳۵۲ V_i$$

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{\beta} = \frac{۴/۴۲ - ۰/۰۳۵۲ V_i}{۱۰۰}$$

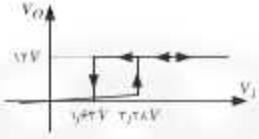
برای T_1 می‌توان نوشت:

$$V_{B1} = ۱۲ \times \frac{۴/۴}{۲۴ + ۴/۴} + V_i \times \frac{۲۴}{۲۴ + ۴/۴} = ۱/۸۵۹ + ۰/۸۴۵ V_i$$

$$I_{C1} = \frac{V_{B1} - ۰/۶}{۲} = ۰/۶۲۹ + ۰/۴۲۲ V_i$$

از روی مدار به راحتی می‌توان نوشت:

$$۰/۵۴(I_{C۱}-I_{B۲})=۰/۶+۲I_{B۲}\Rightarrow V_i=V_۲=۱/۶۳۵\ \text{V}$$

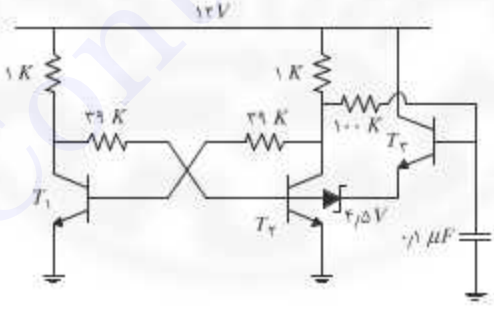


۵

مولتی‌ویبراتور یک‌حالته

۱. مدار شکل زیر یک مدار یک‌حالته است. طرز کار آن را شرح داده و زمان دوام پالس را برای آن محاسبه کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = ۲۰۰ \quad , \quad \beta_3 = \infty \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶\ \mathrm{V}$$



حل. ادعا می‌کنیم در مدار در حالت پایدار T_2 اشباع و T_1 قطع است و T_3 نیز قطع است. زیرا اگر در مدار دوحالته T_1 اشباع و T_2 قطع باشد آنگاه خازن ۰/۱μF از طریق مقاومت ۱۰۰KΩ شارژ می‌شود. تا اینکه T_2 روشن و زنر درحالت زنری قرار می‌گیرد. با افزایش بیشتر بیس T_2 افزایش یافته و به ۰/۶ V می‌رسد و در آستانهٔ روشن‌شدن قرار می‌گیرد و مدار تغییر وضعیت می‌دهد. با این شرح وقتی ولتاژ خازن به $V_{BE2} + V_Z + V_{BE2}$ می‌رسد، مدار به حالت دیگر

می‌رود که در آن T_2 اشباع و T_1 قطع است. این حالت پایدار است چون خازن C تخلیه شده و T_2 نیز قطع می‌شود و مدار دیگر تغییر وضعیت نمی‌دهد. برای محاسبهٔ T فرض می‌کنیم مدار با یک سیگنال تریگر مناسب تریگ شده و T_2 قطع شده است. حال کافی است زمانی را حساب کنیم که $V_C(t)$ به $0.6+4.5+0.6=5.7\ \text{V}$ برسد. در این شرایط از نقطهٔ A مدار معادل تونن را حساب می‌کنیم.

$$R_{th}=39\|1=\frac{39}{40}=0.975\ \text{K}\Omega$$

$$V_{th}=12\times\frac{39}{40}+0.6\times\frac{1}{40}=11.71\ \text{V}$$

برای محاسبهٔ ولتاژ خازن داریم:

$$\tau=(R_{th}+100\ \text{K}\Omega)\times 0.1\mu\text{F}=100.975\ \text{K}\Omega\times 0.1\mu\text{F}=10.0975\ \text{ms}\cong 10\ \text{ms}$$

$$V_C(0)=0 \qquad V_C(\infty)=V_{th}=11.71\ \text{V}$$

$$V_C(t)=11.71\left[1-e^{-\frac{t}{10\ \text{ms}}}\right]=5.71\text{V}\Rightarrow t=T=6.67\ \text{ms}$$

---

۲. مدار یک‌حالته زیر را در نظر بگیرید.

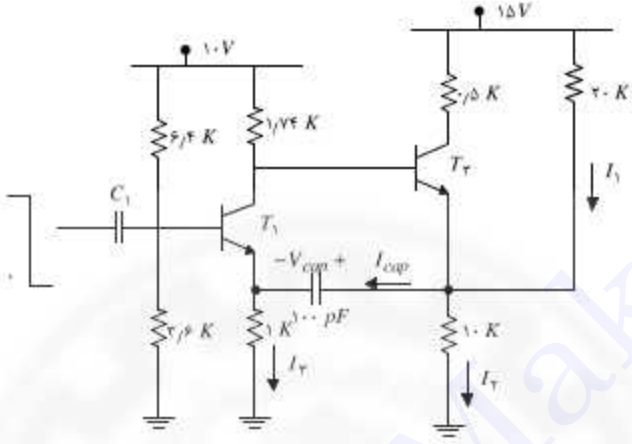
الف) شکل موج‌های $V_{E1}(t)$ و $V_{E2}(t)$ و $V_{C2}(t)$ و $V_{C1}(t)$ را محاسبه و رسم کنید. همچنین زمان دوام پالس را حساب کنید.

ب) حداقل دامنهٔ پالس تریگر چقدر است؟

پ) اگر خازن C_1 خیلی بزرگ انتخاب شود چه مشکلی ممکن است پیش آید؟

ت) یک یا چند مقدار از مقادیر روی شکل را تغییر دهید تا مدار نوسانی شود.

$$\beta=\infty \qquad V_{BE}=V_\gamma=V_\sigma=0.6\ \text{V}$$



حل. ابتدا باید حالت پایدار مدار را حل کنیم. چون مدار یک‌حالته است خازن را مدار باز در نظر می‌گیریم (چون خازن دارای مقادیر DC است و در حالت پایدار است) در این‌صورت T_1 با توجه به مقاومت‌های بیس خود فعال است پس با فرض باز بودن خازن داریم:

تحلیل در $t=0^-$ و $I_{cap}=0$

$$V_{B1}=10\times\frac{3/6}{6/4+3/6}=3/6\ \text{V}$$

$$V_{E1}=V_{BE1}-0/6=3/6-0/6=3\ \text{V}\qquad I_{C1}=I_{E1}=\frac{3}{1\text{K}}=3\ \text{mA}$$

$$V_{C1}=10-1/74I_{C1}=10-1/74\times3=4/78\ \text{V}$$

$$V_{B2}=V_{C1}=4/78\ \text{V}$$

با $V_{B2}=4/78\ \text{V}$، T_2 قطع است چون اگر فعال باشد آنگاه می‌توان نوشت:

$$V_{E2}=V_{B2}-0/6=4/78-0/6=4/18\ \text{V}$$

$$I_{E2}=I_2-I_1=\frac{4/18}{10}-\frac{15-4/18}{20}=-0/123\ \text{mA}<0$$

پس T_2 قطع است در این صورت داریم:

$$V_{E2}=15\times\frac{10}{10+20}=5\ \text{V}$$

مهمترین پارامتر ولتاژ دو سر خازن است، که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_{cap}(0^-)=V_{E2}(0^-)-V_{E1}(0^-)=5-3=2\ \text{V}$$

حال وقتی پالس تریگ اعمال می‌شود، T_1 قطع می‌شود، در این صورت، با قطع شدن T_1، T_2 روشن می‌شود، فرض می‌کنیم خطی باشد، داریم:

$$V_{B2}(0^+)=10\ \text{V} \qquad (\beta=\infty)$$

$$V_{E2}(0^+)=10-0.6=9.4\ \text{V}$$

$$V_{E1}(0^+)=V_{E2}(0^+)-V_{cap}$$

$$V_{E1}(0^+)=9.4-2=7.4\ \text{V}$$

حال جریان امیتر T_2 را در $t=0^+$ حساب می‌کنیم:

$$I_{E2}(0^+)=I_2(0^+)+I_{cap}-I_1=\frac{9.4}{10}+\frac{9.4-2}{1}-\frac{15-9.4}{20}$$

$$I_{cap}=I_{RE1}=\frac{V_{E1}(0^+)}{R_{E1}}=\frac{9.4-2}{1}$$

$$\Rightarrow I_{E2}(0^+)=8.06\ \text{mA}\approx 8\ \text{mA}$$

برای اینکه فرض خطی‌بودن T_2 را بررسی کنیم، می‌نویسیم:

$$V_{C2}(0^+)=15-0.5\times 8\ \text{mA}=11\ \text{V}$$

که خطی بودن T_2 ثابت می‌شود (در $t=0^+$). حال با گذشت زمان V_{E2} ثابت می‌ماند ولی V_{E1} به سمت $0\ \text{V}$ میل می‌کند و زمانی‌که $V_{E1}=3\ \text{V}$ مدار به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد یعنی T_2 قطع می‌شود، حال داریم:

$$V_{E1}(t)=V_{E1}(\infty)+\left[V_{E1}(0^+)-V_{E1}(\infty)\right]e^{-t/\tau}$$

$$\tau_1=100\ \text{pF}\times 1\ \text{K}\Omega=100\ \text{ns} \qquad V_{E1}(\infty)=0 \qquad V_{E1}(0^+)=7.4\ \text{V}$$

$$V_{E1}(t)=7.4e^{-t/\tau} \qquad t\geq 0^+$$

حال زمانی را حساب می‌کنیم که $V_{E1}(t)=3\ \text{V}$

$$V_{E1}(t)=3\ \text{V}\Rightarrow 7.4e^{-t/\tau}=3\ \text{V}\Rightarrow t=T=90.2\ \text{ns}$$

برای بازهٔ $0 \le t \le T$ ، $V_{C2}(t)$ را نیز حساب می‌کنیم:

$$I_{C2}(t) = I_{E2}(t) = I_2 + I_{cap} = I_1$$

$$= \frac{9.4}{10} + \frac{V_{E1}(t)}{1K} - \frac{15-9.4}{20} = 0.94 + 7.4e^{-t/\tau_1} - 0.28$$

$$I_{C2}(t) = 7.4e^{-t/\tau_1} + 0.66$$

$$V_{C2}(t) = 15 - 0.5 I_{C2}(t) = 15 - 0.5\left[7.4e^{-t/\tau_1} + 0.66\right]$$

$$V_{C2}(t) = 14.67 - 3.7e^{-t/\tau_1} \qquad T \ge t \ge 0$$

در $t = T$ ، T_2 قطع می‌شود، بنابراین ولتاژ خازن را در $t = T^-$ حساب می‌کنیم:

$$V_{E1}(T^-) = 3V \qquad V_{E2}(T^-) = 9.4\ \text{V}$$

$$V_{cap}(T^-) = V_{E2}(T^-) - V_{E1}(T^-) = 9.4 - 3 = 6.4\ \text{V}$$

$$V_{C2}(T^-) = 14.67 - 3.7e^{-T/\tau} = 13.15\ \text{V}$$

$$V_{E1}(T^+) = 3V \Rightarrow V_{E2}(T^+) = 9.4\ \text{V}$$

$$I_{C1}(T^+) = I_2 - I_{cap} = I_2 - (I_1 - I_2)$$

$$I_{C1}(T^+) = \frac{3}{1} - \left(\frac{15-9.4}{20} - \frac{9.4}{10}\right) = 3.66\ \text{mA}$$

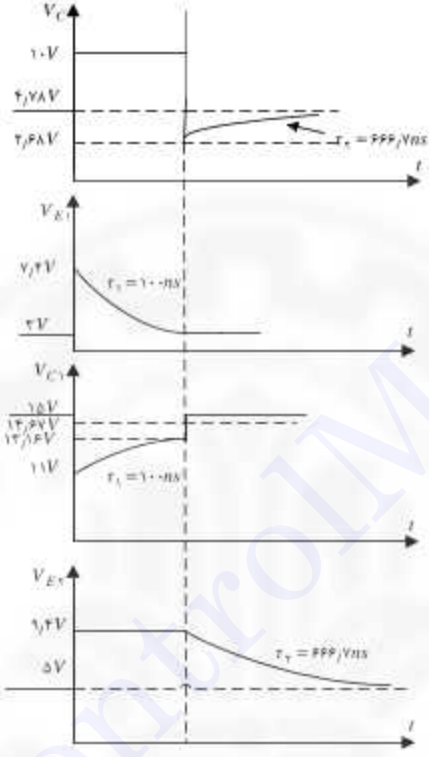
$$V_{C1}(T^+) = 10 - 1.74 I_{C1}(T^+) = 10 - 1.74 \times 3.66 = 3.63\ \text{V}$$

می‌بینیم که T_1 خطی است. حال $V_{C1}(t)$ با ثابت زمانی

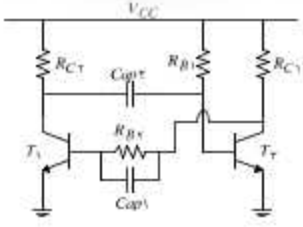
$$\tau_2 = 100\ \text{pF} \times (10\text{K} \parallel 20\text{K}) = 666.7\ \text{ns}$$

به مقدار نهایی خود یعنی ۴٫۷۸ V حرکت می‌کند (۴٫۷۸ V ولتاژ $V_{C2}(t)$ در $t = 0^-$ نیز بوده است).

$V_{E2}(t)$ نیز با همان ثابت زمانی به مقدار نهایی خود که همان مقدارش در $t = 0^-$ است خواهد رفت. شکل موج‌ها به‌صورت زیر است:



۳. در مدار مونواستابل مقابل شکل موج‌های نقاط مختلف را محاسبه و رسم کنید.

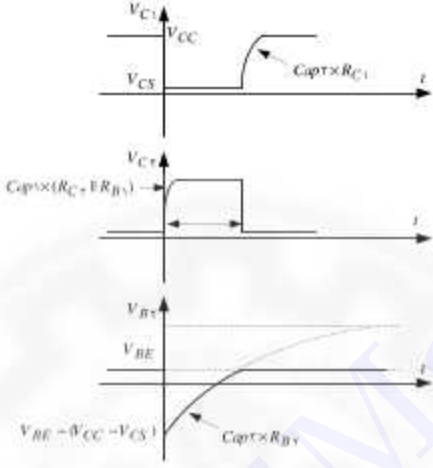


حل. این مدار یکی از مدارهای کلاسیک مونواستابل است. ابتدا مدار را در حالت پایدار تحلیل می‌کنیم. در اینجا به‌صورت پیش فرض، فرض می‌کنیم که مدار دارای یک حالت پایدار است. بدیهی است که در حالت پایدار هر دو ترانزیستور نمی‌توانند در ناحیهٔ خطی باشند زیرا مدار دارای فیدبک مثبت است. این فیدبک مثبت از بیس T_1 به کلکتور T_1، به بیس T_2، و کلکتور T_2 و در انتها به بیس T_1 است. به‌عنوان مثال اگر ترانزیستورها در ناحیهٔ خطی باشند و یک تغییر کوچک در بیس T_1 ایجاد شود این تغییر در مسیر یاد شده افزایش یافته و مجدداً به بیس T_1 برمی‌گردد و این حلقه فیدبک مثبت تا اشباع شدن یکی از ترانزیستورها و قطع‌شدن دیگری فعال خواهد بود که بستگی به مثبت یا منفی بودن تغییر یاد شده دارد. تصور کنید که T_2 قطع و T_1 اشباع باشد در اینصورت باید $V_{C1}=0$ و $V_{B2}<0$. در این صورت به راحتی می‌توان دید که V_{B2} از طریق R_{B2} به سمت V_{CC} شارژ می‌شود و در این مسیر T_2 روشن می‌شود و مدار تغییر وضعیت می‌دهد که به این معنی است که این حالت پایدار نیست و اگر مدار به هر طریقی به این حالت منتقل شود پس از مدتی از این حالت خارج می‌شود. حال تصور کنید که مدار در حالت T_2 اشباع و T_1 قطع باشد. در این صورت به راحتی می‌توان دید که این حالت، حالتی پایدار است. زیرا با اشباع بودن T_2 داریم $V_{C2}=0$ که در نتیجه T_1 خاموش و قطع خواهد بود. در این حالت داریم $V_{Cap2}=V_{CC}-V_{BE}$

برای تریگ کردن این مدار فرض می‌کنیم با یک عامل خارجی به‌صورت لحظه‌ای ولتاژ V_{C1} از V_{CC} به V_{CS} که در اینجا صفر فرض می‌شود جهش کند. در این صورت این جهش به بیس ترانزیستور T_2 منتقل می‌شود و آن را خاموش که در نتیجه کلکتور آن به سمت مقادیر مثبت جهش یافته و باعث روشن‌شدن T_1 شده و مدار به حالت T_1 اشباع و T_2 قطع منتقل می‌شود. در این شرایط داریم:

$$V_{B2}(0^+)=V_{BE}-(V_{CC}-V_{CS})$$
$$V_{C1}(0^+)=V_{CS}$$

در این شرایط ولتاژ کلکتور T_2 از V_{BE} تا $V_{CC}\dfrac{R_{B1}}{R_{B1}+R_{C2}}+V_{BE}\dfrac{R_{C2}}{R_{B1}+R_{C2}}$ با ثابت زمانی $Cap1\times(R_{B1}\|R_{C2})$ تغییر می‌کند. دقت کنید که ولتاژ خازن Cap_1 نمی‌تواند جهش کند. در این شرایط V_{B2} با ثابت زمانی $Cap2\times R_{B2}$ به سمت V_{CC} حرکت می‌کند. در طول مسیرش به مقدار V_{BE} می‌رسد که سبب می‌شود T_2 روشن شده و مدار به حالت پایدار خود برگردد. به این ترتیب شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل صفحهٔ بعد خواهد بود:



در این شکل دیده می‌شود که T زمان ماندن در حالت ناپایدار است. که به‌راحتی می‌توان از روی منحنی‌های بالا به‌دست آورد. برای این منظور $V_{B2}(t)$ را می‌توان برای زمان گذار به‌صورت زیر نوشت:

$$V_{B2}(t)=V_{B2}(\infty)+(V_{B2}(0)-V_{B2}(\infty))e^{-\frac{t}{R_{B2}Cap2}}$$

$$=V_{CC}+(V_{BE}-V_{CC}+V_{CS}-V_{CC})e^{-\frac{t}{R_{B2}Cap2}}$$

$$=V_{CC}+(V_{BE}+V_{CS}-2V_{CC})e^{-\frac{t}{R_{B2}Cap2}}$$

برای محاسبه زمان T می‌نویسیم:

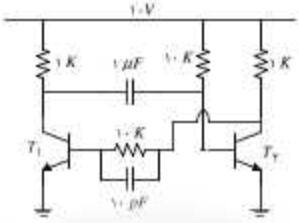
$$V_{B2}(t)=V_{CC}+(V_{BE}+V_{CS}-2V_{CC})e^{-\frac{t}{R_{B2}Cap2}}=V_{BE}\Rightarrow$$

$$T=R_{B2}Cap2\,\mathrm{Ln}\frac{V_{BE}+V_{CS}-2V_{CC}}{V_{BE}-V_{CC}}=R_{B2}Cap2\,\mathrm{Ln}\frac{2V_{CC}-V_{BE}-V_{CS}}{V_{CC}-V_{BE}}$$

---

۴. به‌عنوان یک نمونه عددی از مسئله قبل در مدار مونواستابل مقابل شکل موج‌های نقاط مختلف را محاسبه و رسم کنید.

$$\beta_1=\beta_2=50\ ,\ V_{BE}=0/6\,\mathrm{V}\ ,\ V_{CS}=0\,\mathrm{V}$$



حل. با توجه به مسئله قبل بدیهی است که در حالت پایدار T_1 قطع و T_2 اشباع است.

قبل از اعمال سیگنال تریگ ولتاژهای گره‌های مختلف را محاسبه می‌کنیم:

$$I_{B2} = \frac{10 - 0.6}{10} = 0.94 \text{ mA} \quad , \quad I_{CS2} = \frac{10 - 0}{1} = 10 \text{ mA}$$

$$\beta I_{B2} > I_{CS2} \Rightarrow T_2 = Saturated$$

در اینجا اشباع بودن T_2 و در نتیجه آن قطع بودن T_1 به‌دست می‌آید پس:

$$V_{C2} = 0 \Rightarrow V_{B1} = 0 \Rightarrow T_1 = OFF \Rightarrow V_{C1} = 10 \text{ V}$$
$$\Rightarrow V_{1\mu F} = 10 - 0.6 = 9.4 \text{ V} \ , V_{Cap1} = 0 \text{ V}$$

حال وقتی که V_{C1} به اندازهٔ ۱۰ V سقوط داده می‌شود این سقوط مستقیماً به بیس T_2 منتقل می‌شود. بنابراین در $t = 0^+$ خواهیم داشت:

$$V_{B2}(0^+) = 0.6 - 10 = -9.4 \text{ V}$$

پس T_2 قطع می‌شود. بدیهی است که T_1 روشن می‌شود (در مسئلهٔ قبل شرح داده شد). فرض می‌کنیم که T_1 اشباع باشد این فرض را بعداً تأیید خواهیم کرد.

$$I_{B1}(0^+) = \frac{10 - 0.6}{1} = 9.4 \text{ mA}$$

در $t = 0^+$ چون ولتاژ خازن Cap_1 صفر است و جهش نمی‌کند جریان تنها از مقاومت ۱K عبور می‌کند با فرض اشباع بودن T_1 خواهیم داشت:

$$I_{C1}(0^+) = I_{RC1}(0^+) + I_{RB2}(0^+) = \frac{10 - 0}{1} + \frac{10 - (-9.4)}{10} = 11.94 \text{ mA}$$

دقت کنید که $I_{RB۲}(۰^+)$ تنها از خازن یک میکروفارادی می‌گذرد چون $T_۲$ قطع است. اشباع بودن $T_۱$ با توجه به $\beta I_{B۱} > I_{CS۱}$ بدیهی است. در زمانهای بعدی جریان خازن یک میکروفارادی کاهش یافته و اشباع‌بودن $T_۱$ ادامه دارد. با این شرح $V_{B۲}$ با ثابت زمانی $R_{B۲} \times ۱\mu F$ به سمت ۱۰ V شارژ می‌شود. در همین زمان $V_{C۲}$ با ثابت زمانی $(R_{B۱} \| R_{C۲}) \times Cap۱$ به سمت مقدار نهایی خود شارژ می‌شود مقدار نهایی آن برابر است با:

$$V_{CC}\frac{R_{B۱}}{R_{B۱}+R_{C۲}}+V_{BE}\frac{R_{C۲}}{R_{B۱}+R_{C۲}}=۱۰\frac{۱۰}{۱۰+۱}+۰/۶\frac{۱}{۱۰+۱}=۹/۱۴۵\ \text{V}$$

در این شرایط مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

$$V_{B۲}(t)=۰/۶\ \text{V}$$

می‌دانیم $V_{B۲}(\infty)=۱۰\ \text{V}$ ، $V_{B۲}(۰^+)=-۹/۴\ \text{V}$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$V_{B۲}(t)=۱۰+[-۹/۴-۱۰]e^{-\frac{t}{R_B.Cap۱}}=۱۰-۱۹/۴e^{-\frac{t}{R_B.Cap۱}}$$

$$V_{B۲}(t)=۰/۶\ \text{V}\Rightarrow t=۱۰\text{ms}\ \text{Ln}\frac{۱۹/۴}{۹/۴}=۷/۲۴\ \text{ms}$$

در این زمان فیدبک مثبت عمل کرده و مدار تغییر وضعیت می‌دهد ممکن است که این پرسش پیش آید که $T_۱$ اشباع است و با روشن‌شدن $T_۲$ فیدبک مثبت عمل نمی‌کند و یا حداقل گین حلقه از یک کمتر است، ولی باید دقت کنید که جریان $R_{B۲}$ در $t=۷/۲۴^+$ همگی از $T_۲$ عبور می‌کند، و در $t=۷/۲۴^+$ اگر $T_۱$ قطع نشود داریم:

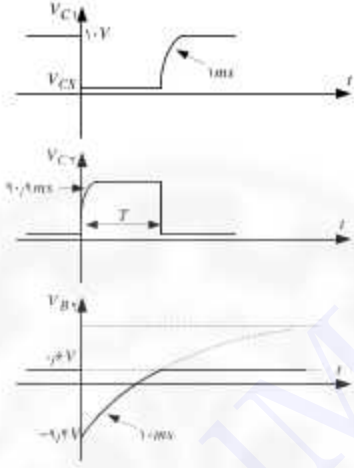
$$I_{B۲}(۷/۲۴^+)=۹/۴\ \text{mA}$$

حال اگر یک معادلهٔ جریان در گره $V_{C۲}$ بنویسیم خواهیم داشت:

$$\frac{V_{C۲}-۱۰}{۱}+\beta I_{B۲}+\frac{V_{C۲}-۰/۶}{۱۰}=۰\Rightarrow V_{C۲}=-۴۱۸/۱۲\ \text{V}$$

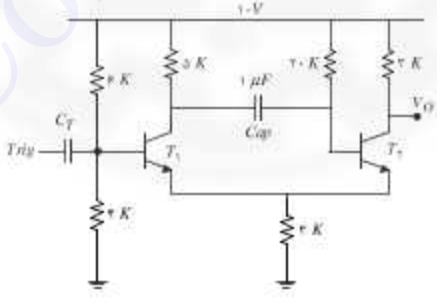
پس $T_۱$ قطع است و امکان روشن بودن $T_۱$ وجود ندارد. از این زمان به بعد $V_{C۱}$ با ثابت زمان $۱\text{ms}=۱\text{K}\times۱\mu\text{F}$ به ۱۰V میل می‌کند.

بنابراین شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:



۵. مدار یک‌حالته مقابل را تحلیل کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = 100 \quad , \quad V_{BE} = 0/6\ \text{V} \quad , \quad V_{CS} = 0\ \text{V}$$



حل. ابتدا باید حالت پایدار مدار را بیابیم بهترین حدس T_2 روشن و T_1 خاموش است، چون وقتی خازن را در حالت پایدار باز در نظر می‌گیریم، T_2 در بیس خود مقاومتی برای روشن‌شدن

دارد. ما فرض می‌کنیم که $T_۲$ اشباع باشد و باباس آن را حل می‌کنیم داریم:

$$\begin{cases} ۱۰ - ۲۰ I_{B۲} - ۰/۶ - ۳(I_{B۲} + I_{C۲}) = ۰ \\ ۱۰ - ۳ I_{C۲} - ۳(I_{B۲} + I_{C۲}) = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲۳ I_{B۲} + ۳ I_{C۲} = ۹/۴ \\ ۳ I_{B۲} + ۶ I_{C۲} = ۱۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_{B۲} = ۰/۲۰۴۷ \text{ mA} \\ I_{C۲} = ۱/۵۶۴۳ \text{ mA} \end{cases}$$

$$I_{E۲} = ۱/۷۶۹ \text{ mA}$$

به راحتی می‌توان دید که $\beta I_{B۲} > I_{CS۲}$ بنابراین $T_۲$ اشباع است. با این شرایط خواهیم داشت:

$$V_{E۲} = ۳ I_{E۲} = ۳ \times ۱/۷۶۹۰ = ۵/۳۰۷۰ \text{ V}$$

$$V_O = V_{C۲} = ۵/۳۰۷۰ \text{ V}$$

$$V_{B۲} = ۵/۳۰۷۰ + ۰/۶ = ۵/۹۰۷۰ \text{ V}$$

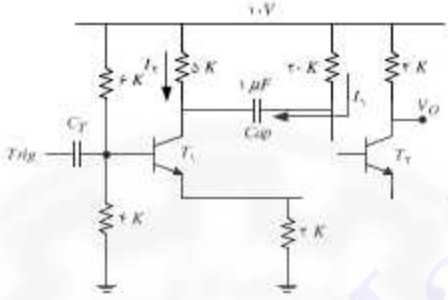
حال قطع بودن $T_۱$ را تأیید می‌کنیم، اگر $T_۱$ قطع باشد داریم:

$$V_{B۱} = \frac{۴}{۴+۶} \times ۱۰ = ۴ V \quad , \quad V_{B۱} < V_{E۱} + ۰/۶ = ۵/۹۰۷۰ \text{ V}$$

پس $T_۱$ قطع است. حال ولتاژ خازن Cap را محاسبه می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$V_{Cap} = V_{C۱} - V_{B۲} = ۱۰ - ۵/۹۰۷۰ = ۴/۰۹۳ \text{ V}$$

وقتی پالس تریگ می‌آید در یک لحظهٔ T_1 فعال و T_2 قطع می‌شود. مدار در $t=0^+$ به‌صورت زیر است:



در این زمان خواهیم داشت:

$$V_{B1}(0^+)=4\ \text{V} \Rightarrow V_{E1}=3.4\ \text{V} \Rightarrow I_{E1}=\frac{3.4}{3}=1.13\ \text{mA}$$

$$\begin{cases}5I_2=20I_1-4.093\\ I_1+I_2=1.13\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}I_1=0.3897\ \text{mA}\\ I_2=0.7403\ \text{mA}\end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{C1}=10-5I_2=6.2985\ \text{V}$$

$$\Rightarrow V_{CE1}=6.2985-3.4=2.8985\ \text{V}$$

به این ترتیب خطی‌بودن ترانزیستور T_1 اثبات می شود. حال داریم:

$$V_{B2}(0^+)=10-20I_1=2.2060\ \text{V}$$

$$V_{B2}(\infty)=10\,\text{V}$$

$$\tau=1\mu\text{F}\times(5\,\text{K}+20\,\text{K})=25\ \text{ms}$$

$$\Rightarrow V_{B2}(t)=10+(2.2060-10)e^{-\frac{t}{25\text{ms}}}=10-7.7940e^{-\frac{t}{25\text{ms}}}$$

در این شرایط V_{C1} نیز به سمت مقدار نهایی خود یعنی $10-5\times1.13=4.35\ \text{V}$ میل می‌کند. برای V_{Cap} می‌توان نوشت:

$$V_{Cap}(0^+)=4.093\ \text{V}\quad,\quad V_{Cap}(\infty)=-5I_{E1}=-5.65\ \text{V}$$

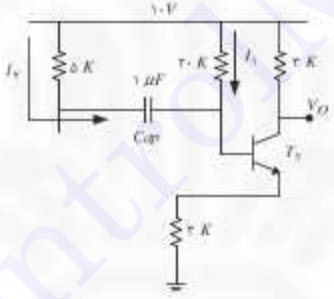
$$V_{Cap}(t)=-5.65+(4.093+5.65)e^{-\frac{t}{25\text{ms}}}=-5.65+9.7433e^{-\frac{t}{25\text{ms}}}$$

مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم $V_{B۲}(t)=V_B+۰/۶=۴\ \text{V}$ از این معادله به‌دست خواهیم آورد:

$$V_{B۲}(t)=۱۰-۷/۷۹۴۰e^{-\frac{t}{۲۵\ \text{ms}}}=۴ \Rightarrow t=۶/۵۳۹۹\ \text{ms}$$

$$V_{Cap}(۶/۵۳۹۹^-\ \text{ms})=-۵/۶۵+۹/۷۴۳۳e^{-\frac{۶/۵۳۹۹\ \text{ms}}{۲۵\ \text{ms}}}$$
$$=۱/۸۵۰۶\ \text{V}=V_{Cap}(۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms})$$

حال در $t=۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms}$ مدار به‌صورت شکل زیر است که در آن $T_۱$ قطع است:



برای زمان $t=۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms}$ می‌توان با فرض اشباع بودن $T_۲$ نوشت:

$$\begin{cases} ۵I_۲+۱/۸۵۰۶=۲۰I_۱ \\ ۱۰-۲۰I_۱-۰/۶-۳(I_۱+I_۲+I_{C۲})=۰ \\ ۱۰-۳I_{C۲}-۳(I_۱+I_۲+I_{C۲})=۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲۰I_۱-۵I_۲=۱/۸۵۰۶ \\ ۲۳I_۱+۳I_۲+۳I_{C۲}=۹/۴ \\ ۳I_۱+۳I_۲+۶I_{C۲}=۱۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_۱=۰/۱۸۰۲\ \text{mA} \\ I_۲=۰/۳۵۰۶\ \text{mA} \\ I_{C۲}=۱/۴۰۱۳\ \text{mA} \end{cases}$$

به راحتی می‌توان دید که:

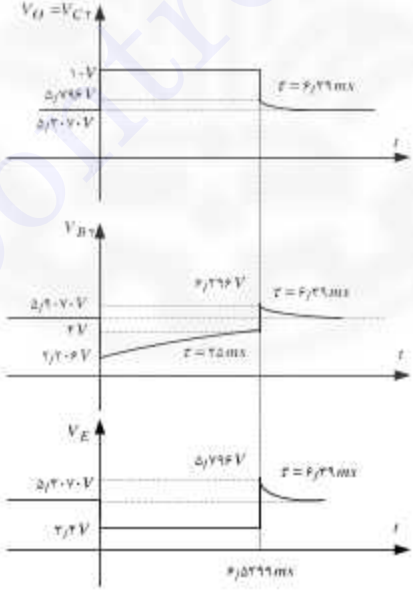
$$I_B = I_1 + I_2 = ۰/۵۳۰۸\ mA > \frac{I_{C2}}{\beta} = ۰/۰۱۴۰۱۳\ \text{mA}$$

$$V_O(۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms}) = V_{C2}(۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms})$$
$$= ۱۰ - ۳I_{C2}(۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms}) = ۵/۷۹۶۱\ \text{V}$$

$$V_{B2}(۶/۵۳۹۹^+\ \text{ms}) = ۱۰ - ۲۰I_1 = ۶/۳۹۶\ \text{V}$$

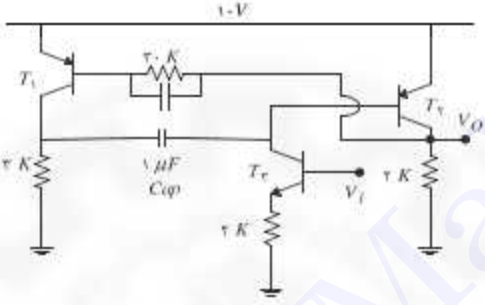
در نتیجه اشباع بودن T_2 تایید می‌شود. در ادامه جریان بیس کم شده و مدار به حالت پایدار خود که در آغاز حل مسئله محاسبه کردیم خواهد رسید. با توجه به اشباع بودن T_2 این انتقال به حالت پایدار با ثابت زمانی $\tau = [(۳ \| ۳ \| ۲۰) + ۵]\ \text{K} \times ۱\mu\text{F} = ۶/۳۹\ \text{ms}$ انجام می‌شود.

بنابراین شکل موج نقاط مختلف مدار به‌صورت زیر است:



۶. در مدار شکل زیر با فرض تریگ شدن مدار همه شکل موج‌های لازم را محاسبه و رسم کنید.

$$\beta = ۱۰۰ \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶\ \text{V} \quad , \quad V_{CS} = ۰\ \text{V}$$



حل. ترانزیستور T_3 نقش یک منبع جریان را دارد. با توجه به اینکه این منبع جریان در بیس T_2 وصل است پیش‌بینی می‌کنیم T_3 اشباع و در نتیجه آن T_1 قطع باشد. در این شرایط مسئله را با فرض $V_i = ۲/۶\ \text{V}$ حل می‌کنیم:

$$I_{B2} = I_{C2} = \frac{۲/۶ - ۰/۶}{۲} = ۱\text{mA} \quad , \quad I_{CS2} = \frac{۱۰ - ۰}{۲} = ۵\,\text{mA}$$

با این شرایط با توجه به β بدیهی است که T_2 اشباع است. به این ترتیب داریم: $V_{C2} = V_O = ۱۰\ \text{V}$ پس قطع است. در این شرایط ولتاژ خازن Cap را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$V_{Cap} = V_{B2} - V_{C1} = ۹/۴ - ۰ = ۹/۴\ \text{V}$$

حال وقتی سیگنال تریگ می‌آید، T_2 قطع می‌شود و جریان T_3 از T_1 کشیده می‌شود. در این شرایط T_1 اشباع می‌شود. این حدس را از کم بودن مقاومت بیس T_1 بیان می‌کنیم:

$$I_{B1} = \frac{۱۰ - ۰/۶}{۳۰ + ۲} = ۰/۲۹۳\ \text{mA}$$

با فرض اشباع بودن T_1 داریم:

$$I_{C1} = \frac{۱۰ - ۰}{۳} + ۱ = ۴/۳\ \text{mA}$$

با توجه به $\beta I_{B1} > I_{CS1}$ اشباع بودن T_1 نتیجه می‌شود. حال در $t = 0^+$ ولتاژهای گره‌های مختلف را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$V_{C1} = 10\ \text{V} \Rightarrow V_{B2}(0^+) = V_{Cap}(0^-) + V_{C1}(0^+) = 10 + 9.4 = 19.4\ \text{V}$$

حال ولتاژ بیس T_2 با شیب ثابت کاهش می‌یابد و به سمت $-\infty$ می‌رود، داریم:

$$V_{B2}(t) = V_{B2}(0^+) - \frac{I}{C}t = 19.4 - \frac{1\text{mA}}{1\mu\text{F}}t = 19.4 - 1000t$$

زمانی مدار تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم: $V_{B2}(t) = 9.4\ \text{V}$. در این صورت می‌توان نوشت:

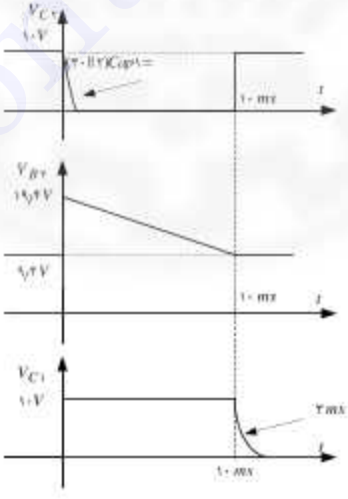
$$V_{B2}(t) = 19.4 - 1000t = 9.4 \Rightarrow t = 10\ \text{ms}$$

در زمان $t = 10\ \text{ms}$ مدار تغییر وضعیت می‌دهد در این زمان برای خازن داریم:

$$V_{Cap} = -(10 - 9.4) = -0.6$$

از این زمان به بعد V_{B2} ثابت می‌ماند و V_{C1} با ثابت زمانی $1\mu\text{F} \times 3\ \text{K} = 3\ \text{ms}$ از $10\ \text{V}$ به سمت صفر میل می‌کند. می‌بینیم که V_{C2} به‌گونه‌ای تغییر می‌کند که T_2 اشباع نمی‌شود.

شکل موج‌های مدار به‌صورت زیر است:



۷. مدار شکل زیر یک مونوستابل را نشان می‌دهد.

الف) حالت پایدار مدار را محاسبه کنید.

ب) مکانیسم تریگ شدن مدار را شرح دهید.

پ) نقش دیودهای D_1 , D_2 چیست؟

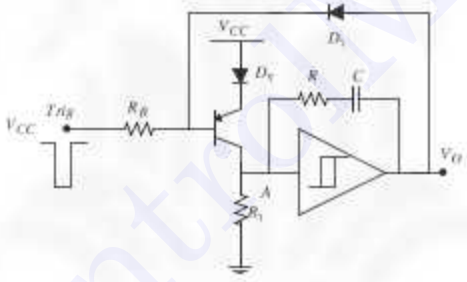
پ) حداقل دامنهٔ پالس تریگ چقدر است؟

ت) به ازای چه مقادیری از R و R_1 مدار به V_A و V_O درستی عمل می‌کند؟

ث) با فرض تریگ مناسب شکل موج‌های را محاسبه کنید.

* مقاومت ورودی اشمیت تریگر بینهایت و مقاومت خروجی آن صفر است.

برای اشمیت تریگر $V_{OL}=0$, $V_{OH}=V_{CC}$, $V_1>0, V_2>0$ و برای ترانزیستور و دیود مقادیر V_D ، V_{BE} و β مفروض است



حل. ابتدا شرایط سکون مدار یا همان حالت پایدار را محاسبه می‌کنیم. در شرایط پایدار ولتاژ تریگ با V_{CC} برابر است. بدیهی است که ترانزیستور خاموش است و جریان کلکتور آن صفر است. حال اگر خازن را مدار باز در نظر بگیریم به راحتی به‌دست می‌آوریم: $V_A=0$ و با توجه به مشخصهٔ اشمیت تریگر، خروجی نیز صفر خواهد بود یعنی $V_O=0$. به این ترتیب دیودهای D_1 و D_2 نیز خاموش هستند. حال فرض کنید که ورودی تریگ به اندازهٔ ΔV سقوط کند در این صورت ترانزیستور روشن می‌شود و برای آن خواهیم داشت:

$$i_B=\frac{V_{CC}-V_{BE}-V_D-(V_{CC}-\Delta V)}{R_B}=\frac{\Delta V-V_{BE}-V_D}{R_B} \quad , \quad i_C=\beta i_B$$

در این زمان می‌توان نوشت:

$$V_A=i_C(R_1 \| R)$$

دقت کنید که ولتاژ خازن و خروجی اشمیت صفر است. حال برای تریگ شدن مدار و تغییر خروجی اشمیت باید داشته باشیم:

$$i_C(R_1 \| R) > V_\gamma \Rightarrow i_C > \frac{V_\gamma}{(R_1 \| R)}$$

$$\Rightarrow \beta \frac{\Delta V - V_{BE} - V_D}{R_B} > \frac{V_\gamma}{(R_1 \| R)}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{\min} = \frac{R_B}{\beta} \frac{V_\gamma}{(R_1 \| R)} + V_{BE} + V_D$$

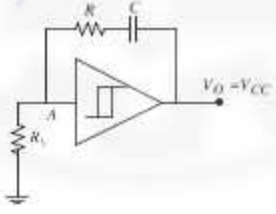
در $t = 0^+$ با شرایط فوق مدار تریگ شده و ولتاژ خروجی به V_{CC} خواهد رسید و سبب قطع‌شدن ترانزیستور می‌شود. حال در $t = 0^+$ داریم:

$$V_A(0^+) = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R}$$

حال برای اینکه خروجی بلافاصله به صفر برنگردد باید داشته باشیم:

$$V_A(0^+) = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R} > V_\tau \Rightarrow R < R_1 \left(\frac{V_{CC}}{V_\tau} - 1 \right)$$

مدار پس از تریگ شدن به‌صورت شکل زیر خواهد بود:



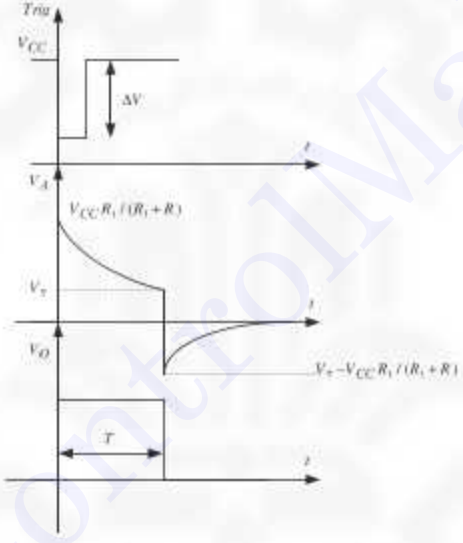
$$V_A(0^+) = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R}, \; V_A(\infty) = 0, \; \tau = (R_1 + R)C$$

$$\Rightarrow V_A(t) = V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

زمانی مدار به وضعیت قبلی خود برمی‌گردد که داشته باشیم:

$$V_A(t)=V_\gamma \Rightarrow V_{CC}\frac{R_1}{R_1+R}e^{-\frac{t}{\tau}}=V_\gamma \Rightarrow t_1=T=\tau \mathrm{Ln}[\frac{R_1}{R_1+R}\cdot\frac{V_{CC}}{V_\gamma}]$$

شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:

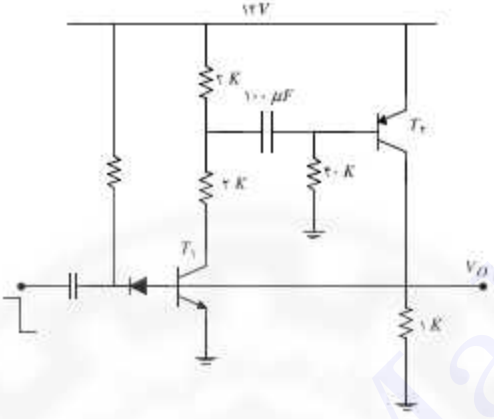


۸. مدار مونوستابل مقابل را با فرض تریگ مناسب تحلیل کرده و شکل موج خروجی و بیس T_2 را محاسبه و با تمام جزییات رسم کنید.

$$\beta=100 \quad , \quad V_{BE}=0/6\ \mathrm{V}$$

$$V_\sigma=0/7\ \mathrm{V} \quad , \quad V_\gamma=0/5\ \mathrm{V}$$

$$V_{CS}=0$$



حل. ابتدا حالت پایدار مدار را محاسبه می‌کنیم. در شرایط پایدار خازن را مدار باز در نظر می‌گیریم. با این فرض T_2 از طریق مقاومت ۴۰K روشن بوده و چون سر کلکتور آن به بیس T_1 وصل است نمی‌تواند اشباع باشد پس خطی است. ابتدا قبل از اینکه سراغ T_1 برویم جریانهای T_2 را محاسبه می‌کنیم خواهیم داشت:

$$I_{B2} = \frac{12 - 0.6}{40} = 0.285 \text{ mA} \Rightarrow I_{C2} = \beta I_{B2} = 28.5 \text{ mA}$$

این جریان کلکتور بسیار بزرگ است که بیشتر آن از بیس T_1 خواهد گذشت چون جریان مقاومت ۱K تنها ۰٫۶ mA می‌تواند باشد. به این ترتیب حدس می‌زنیم T_1 اشباع باشد با این فرض خواهیم داشت:

$$I_{B1} = I_{C2} - \frac{0.6}{1} = 28.5 - 0.6 = 27.9 \text{ mA}$$

$$I_{CS1} = \frac{12 - 0}{4} = 3 \text{ mA} < \beta I_{B1} = 100 \times 27.9 \text{ mA}$$

در این شرایط برای خازن داریم:

$$V_B = \frac{2}{2+2} \times 12 = 6 \text{ V}$$

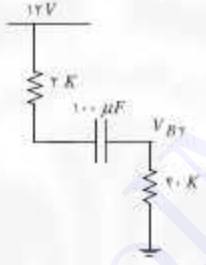
$$V_{B2} = 12 - 0.6 = 11.4 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_{Cap} = 11.4 - 6 = 5.4 \text{ V}$$

با اعمال پالس منفی به ورودی، ترانزیستور T_1 قطع می‌شود. در این شرایط V_{B2} را حساب می‌کنیم:

$$V_{B2}(0^+) = (12+V_{Cap})\times\frac{40}{40+2} = 16.57\ \text{V} > 12\ \text{V}$$

به این ترتیب ترانزیستور T_2 نیز قطع است. بنابراین در $t=0^+$ هر دو ترانزیستور قطع هستند و قسمتی از مدار که دارای تغییرات است به‌صورت زیر است:



در این مدار داریم:

$$V_{B2}(0^+) = 16.57\ \text{V} \quad\Rightarrow\quad V_B(0^+) = V_{B2}(0^+) - 5.4 = 11.17\ \text{V}$$

حال V_{B2} و V_B به‌صورت زیر تغییر می‌کنند.

$$V_{B2}(\infty) = 0\ ,\ V_{B2}(0^+) = 16.57\ \text{V}\ ,\ \tau = (40K + 2K)\times 100\,\mu\text{F} = 4.2\ \text{s}$$

$$\Rightarrow V_{B2}(t) = 16.57e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_B(\infty) = 12\ ,\ V_B(0^+) = 11.17\ \text{V}\quad\Rightarrow V_B(t) = 12 - 0.83e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حال زمانی T_2 روشن می‌شود که داشته باشیم:

$$V_{B2}(t_1) = 11.4 \Rightarrow 16.57e^{-\frac{t}{\tau}} = 11.4 \Rightarrow t_1 = 1.57\ \text{s}$$

$$V_B(1.57\text{s}) = 12 - 0.83e^{-\frac{1.57}{4.2}} = 11.42\ \text{V}$$

از این زمان به بعد $V_{B۲}$ در مقدار ۱۱٫۴ V ثابت مانده و V_B از مقدار ۱۱٫۴۲ به سمت ۱۲ V میل خواهد کرد. داریم:

$$V_B(t) = ۱۲ + (۱۱٫۴۲ - ۱۲)\, e^{-\frac{t-t_۱}{۰٫۲۵}} = ۱۲ - ۰٫۵۸\, e^{-\frac{t-t_۱}{۰٫۲۵}}$$

در اینجا باید دقت کرد که مقاومت ۴۰K در ثابت زمانی دخالت ندارد زیرا ولتاژ بیس $T_۲$ ثابت شده است. حال می‌توانیم جریان $T_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$I_{B۲}(t) = \frac{۱۲ - ۰٫۶}{۴۰} - \frac{۱۲ - V_B}{۲} = ۰٫۲۸۵ - ۰٫۲۹\, e^{-\frac{t-t_۱}{۰٫۲۵}}$$

$$\Rightarrow\ I_{C۲}(t) = ۱۰۰ I_{B۲}(t) = ۲۸٫۵ - ۲۹\, e^{-\frac{t-t_۱}{۰٫۲۵}}$$

$T_۱$ زمانی روشن می‌شود که $I_{C۲}(t) \times ۱\text{K} = ۰٫۶$ V یعنی:

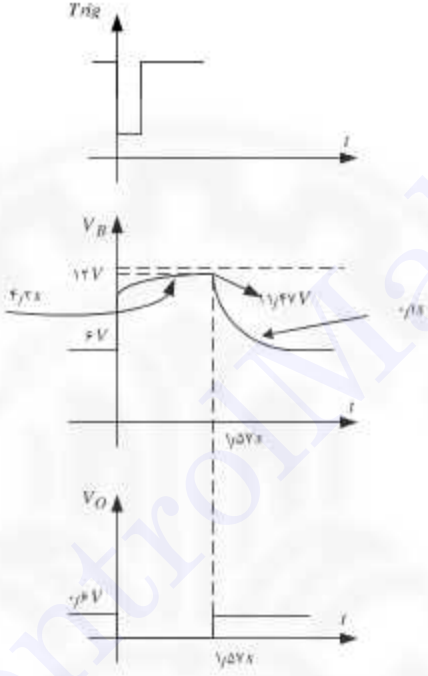
$$۲۸٫۵ - ۲۹ e^{-\frac{t-t_۱}{۰٫۲۵}} = ۰٫۶ \text{ V} \Rightarrow t = t_۱ + ۰٫۰۰۷\text{s}$$

می‌بینیم که زمانی که $T_۲$ روشن می‌شود تقریباً بلافاصله $T_۱$ روشن می‌شود. در اینجا از این زمان ۰٫۰۰۷ s در مقابل ۱٫۵۷ s صرف‌نظر می‌کنیم. پس داریم:

$$V_{B۲}(۱٫۵۷\text{s}) = ۱۱٫۴\ ,\ V_B(۱٫۵۷\text{s}) = ۱۱٫۴۲ \text{ V} \Rightarrow V_{Cap}(۱٫۵۷\text{s}) = -۰٫۰۲ \text{ V}$$

در $t = t_۱$ ترانزیستور $T_۱$ اشباع می‌شود در ادامه V_B با ثابت زمانی $\tau = (۲ \| ۲) \times ۱۰۰\ \mu\text{F} = ۰٫۱$ s به مقدار نهایی خود یعنی ۶ V میل می‌کند.

شکل موج‌های نقاط مختلف مدار به‌صورت زیر است:



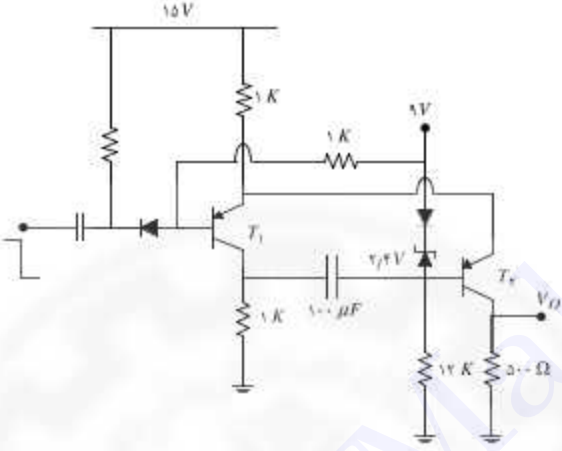
۹. مدار مونوستابل مقابل را با فرض تریگ مناسب تحلیل کرده و شکل موج خروجی و بیسهای T_1 و T_2 را محاسبه و با تمام جزییات رسم کنید.

$V_{CS} = 0$ ، $V_{BE} = 0/6$ V

$V_\sigma = 0/7$ V ، $V_\gamma = 0/5$ V

= ثابت زمانی

$\beta = 100$



حل. ابتدا حالت پایدار مدار را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم در حالت پایدار خازن مدار باز است. بنابراین دیود زنر در ناحیهٔ زنری است حال برای بیس T_2 داریم:

$$V_{B2} = 9 - 0/6 - 2/4 = 6\ \text{V}$$

حال اگر T_1 قطع باشد آنگاه با توجه به $V_{B2} = 6\ \text{V}$ ، T_2 نیز حتماً روشن است و اگر T_1 روشن باشد آنگاه $V_{E1} = 9/6$ (از جریان بیس T_1 صرف‌نظر کردیم) در این حالت هم T_2 نمی‌تواند قطع باشد. بنابراین در هر حال T_2 روشن است. حال وضعیت T_1 را بررسی می‌کنیم آن را قطع فرض می‌کنیم، در این‌صورت داریم:

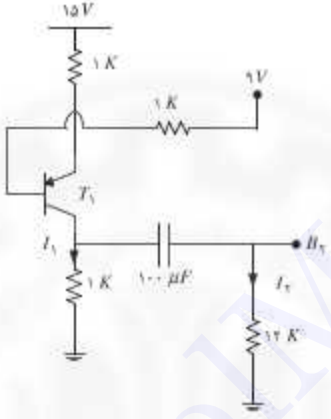
$$I_{E2} = \frac{15 - 0/6 - 6}{1} = 8/4\ \text{mA} \Rightarrow V_O = 8/4\ \text{mA} \times 0/5 = 4/2\ \text{V}$$
$$\Rightarrow V_{E1} = V_{E2} = 6/6\ \text{V} < 9\ \text{V}$$

به این ترتیب قطع بودن T_1 تأیید می شود. دقت کنیدکه ولتاژ امیتر آن از ولتاژ بیس آن کمتر شده است. در ادامه ولتاژ خازن را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$V_{Cap} = 6\ \text{V} \quad , \quad V_{C1} = 0 \quad , \quad V_{B1} = 9\ \text{V}$$

حال وقتی پالس تریگ اعمال می‌شود T_1 روشن شده و در اثر فیدبک مثبت T_2 قطع می‌شود. با کاهش ولتاژ بیس T_1 ولتاژ کلکتور آن افزایش یافته و این افزایش از طریق خازن به بیس T_2 اعمال شده و آن را خاموش می‌کند.

با فرض قطع بودن T_2 در $t=0^+$ مدار زیر را خواهیم داشت (فرض شده است که دیودها قطع باشند).



در این مدار داریم:

$$I_{C1}=\frac{15-0.6-9}{1+\frac{1}{1.1}}=5.34\ \text{mA} \Rightarrow V_{E1}=15-5.34=6.66\ \text{V}$$

یک KVL در حلقهٔ پایین مدار و یک KCL به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$I_1(0^+)+I_2(0^+)=5.34 \quad , \quad 1\times I_1(0^+)+6=12I_2(0^+)$$
$$\Rightarrow I_1=4.46\ \text{mA} \quad , \quad I_2=0.873\ \text{mA}$$

$$V_{B2}(0^+)=12I_2=10.476\ \text{V}$$

با مقدار اخیر برای بیس T_2 قطع بودن دیودها محرز است. از طرفی $V_{B2}>V_{E2}=9.66$ که به راحتی از آن قطع بودن T_2 به‌دست می‌آید.

به همین ترتیب $V_{C1}(0^+)=1I_1=4.46\ \text{V}$ که خطی‌بودن T_1 را بیان می‌کند. حال در

این مدار ولتاژ بیس T_2 به سمت صفر میل می‌کند که ضابطه آن به‌صورت زیر است:

$$\tau = (12+1)\times 100\,\text{nF} = 1.3\,\text{ms}$$

$$V_{B2}(t) = V_{B2}(0^+)\,e^{-\frac{t}{1.3\text{ms}}} = 10.47\,e^{-\frac{t}{1.3\text{ms}}}$$

$$V_{C1}(\infty) = 5.34\times 1 = 5.34\,\text{V}$$

$$V_{C1}(0^+) = 4.46 \Rightarrow V_{C1}(t) = 5.34 - 0.88\,e^{-\frac{t}{1.3\text{ms}}}$$

حال زمانی را حساب می‌کنیم که $V_{B2}(t_1) = V_{E1} - 0.6 = 9.06\ \text{V}$ خواهیم داشت:

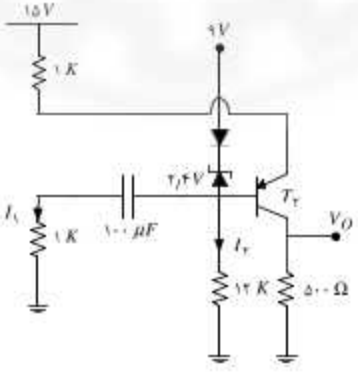
$$10.47\,e^{-\frac{t}{1.3\text{ms}}} = 9.06 \Rightarrow t_1 = 188.8\ \mu\text{s}$$

در این زمان داریم:

$$V_{C1}(188.8^-\ \mu\text{s}) = 5.34 - 0.88\,e^{-\frac{0.1888}{1.3}} = 4.57\ \text{V}$$

$$\Rightarrow V_{Cap}(188.8^-\ \mu\text{s}) = 9.06 - 4.57 = 4.49\ \text{V}$$

در $t = t_1^+$ مدار زیر را خواهیم داشت:



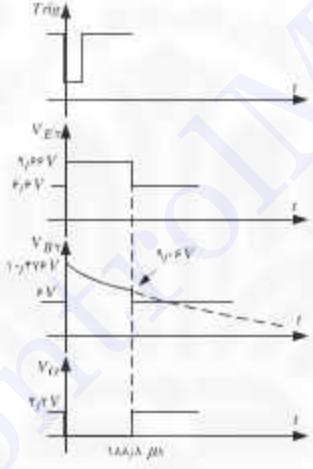
در این مدار می‌توان نوشت:

$$I_{T_2}(0^+)=\frac{6}{12}=0.5\,\text{mA}\ ,\ I_1(0^+)=\frac{6-449}{1}=1.51\,\text{mA}$$

$$I_{C_2}(t_1^+)=\frac{16-6-0.6}{1}=8.4\,\text{mA}\ ,\ I_{B_2}(t_1^+)=0.084\,\text{mA}\Rightarrow I_Z>0$$

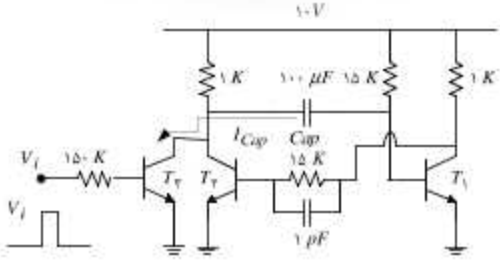
از روابط اخیر معلوم می‌شود که دیود زنر در ناحیهٔ زنری است. از این زمان به بعد $V_{C_1}(t)$ با ثابت زمانی $1\,\text{K}\times 100\,\text{nF}=100\,\mu\text{s}$ به سمت صفر میل می‌کند.

به این ترتیب شکل موج‌های زیر را می‌توان برای این مدار رسم کرد.



---

۱۰. مدار شکل زیر یک مونواستابل را نشان می‌دهد. حداقل دامنهٔ پالس تریگ را برای تغییر وضعیت مدار محاسبه کنید.



حل. در حالت پایدار بدیهی است که $T_۲$ قطع است و اگر خازن را مدار باز در نظر بگیریم $T_۱$ خاموش و $T_۲$ قطع خواهد بود. با این فرضیات $T_۱$ اشباع است

$$I_{B۱}=\frac{۵-۰/۶}{۱۵}=۰/۲۹۳\ \text{mA}\ ,\ I_{CS۱}=\frac{۵-۰}{۱}=۵\ \text{mA}\quad I_{CS۱}<\beta I_{B۱}$$

در نتیجه اشباع بودن $T_۱$، قطع بودن $T_۲$ بدیهی است. حال وقتی پالس تریگ می‌آید $T_۲$ جریانی مانند I_c را می‌کشد که بدلیل عدم جهش ولتاژ خازن همه این جریان از مقاومت موجود در بیس $T_۱$ کشیده می‌شود. باز بدلیل آنکه ولتاژ دو سر این مقاومت ثابت است این مسئله سبب می‌شود تا جریان بیس $T_۱$ کم شده و جریان کلکتور آن زیاد می‌شود در نتیجه $T_۲$ در آستانهٔ روشن‌شدن قرار می‌گیرد و مدار تغییر وضعیت می‌دهد. برای این امر ولتاژ کلکتور $T_۱$ حداقل باید $۰/۶$ V باشد که برای این منظور داریم:

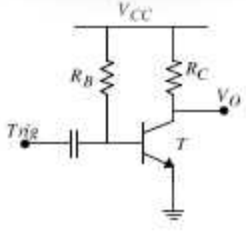
$$I_{C۱}(۰^+)=\frac{۵-۰/۶}{۱}=۴/۴\ \text{mA}\ ,\ I_{B۱}=\frac{۵-۰/۶}{۱۰۰}=۰/۰۴۴\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{cap}=\frac{۵-۰/۶}{۱۵}-۰/۰۴۴=۰/۲۴۹\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{B۲}=\frac{۰/۲۴۹}{۱۰۰}=۰/۰۰۲۴۹\Rightarrow V_{imin}=۰/۶+۰/۰۰۲۴۹\times۱۵۰=۰/۹۵۸\ \text{V}$$

---

۱۱. مدار مونواستابل مقابل را تحلیل کنید و طرزکار مدار را شرح دهید. پالس تریگ چه مشخصاتی باید داشته باشد؟ با فرض اینکه پالس تریگ دامنه‌ای به اندازهٔ V_{CC} دارد، زمان حالت ناپایدار آن را محاسبه کنید.



حل. بدیهی است که در زمان آرامش مدار، ترانزیستور روشن است بنابراین برای تغییر وضعیت مدار سیگنال تریگ باید به‌صورت پایین رونده باشد. بنابراین فرض می‌کنیم که پالس تریگ به‌صورت زیر است:

در این صورت، اعمال این پالس سبب می‌شود تا بیس ترانزیستور به اندازهٔ V_{CC} در جهت منفی سقوط کند، و از V_{BE} به $V_{BE}-V_{CC}$ سقوط کند. در این شرایط ترانزیستور قطع می‌شود و بیس ترانزیستور از این مقدار جدید با ثابت زمانی RC به سمت V_{CC} میل می‌کند که در مسیرش به V_{BE} رسیده که در نتیجه آن ترانزیستور روشن شده و ولتاژ بیس در همان وضعیت ثابت می‌ماند. بنابراین برای ولتاژ بیس می‌توان نوشت:

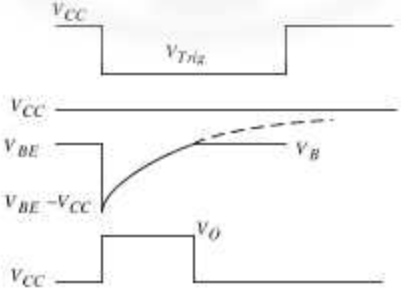
$$V_B(t)=V_B(\infty)+(V_B(0)-V_B(\infty))\,e^{-\frac{t}{R_BC}}$$

$$V_B(t)=V_{CC}+(V_{BE}-V_{CC}-V_{CC})\,e^{-\frac{t}{R_BC}}=V_{CC}+(V_{BE}-2V_{CC})\,e^{-\frac{t}{R_BC}}$$

حال زمان تغییر وضعیت ترانزیستور، زمانی است که این ولتاژ به V_{BE} برسد داریم:

$$V_{CC}+(V_{BE}-2V_{CC})\,e^{-\frac{t}{R_BC}}=V_{BE}\quad\Rightarrow t_1=T=R_BC\,\mathrm{Ln}\frac{2V_{CC}-V_{BE}}{V_{CC}-V_{BE}}$$

بدیهی است که در اینجا عرض پالس تریگ باید از T بیشتر باشد تا فرایند روشن‌شدن تنها در اثر شارژ خازنی باشد. بنابراین برای این مدار شکل موج‌های زیر را داریم:



۶

مولتی‌ویبراتور نوسانی

۱. در مدار نوسانی شکل زیر

الف) شکل موج خروجی و ولتاژ بیس‌های T_1 و T_2 را به‌صورت پارامتری برحسب X محاسبه و رسم کنید.

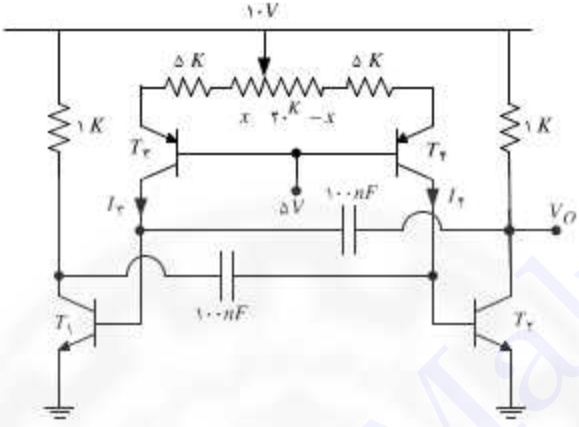
ب) کدام مشخصه‌ها از شکل موج خروجی مستقل از X است.

پ) نقش مقاومت‌های K ۵ چیست؟ برای افزایش فرکانس موج خروجی چه تغییری ایجاد می‌کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = ۱۰۰$$

$$\beta_3 = \beta_4 = \infty$$

$$V_{BE} = V_\sigma = V_\gamma = ۰/۶\ \text{V}$$



حل. به راحتی می‌توان دید که ترانزیستورهای T_3 و T_4 نقش منبع جریان دارند. که مقادیر آنها به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

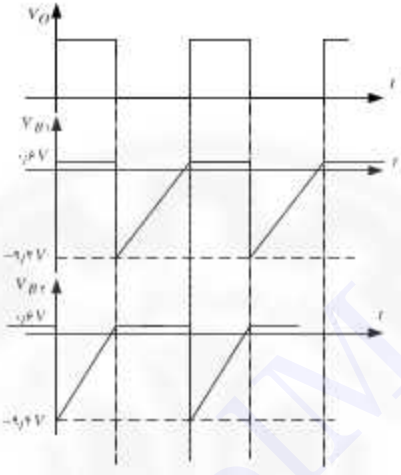
$$I_3 = \frac{10 - 5 - 0.6}{5K + X} = \frac{4.4}{5 + X}$$

$$I_4 = \frac{10 - 5 - 0.6}{20 - X + 5} = \frac{4.4}{25 - X}$$

در این مدار یک مدار نوسانی ساده است که در نیم پریود T_1 اشباع و T_2 قطع است در این نیم‌پریود I_4 به‌صورت خطی خازن C_1 را شارژ می‌کند که در نتیجه آن V_{B2} افزایش می‌یابد تا به V_γ برسد.

در این شرایط T_2 به یکباره روشن می‌شود چون C_1 ولتاژهای دو طرفش ثابت شده است و جریان آن صفر می‌شود و I_4 تماماً از بیس T_2 عبور کرده و چون I_4 زیاد است T_2 اشباع شده و سبب قطع شدن T_1 می‌شود و V_{B1} از ۱۰ V به ۰ V جهش می‌کند. V_{B1} از ۰٫۶ V به $0.6 - 10 = -9.4$ V سقوط می‌کند.

شکل موج‌های مدار به‌صورت زیر است:



$$0 \le t \le T_1 \qquad V_{B2}(t) = -9.4 + \frac{I_2}{C}t$$

$$\Rightarrow V_{B2}(T_1) = 0.6 \Rightarrow T_1 = \frac{10C}{I_2}$$

$$T_1 \le t \le T_1 + T_2 \quad V_{B1}(t) = -9.4 + \frac{I_2}{C}(t - T_1)$$

$$\Rightarrow V_{B1}(T_1 + T_2) = 0.6 \Rightarrow T_2 = \frac{10C}{I_2}$$

پس:

$$T_1 = \frac{10^{V}C}{I_2} = \frac{10 \times 100^{nF}}{\frac{4.4^{V}}{5+X^{K\Omega}}} = \frac{1000^{\mu S}}{4.4}(5+X)$$

$$T_2 = \frac{10C}{I_2} = \frac{10 \times 100^{nF}}{\frac{4.4}{25-X}} = \frac{1000^{\mu S}}{4.4}(25-x)$$

با تغییر X، نیم پریودهای مدار مطابق روابط بالا تغییر می‌کند ولی برای پریود T داریم:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1000\ \mu S}{4.4}\left[(5+X)+(25-X)\right] = \frac{1000\ \mu S \times 30}{4.4}$$

$$T = 6.976\ \text{ms} \Rightarrow$$ T مستقل از X است

$$F = \frac{1}{T} = 143.34\ \text{HZ}$$

ب) مقاومت‌های ۵ K برای این است که در زمان‌هایی که پتانسیومتر در یکی از دو انتهایش قرار گرفت جریان ترانزیستورهای T_2 و T_3 تعریف شده بود و ترانزیستورها آسیب نبینند.

پ) برای افزایش فرکانس نوسان باید مقادیر منابع جریان I_2 و I_3 را زیاد کرد که این کار را می‌توان با کاهش ولتاژ ۵ V در بیس T_2 و T_3 یا کاهش مقاومت‌های ۵ K یا پتانسیو متر ۲۰K انجام داد.

---

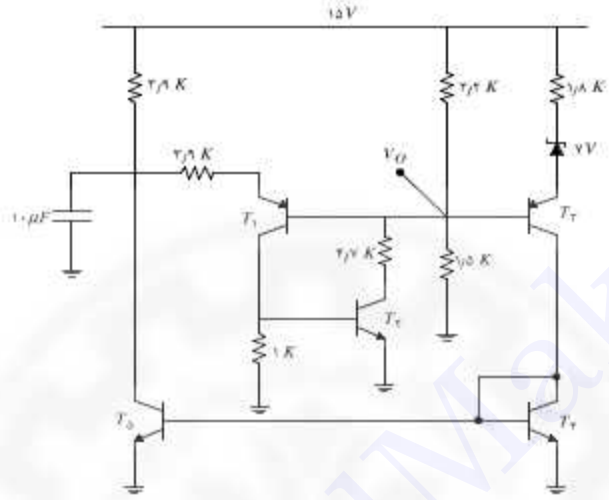
۲. مدار آستابل زیر را تحلیل کرده و شکل موج خروجی و ولتاژ خازن را با تمام جزییات رسم کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \infty$$

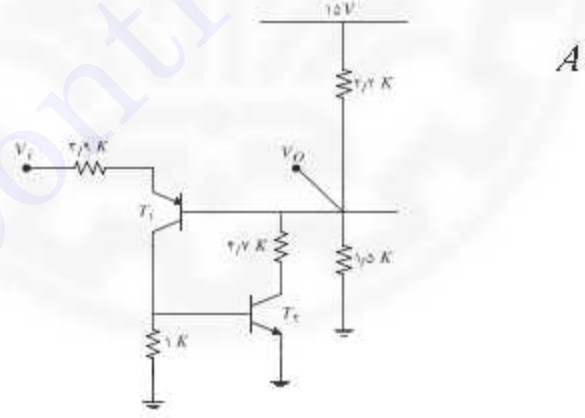
$$\beta_5 = 100 \quad , V_{BE} = 0.6\ \text{V}$$

$$V_\sigma = 0.7\ \text{V} \quad , \quad V_\gamma = 0.5\ \text{V}$$

$$V_{CS} = 0$$



حل. مدار نشان داده شده از نقطهٔ A به سمت راست تا گرهٔ V_O یک اشمیت تریگر است که باید مشخصه آن را محاسبه کنیم.



در این مدار وقتی V_i مقادیر کوچک دارد، T_1 خاموش است که در نتیجه آن T_2 نیز خاموش است. در این شرایط خواهیم داشت:

$$V_O = \frac{۱/۵}{۱/۵+۲/۲}\times ۱۵ = ۶/۰۸ \text{ V}$$

حال وقتی V_i را زیاد می‌کنیم ابتدا T_1 روشن شده که برای تغییر وضعیت مدار کافی نیست. با افزایش بیشتر V_i جریان I_{C1} افزایش یافته تا جایی‌که ولتاژ دو سر مقاومت ۱K به ۰٫۵ V رسیده و در نتیجه آن T_2 روشن می‌شود و فیدبک مثبت عمل کرده و T_2 به یکباره اشباع می‌شود (دقت کنید که به علت اتصال بیس T_2 به کلکتور T_1، T_1 امکان اشباع شدن ندارد و خطی می‌ماند. در حقیقت حلقهٔ فیدبک مثبت با اشباع شدن T_2 قطع می‌شود در این شرایط برای V_i داریم:

$$I_{C2} = \frac{0.5}{1K} = 0.5 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow V_i = V_1 = 3.9 I_{C2} + V_{BE1} + 6.08 = 3.9 \times 0.5 + 0.6 + 6.08 = 8.63 \text{ V}$$

پس از اشباع شدن T_2 برای V_O خواهیم داشت:

$$V_O = \frac{(4.7 \parallel 1.5)}{(4.7 \parallel 1.5) + 2.2} \times 15 = 5.11 \text{ V} = V_{OL}$$

حال در این شرایط اگر V_i را کم کنیم جریان T_1 کم شده تا جایی‌که ترانزیستور T_2 از ناحیهٔ اشباع به ناحیهٔ خطی می‌رسد در این شرایط خواهیم داشت:

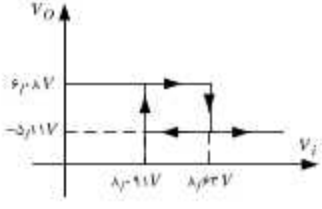
$$I_{C2} = I_{CS} = \frac{5.11}{4.7} = 1.08 \quad \text{mA}$$

$$\Rightarrow I_{B2} = \frac{1.08}{100} = 0.0108 \quad \text{mA}$$

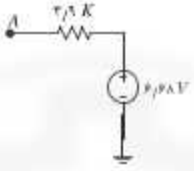
$$\Rightarrow I_{C1} = \frac{0.6}{1} + 0.0108 = 0.6108 \quad \text{mA}$$

$$V_i = V_2 = 3.9 \times 0.6108 + 0.6 + 5.11 = 8.091 \text{ V}$$

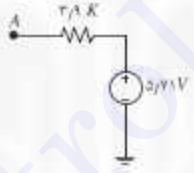
به این ترتیب مشخصه اشمیت تریگر موردنظر به‌صورت شکل زیر خواهد بود:



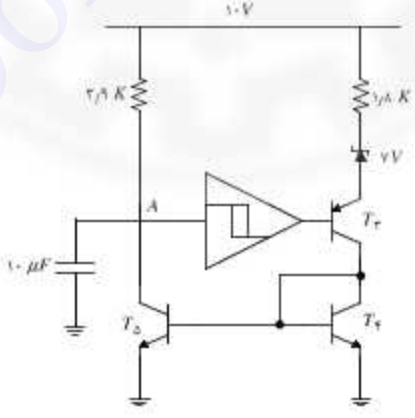
نکته‌ای که در اینجا باید در نظر گرفت، مدار معادل تونن ورودی اشمیت تریگر است. اگر خروجی $V_{OH} = ۶/۰۸$ V باشد آنگاه برای $V_۲ < V_I < V_۱$ ، $T_۱$ روشن بوده و مدار معادل تونن ورودی اشمیت به‌صورت شکل زیر است:



به همین ترتیب وقتی که خروجی مقدار $V_{OL} = ۵/۱۱$ V دارد مدار معادل تونن ورودی اشمیت به‌صورت شکل زیر است:



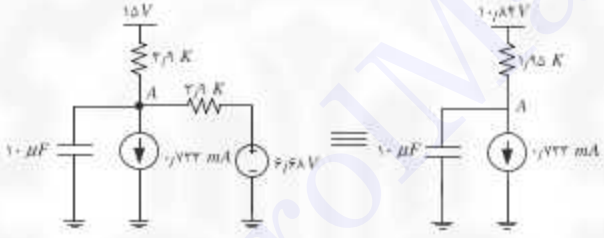
با این شرح کل مدار را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم که در آن از نماد اشمیت تریگر استفاده شده است:



حال برای تحلیل مدار، فرض کنید $V_O = V_{OH} = ۶٫۰۸$ V آنگاه با توجه به مشخصه اشمیت تریگر، حتماً $V_A < V_۱ = ۸٫۶۳$ V . همچنین داریم :

$$I_{C۵} = I_{C۴} = I_{C۳} = \frac{۱۵ - ۷ - ۰٫۶ - ۶٫۰۸}{۱٫۸} = ۰٫۷۳۳ \text{ mA}$$

به این ترتیب مدار متصل به نقطه یا گرهٔ A برای زمان‌هایی که $V_O = V_{OH} = ۶٫۰۸$ V به‌صورت شکل زیر است:



در این مدار مقدار نهایی V_A برابر است با:

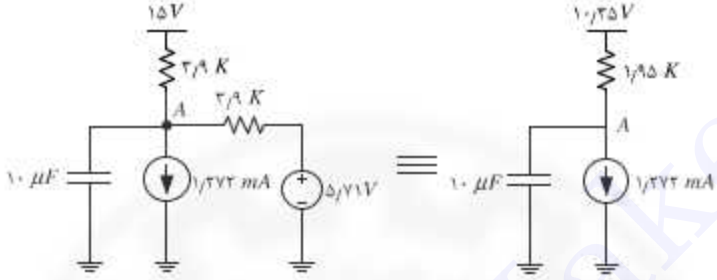
$$V_A(\infty) = ۱۰٫۸۴ - ۱٫۹۵ \times ۰٫۷۳۳ = ۹٫۴ \text{ V} > V_۱$$

یعنی در شرایطی که $V_O = V_{OH} = ۶٫۰۸$ V ولتاژ نقطهٔ A به سمت مقداری بیش از $V_۱$ میل می‌کند که در مسیرش به $V_۱$ رسیده و سبب می‌شود خروجی از $V_{OH} = ۶٫۰۸$ V به $V_{OL} = ۵٫۱۱$ V تغییر وضعیت دهد.

حال شرایطی را در نظر می‌گیریم که $V_O = V_{OL} = ۵٫۱۱$ V در این صورت با توجه به مشخصهٔ اشمیت حتماً $V_A > V_۲ = ۸٫۰۹۱$ V. در این شرایط خواهیم داشت:

$$I_{C۵} = I_{C۴} = I_{C۳} = \frac{۱۵ - ۷ - ۰٫۶ - ۵٫۱۱}{۱٫۸} = ۱٫۲۷۲ \text{ mA}$$

همچنین مدار معادل متصل به گرهٔ A به‌صورت شکل زیر است:

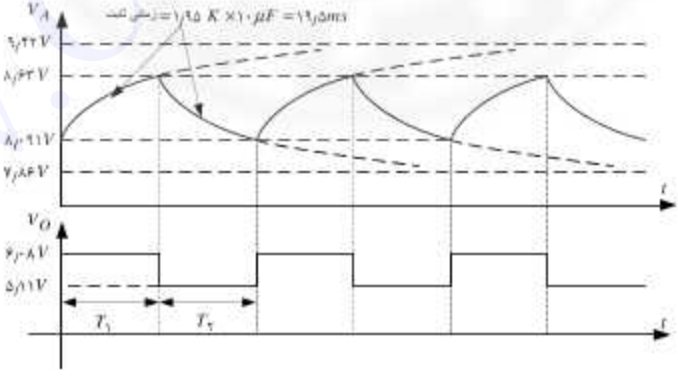


در این مدار مقدار نهایی V_A برابر است با:

$$V_A(\infty) = ۱۰٫۳۵ - ۱٫۹۵ \times ۱٫۲۷۲ = ۷٫۸۶\ \text{V} < V_۲$$

یعنی در شرایطی که $V_O = V_{OL} = ۵٫۱۱\ \text{V}$ ولتاژ نقطهٔ A به سمت مقداری کمتر از $V_۲$ میل می‌کند که در مسیرش به $V_۲$ رسیده و سبب می‌شود خروجی از $V_{OL} = ۵٫۱۱\ \text{V}$ به $V_{OH} = ۶٫۰۸\ \text{V}$ تغییر وضعیت دهد.

به این ترتیب به راحتی معلوم می‌شود که در این مدار V_A بین $V_۱$ و $V_۲$ تغییر وضعیت می‌دهد و از این رو می‌توان شکل موج‌های مدار را به‌صورت شکل زیر رسم کرد.



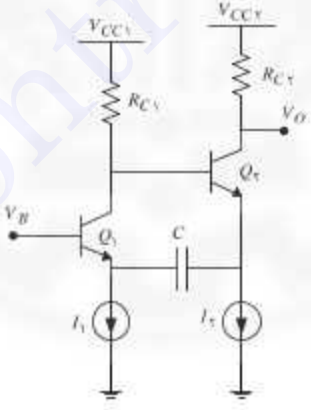
در این شکل برای محاسبه نیم‌پریودها ضابطهٔ V_A را در دو بازه می‌نویسیم (هر بار مبدأ زمانی را آغاز نیم‌پریود مربوطه در نظر می‌گیریم):

$$T_1: \quad V_A(t) = ۹/۴۲ - (۸/۰۹۱ - ۹/۴۲)e^{-\frac{t}{\tau}} = ۹/۴۲ - ۱/۳۲۹\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$V_A(T_1) = V_1 = ۸/۶۳ \Rightarrow T_1 = ۱۰/۱\,\text{ms}$$

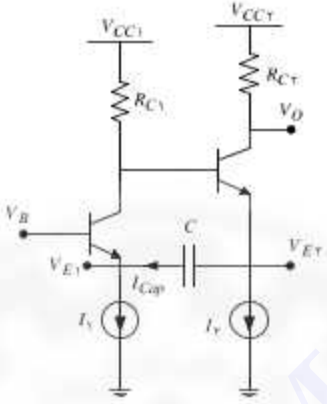
$$T_2: \quad V_A(t) = ۷/۸۶ + (۸/۶۳ - ۷/۸۶)\, e^{-\frac{t}{\tau}} = ۷/۸۶ + ۰/۷۷\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$V_A(T_2) = V_2 = ۸/۰۹۱ \Rightarrow T_2 = ۲۳/۴۷\,\text{ms}$$

---

۳. در مدار شکل زیر ثابت کنید اگر ترانزیستورها در ناحیه خطی باشند مدار ناپایدار است. این نکته از روی فیدبک مثبت قابل‌توجیه است ولی به‌صورت ریاضی آن را ثابت کنید و شرط ناپایداری را محاسبه کنید.



حل. برای این منظور فرض می‌کنیم ترانزیستورها در ناحیهٔ خطی باشند و معادلات تحلیل مدار را برای جریان‌های امیتر ترانزیستورها می‌نویسیم، خواهیم داشت:



یک KVL از V_{CC1} تا V_{E2}:

$$V_{E2} = V_{CC1} - (I_{C1} + \frac{I_{E2}}{\beta_2 + 1})R_{C1} - V_{BE}$$

$$V_{E1} = V_B - V_{BE} = cte$$

$$I_{E2} = I_{Cap} + I_2 \quad I_{Cap} = C\frac{dV_{E2}}{dt}$$

$$\Rightarrow I_{E2} = -R_{C1}C(\frac{dI_{C1}}{dt} + \frac{1}{\beta_2 + 1}\frac{dI_{E2}}{dt})$$

$$\Rightarrow \alpha_1 R_{C1}C\frac{dI_{E1}}{dt} + \frac{R_{C1}C}{\beta_2 + 1}\frac{dI_{E2}}{dt} + I_{E2} = 0$$

از طرفی

$$I_{E1} + I_{E2} = I_1 + I_2$$

این دو معادله را بر حسب عملگر مشتق می‌توان به‌صورت زیر نشان داد.

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 R_{C1}CD & \frac{R_{C1}C}{\beta_2 + 1}D + 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{E1} \\ I_{E1} \end{bmatrix} = Right\ Hand$$

به این ترتیب دستگاه معادلات دیفرانسیل توصیف‌کننده مدار را به‌دست آوردیم و بنا به قضایای مدار، ریشه‌های دترمینان این ماتریس همان فرکانس‌های طبیعی مدار هستند، پس داریم:

$$\det\begin{bmatrix} \alpha_1 R_{C_1} CD & \frac{R_{C_1}C}{\beta_2+1}D+1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \alpha_1 R_{C_1} CD - \frac{R_{C_1}C}{\beta_2+1}D - 1 = 0$$

$$\Rightarrow D = \frac{1}{R_{C_1}C(\alpha_1 - \frac{1}{\beta_2+1})} = \frac{1}{R_{C_1}C(\frac{\beta_1}{\beta_1+1} - \frac{1}{\beta_2+1})}$$

برای نوسان باید فرکانس طبیعی سمت راست محور $j\omega$ باشد به‌عبارت دیگر:

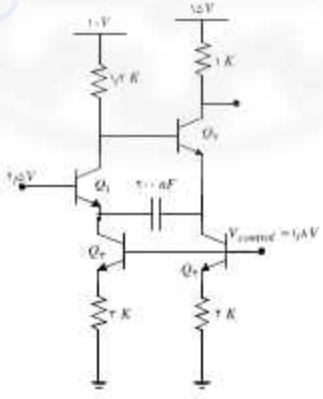
$$\frac{\beta_1}{\beta_1+1} - \frac{1}{\beta_2+1} > 0$$

این شرط برای هر دو ترانزیستور دلخواه برقرار خواهد بود. اگر دو ترانزیستور مشابه باشند آنگاه شرط نوسان تنها $\beta > 1$ خواهد بود که همواره محقق است.

به‌عنوان تمرین دیگر به‌جای منابع جریان مقاومت قرار داده و شرط نوسان را به‌دست آورید.

---

۴. مدار آستابل شکل زیر را تحلیل کرده و شکل موج‌های نقاط مهم مدار را رسم کنید.



در مدار فوق ترانزیستورهای Q_2، Q_4 نقش منبع جریان دارند. اندازه جریان‌های این منابع جریان به‌ترتیب برابر است با:

$$I_{C2} = \frac{1/8 - 0/6}{3K} = 0/4 \text{ mA} \quad , \quad I_{C4} = \frac{1/8 - 0/6}{4K} = 0/3 \text{ mA}$$

در این مدار دقت کنید که اگر جمع هر دو جریان از هر یک از ترانزیستورها عبور کند آن ترانزیستور اشباع نخواهد شد. یعنی در این مدار ترانزیستورها امکان اشباع‌شدن نخواهند داشت. به‌عنوان مثال اگر همه منابع جریان از ترانزیستور Q_1 عبور کند ولتاژ کلکتور آن برابر با $10 - 1/2 \times (0/3 + 0/4) = 9/16 \text{ V}$ که از آن خطی‌بودن Q_1 به‌دست می‌آید به همین ترتیب می‌توان نشان داد که Q_2 نیز امکان اشباع شدن ندارد. با توجه به اینکه ترانزیستورها با هم امکان خطی‌بودن را ندارند (فیدبک مثبت)، پس شرایطی که ترانزیستورها خواهند داشت خطی- قطع و قطع - خطی است. حال برای تحلیل فرض می‌کنیم Q_1 خطی باشد و Q_2 قطع، در این صورت خواهیم داشت:

$$V_{E1} = 4/5 - 0/6 = 3/9 \text{ V}$$

چون Q_2 قطع است هر دو جریان از ترانزیستور Q_1 عبور خواهد کرد. بنابراین برای کلکتور Q_1 خواهیم داشت:

$$V_{C1} = 10 - 1/2 \times (0/3 + 0/4) = 9/16 \text{ V}$$

چون Q_2 قطع است حتماً $V_{E2} > 9/16 - 0/6 = 8/56 \text{ V}$. در این شرایط سر سمت چپ خازن C در $3/9 \text{ V}$ ثابت شده است و از سر دیگر آن جریان $I_{C4} = 0/3 \text{ mA}$ عبور می‌کند، بنابراین این سر خازن که همان سر امیتر Q_4 است با شیب ثابت

$$\frac{I_{C4}}{C} = \frac{0/3\text{mA}}{200\text{ nF}} = 1500 \frac{\text{V}}{\text{s}} = 1/5 \frac{\text{V}}{\text{ms}}$$

کاهش می‌یابد تا اینکه در جایی Q_2 در آستانه روشن شدن قرار می‌گیرد، یعنی $V_{E2} = 8/56 \text{ V}$. در این شرایط ولتاژ خازن برابر است با $V_{Cap} = 8/56 - 3/9 = 4/66 \text{ V}$. حال در این شرایط فیدبک مثبت ناشی از حالت خطی ترانزیستورها عمل کرده و Q_1

قطع می‌شود. در این شرایط چون با صرف‌نظر از جریان بیس Q_2 به راحتی می‌توان نوشت:

$$V_{C1} = V_{B2} = 10\,\text{V} \Rightarrow V_{E2} = 10 - 0.6 = 9.4\,\text{V}$$
$$\Rightarrow V_{E1} = V_{E2} - V_{Cap} = 9.4 - 4.66 = 4.74\,\text{V}$$

قطع بودن Q_1 محرز است. حال سر سمت راست خازن به ولتاژ ۹٫۴ V ثابت شده است و سر دیگر با منبع جریان ۰٫۴ mA کاهش می‌یابد بنابراین معادلهٔ تغییرات این گره به‌صورت زیر است:

$$V_{E1}(t) = 4.74 - \frac{0.4\,\text{mA}}{200\,\text{nF}}t = 4.74 - 2\left(\frac{\text{V}}{\text{ms}}\right)t$$

حال زمانی ترانزیستور Q_1 روشن می‌شود که امیتر Q_1 به ۳٫۹ V برسد پس:

$$V_{E1}(t) = 4.74 - 2\left(\frac{\text{V}}{\text{ms}}\right)t = 3.9\,\text{V} \Rightarrow t = 0.42\,\text{ms}$$

در این زمان ولتاژ خازن با پلاریته نشان داده شده برابر است با:

$$V_{Cap} = 9.4 - 3.9 = 5.5\,\text{V}$$

با روشن شدن Q_1 حلقه فیدبک مثبت فعال شده و مدار مجدداً تغییر وضعیت می‌دهد، یعنی Q_1 روشن شده و Q_2 قطع می‌شود. در این شرایط و لحظه‌ای بعد از تغییر وضعیت خواهیم داشت:

$$V_{C1} = 10 - 1.2 \times (0.3 + 0.4) = 9.16\,\text{V}$$

$$V_{E2} = V_{E1} + 5.5 = 9.4\,\text{V}$$

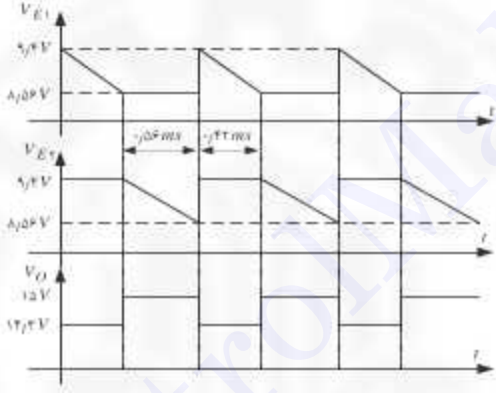
حال ولتاژ امیتر Q_2 با جریان ۰٫۳ mA سقوط می‌کند که اگر زمان تغییر وضعیت اخیر را به‌عنوان مبدا زمانی تلقی کنیم خواهیم داشت:

$$V_{E2}(t) = 9.4 - 1.5\left(\frac{\text{V}}{\text{ms}}\right)t$$

مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

$$V_{E_2}(t) = ۹/۴ - ۱/۵(\frac{V}{ms})t = ۸/۵۶\ V \Rightarrow t = ۰/۵۶\ ms$$

با توجه به تحلیل بالا می‌توان شکل موج‌های مهم مدار را به‌صورت زیر رسم کرد:



دقت کنید که زمانی‌که Q_2 روشن است:

$$V_{C_1} = ۱۵ - ۱\times(۰/۳ + ۰/۴) = ۱۴/۳\ V$$

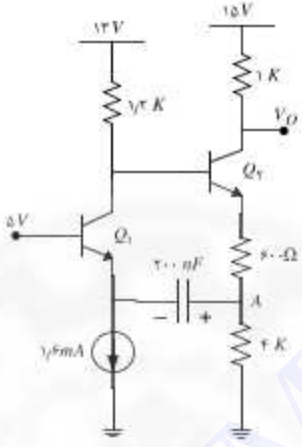
فرکانس نوسانات این مدار به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f = \frac{۱}{۰/۵۶ms + ۰/۴۴ms} = ۱/۰۲۰\ KHz$$

---

۵. مدار آستابل زیر را تحلیل کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = ۲۰۰\ ,\ V_{BE} = ۰/۶\ V$$



حل، مدار فیدبک مثبت دارد، بنابراین در هر زمان یکی از ترانزیستورها خطی و دیگری قطع است، برای شروع فرض می‌کنیم Q_1 قطع باشد و Q_2 خطی باشد. در این صورت حتماً $V_{E1} > ۴/۴\ V$ و با توجه به اینکه β به اندازهٔ کافی بزرگ است، جریان بیس Q_2 را می‌توان نادیده در نظر گرفت. در این صورت $V_{B2} = ۱۳\ V$ پس $V_{E2} = ۱۲/۴\ V$. در این شرایط می‌توان با یک معادله گره ساده، ولتاژ نقطهٔ A را محاسبه کرد:

$$\frac{V_A}{۴} + ۱/۶ + \frac{V_A - ۱۲/۴}{۰/۶} = ۰ \Rightarrow V_A = ۹/۹۴\ V$$

در این شرایط ولتاژ امیتر Q_1 با منبع جریان ۱/۶ mA سقوط می‌کند تا اینکه در یک زمان به ۴/۴ V می‌رسد. در این زمان ولتاژ خازن با پلاریته نشان داده شده برابر است با:

$$V_{Cap} = V_A - V_{E1} = ۹/۹۴ - ۴/۴ = ۵/۵۴\ V$$

در این زمان فیدبک مثبت عمل کرده و شرایط مدار تغییر می‌کند. یعنی Q_1 روشن شده و Q_2 قطع می‌شود. فرض کنید این لحظه $t = ۰$ باشد. در $t = ۰^+$ علاوه بر منبع

جریان، جریان مقاومت ۴K نیز از ترانزیستور Q_1 عبور می‌کند یعنی:

$$I_{C1}(0^+) = 1.6\ \text{mA} + \frac{V_A(0^+)}{4\text{K}} = 1.6\ \text{mA} + \frac{9.94}{4\text{K}} = 4.08\ \text{mA}$$

و ولتاژهای نقاط مهم مدار به‌صورت زیر است:

$$V_{C1}(0^+) = 13 - 1.2 \times 4.08\,\text{mA} = 8.104\ \text{V}$$

با توجه به اینکه $V_A(0^+) = 9.94\ \text{V}$ قطع‌بودن Q_2 محرز است. در این شرایط برای نقطهٔ A می‌توان رابطهٔ دشارژ ساده را نوشت:

$$V_A(t) = 9.94 e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}$$

در این شرایط برای جریان کلکتور Q_1 می‌توان نوشت:

$$I_{C1}(t) = 1.6 - \frac{9.94 e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}}{4} = 1.6 + 2.48\, e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}$$

$$V_{C1}(t) = 13 - 1.2(1.6 + 2.48 e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}) = 11.08 - 2.97\, e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}$$

$$V_{BE2}(t) = V_{C1}(t) - V_A(t) = 11.08 - 2.97 e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}} - 9.94\, e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}$$

$$= 11.08 - 12.91\, e^{-\frac{t}{4.4\mu\text{F}}}$$

حال زمانی Q_2 روشن می‌شود که $V_{BE2}(t) = 0.6\ \text{V}$ از این معادله به‌دست خواهد آمد $t = T_1 = 166.8\ \mu\text{s}$ که همان نیم‌پریود اول شکل موج خروجی است. در این مدت ولتاژ خروجی ۱۵ V است.

در زمان $t = ۱۶۶/۸^{-}\ \mu s$ داریم:

$$V_A(۱۶۶/۸^{-}\ \mu s) = ۱۵/۷ e^{-\frac{۱۶۶/۸\ \mu s}{۸۰\ \mu s}} = ۸/۰۷\ V$$

$$V_{Cap}(۱۶۶/۸^{-}\ \mu s) = ۸/۰۷ - ۴/۴ = ۳/۶۷\ V$$

در این زمان مدار تغییر وضعیت می‌دهد و Q_1 قطع می‌شود و مجدداً با یک KCL ساده به‌دست خواهیم آورد

$$V_A(۱۶۶/۸^{+}\ \mu s) = ۹/۹۴\ V$$

$$V_{E_1}(۱۶۶/۸^{+}\ \mu s) = ۹/۹۴ - V_{Cap} = ۹/۹۴ - ۳/۶۷ = ۶/۲۷\ V$$

قطع بودن Q_1 محرز است. حال این نقطه با شیب ثابت ناشی از منبع جریان کاهش می‌یابد. در این مدت ولتاژ نقطهٔ A ثابت است چون سری خازن و منبع جریان از دید این نقطهٔ معادل همان منبع جریان است. نکتهٔ دیگر ولتاژ خروجی است که در این شرایط ثابت و برابر با $V_O = ۲۰ - ۱K(۱/۶ + \frac{۹/۹۴}{۴}) = ۱۵/۹۱\ V$ است.

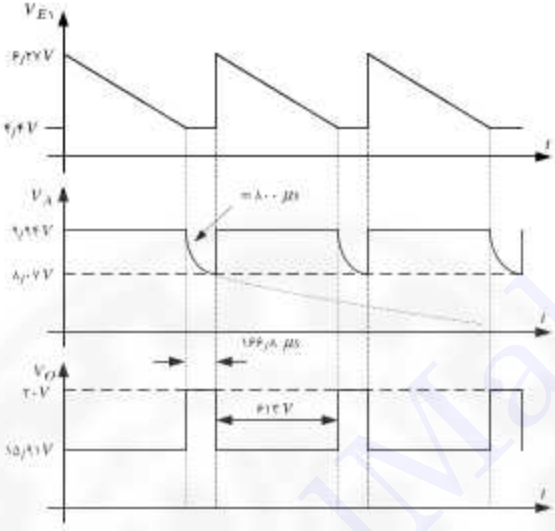
حال برای امیتر Q_1 داریم:

$$V_{E_1}(t) = ۶/۲۷ - \frac{۱/۶\ mA}{۲۰۰\ nF}(t - ۱۶۶/۸\ \mu s) = ۶/۲۷ - ۸(\frac{V}{ms})(t - ۱۶۶/۸\ \mu s)$$

حال زمانی مدار دوباره تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

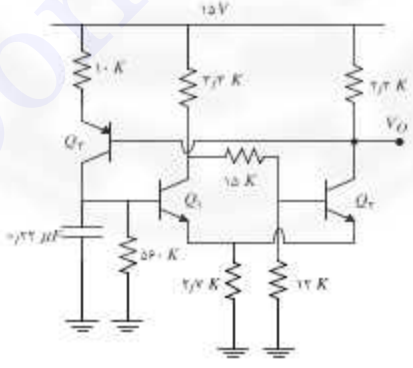
$$V_{E_1}(t) = ۶/۲۷ - ۸(\frac{V}{ms})(t - ۱۶۶/۸\ \mu s) = ۴/۴\ V$$
$$\Rightarrow t = ۶۱۳\ \mu s + ۱۶۶/۸\ \mu s \quad T_2 = ۶۱۳\ \mu s$$

به این ترتیب شکل موج‌های نقاط مهم مدار به‌صورت شکل صفحهٔ بعد خواهد بود.



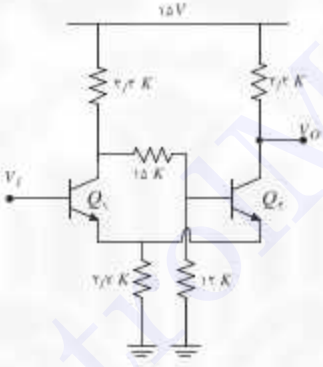
۶. مدار نوسانی زیر را تحلیل کنید.

$$\beta_1 = \beta_2 = ۲۰۰ \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶ \text{ V}$$



حل. برای تحلیل مدار ابتدا کلیت مدار را در نظرگرفته و بلوک‌های مختلف آن را تشخیص می‌دهیم. به راحتی می‌توان فهمید که ترانزیستورهای Q_1 و Q_2 و مقاومت‌های

مربوطه از بیس Q_1 تا کلکتور Q_2 یک اشمیت تریگر می‌باشد. ترانزیستور Q_2 با مقاومت امیتر یک منبع جریان است که با خروجی اشمیت تنظیم می‌شود. زمانی که خروجی اشمیت مقدار بالا (۱۵ V) دارد منبع جریان قطع است و وقتی مقدار پایین دارد منبع جریان روشن بوده و جریان خواهد داشت که مقدار آن باید بعد از تحلیل اشمیت محاسبه شود. ابتدا مدار اشمیت تریگر را در نظر می‌گیریم و مشخصهٔ انتقالی آن را محاسبه می‌کنیم:

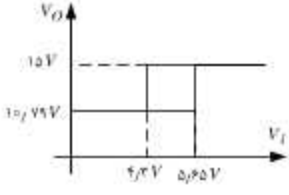


مدار اشمیت تریگر با ساختار بالا در فصل اشمیت تریگر تحلیل شده و به‌راحتی برای این مدار به‌دست می‌آید:

$$V_{OL} = ۱۰/۷۹\ \text{V} \ , \ V_{OH} = ۱۵\ \text{V}$$

$$V_1 = ۵/۶۵\ \text{V} \quad , \quad V_2 = ۴/۳\ \text{V}$$

مشخصهٔ انتقالی این مدار به‌صورت شکل زیر است:



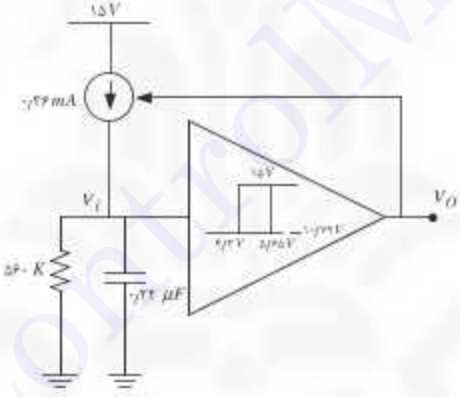
نکتهٔ قابل‌توجه این است که در زمانی که خروجی اشمیت ۱۵ V است، Q_2 قطع و Q_1 خطی است. بنابراین مقاومت ورودی دیده شده برابر است با:

$$Ri = ۲٫۱ \times ۲٫۷ K = ۵۴۲٫۷ \ K$$

به همین ترتیب به راحتی می‌توان دید که زمانی که خروجی ۱۵ V است Q_2 قطع بوده و منبع جریان، جریان صفر دارد. زمانی که خروجی ۱۰٫۷۹ V است جریان Q_2 برابر است با:

$$I_{Q2} = I_o = \frac{۱۵ - ۱۰٫۷۹ - ۰٫۶}{۱۰} = ۰٫۳۶ \ mA$$

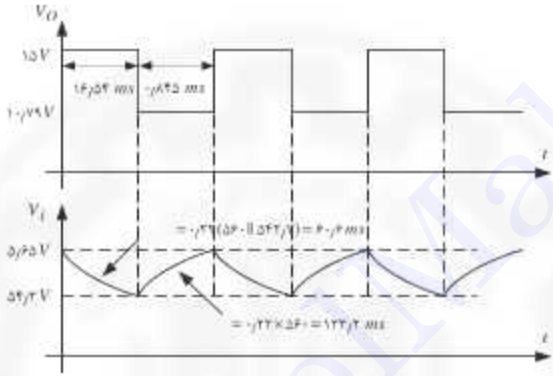
با این بحث مدار را به‌صورت زیر رسم می‌کنیم:



حال در این مدار V_O مقداری برابر با ۱۵ V یا ۱۰٫۷۹ V دارد. فرض کنید که مقدارش ۱۵ V باشد بنابراین V_i حتماً از ۴٫۳ V بیشتر است دراین شرایط منبع جریان قطع است و خازن در حال تخلیه خواهد بود که در مقاومت ورودی اشمیت و ۵۶۰ K تخلیه می‌شود. بنابراین حتماً در زمانی به ۴٫۳ V خواهد رسید، دراین شرایط منبع جریان روشن شده و خازن در یک مدار شامل مقاومت ۵۶۰ K و خازن به سمت مقدار نهایی خود یعنی ۲۰۱٫۶ V = ۵۶۰ K × ۰٫۳۶ صعود می‌کند (در این شرایط Q_1 قطع بوده و مقاومت ورودی آن در نظر گرفته نمی‌شود) که در مسیرش از ۵٫۶۵ V می‌گذرد در این لحظهٔ

خروجی اشمیت به ۱۵ V پرش کرده که در نتیجه آن منبع جریان قطع می‌شود و دوباره ولتاژ ورودی به سمت $0V$ حرکت می‌کند تا به ۴٫۳ V برسد و این روال ادامه خواهد داشت.

بنابراین شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:



در شکل بالا مقدار نهایی صعود برابر با ۲۰۱٫۷ V و مقدار نهایی سقوط صفر ولت است که در شکل به درستی نشان داده نشده است. با این شرح ضابطه سقوط V_i را می‌نویسیم:

$$V_i(t) = ۵٫۶۵e^{-\frac{t}{۶۰٫۶\ \text{ms}}}$$

حال نیم‌پریود اول زمانی است که ولتاژ ورودی به ۴٫۳ V می‌رسد. پس:

$$V_i(t) = ۵٫۶۵\, e^{-\frac{t}{۶۰٫۶ms}} = ۴٫۳\ \text{V} \Rightarrow t = T_1 = ۶۰٫۶\text{Ln}\frac{۵٫۶۵}{۴٫۳} = ۱۶٫۵۴\ \text{ms}$$

حال ضابطه صعود ورودی را با انتقال مبدأ زمان به اول دورهٔ صعود به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$_i(t) = ۲۰۱٫۷ + (۴٫۳ - ۲۰۱٫۷)^{-\frac{t}{۱۲۳٫۲\ \text{ms}}} = ۲۰۱٫۷ - ۱۹۷٫۴e^{-\frac{t}{۱۲۳٫۲\ \text{ms}}} = ۵٫۶۵$$

$$\Rightarrow t = T_۲ = ۱۲۳٫۲\text{Ln}\frac{۱۹۷٫۴}{۱۹۶٫۰۵} = ۰٫۸۴۵\ \text{ms}$$

تابت زمانی

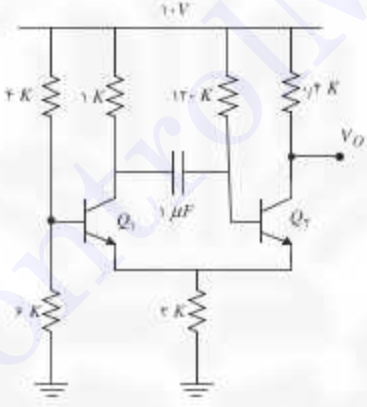
بنابراین فرکانس نوسانات مدار برابر است با:

$$f = \frac{۱}{T_۱ + T_۲} = \frac{۱}{۱۶/۵۴ + ۰/۸۴۵ \text{ ms}} = ۵۷/۵ \text{ HZ}$$

---

۷. مدار آستابل زیر را تحلیل کنید.

$$\beta_۱ = \beta_۲ = ۱۰۰ \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶ \text{ V}$$

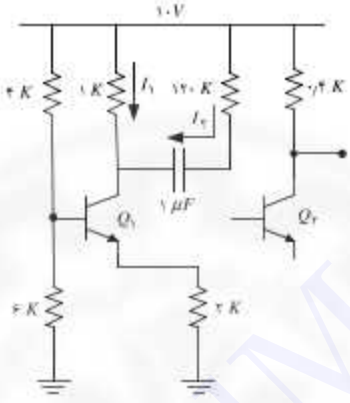


حل. با $Q_۱$ فعال و $Q_۲$ قطع شروع می‌کنیم، در این صورت داریم:

$$V_{B۱} = ۱۰ \times \frac{۶}{۶+۴} = ۶ \text{ V} \Rightarrow V_{E۱} = ۵/۴ \text{ V} \Rightarrow I_{C۱} = \frac{۵/۴}{۲} = ۲/۷ \text{ mA}$$

در این شرایط چون $Q_۲$ قطع است بیس آن به سمت ۱۰ V میل می‌کند. این فرایند با یک مدار مرتبهٔ اول صورت می‌گیرد. حال زمانی $Q_۲$ روشن می‌شود که داشته باشیم $V_{B۲} = ۶ \text{ V}$. فرض کنید این لحظه زمان صفر باشد.

در این صورت لحظه‌ای قبل از روشن شدن Q_2 داریم:

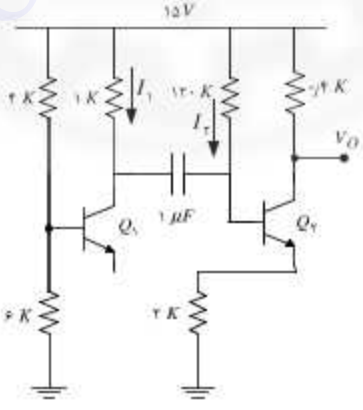


$$V_{B1}=۶\ \text{V}\ ,\ V_{B1}=۵/۴\ \text{V}\ ,\ V_{B2}=۶\ \text{V}\ ,\ I_{C1}=۲/۷\ \text{mA}$$

$$I_2=\frac{۱۰-۶}{۱۲۰}=۰/۰۳۴\ \text{mA}\ ,\ I_1=I_{C1}-I_2=۲/۶۷\ \text{mA}$$

$$V_{C1}=۱۰-۱\times۲/۶۷=۷/۳۳\ \text{V}\ ,\ V_{Cap}=V_{C1}-V_{B2}=۷/۳۳-۶=۱/۳۳\ \text{V}$$

در این زمان Q_1 قطع شده و Q_2 روشن می‌شود و ولتاژ خازن جهش نمی‌کند. داریم:



حال وضعیت Q_2 را در لحظه‌ای بعد از تغییر وضعیت، مدار بررسی می‌کنیم می‌توان نوشت:

$$1\times I_1+1.34=120I_2$$
$$10-120I_2-0.6-51(I_1+I_2)=0$$

$$\begin{cases} I_1-120I_2=-1.34 \\ 1.2I_1+222I_2=9.4 \end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases} I_1=0.066\ \text{mA} \\ I_2=0.011\ \text{mA} \end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases} I_B=I_1+I_2=0.077\ \text{mA} \\ I_C=\beta I_B=3.85\ \text{mA} \end{cases}$$

به راحتی می‌توان دید:

$$\begin{cases} V_{E2}=2\times 3.85=7.7\ \text{V} \\ V_{C2}=10-0.4\times 3.85=8.46\ \text{V} \end{cases}$$

یعنی در لحظهٔ تغییر وضعیت ترانزیستور Q_2 در ناحیهٔ خطی است. نکته مهم دیگر قطع بودن Q_1 است، زیرا امیتر آن از بیس آن ولتاژ بیشتری دارد.

حال نقاط مختلف Q_2 با یک دینامیک مرتبهٔ اول به سمت مقدار نهایی خود میل می‌کند. مقدار نهایی آنها در شرایطی است که خازن باز می‌شود در این شرایط بایاس Q_2 را حل می‌کنیم:

$$I_B=\frac{10-0.6}{120+51\times 2}=0.042\ \text{mA}\qquad I_C=50I_B=2.1\ \text{mA}$$

$$V_C=10-0.4\times 2.1=9.16\ \text{V}\qquad V_E=2\times 2.1=4.2\ \text{V}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_E(t)=4.2+(7.7-4.2)e^{-\frac{t}{\tau}}=4.2+3.5e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau=1\,\mu\text{F}(1+120\,\|\,51\times 2)=55.13\ \text{ms}$$

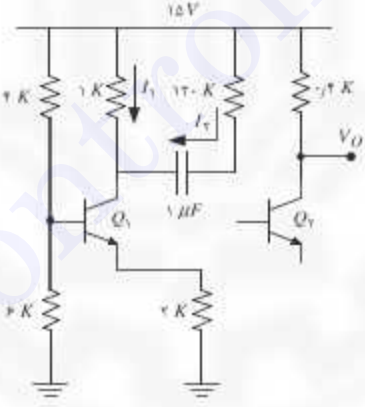
حال زمانی را محاسبه می‌کنیم که Q_1 در آستانه روشن‌شدن قرار گیرد، داریم:

$$V_E(t)=۴/۲+۳/۵\,e^{-\frac{t}{\tau}}=۵/۴\Rightarrow t=T_1=\tau \mathrm{Ln}\frac{۳/۵}{۱/۲}=۵۹\ \mathrm{ms}$$

در این زمان می‌توان ولتاژ دو سر خازن را محاسبه کرد:

$$V_E(T_1)=۵/۴\ \mathrm{V}\Rightarrow I_{E۲}(T_1)=۲/۷\ \mathrm{mA}\ ,\ I_{B۲}(T_1)=۰/۰۵۲\ \mathrm{mA}$$
$$V_{B۲}(T_1)=۶\ \mathrm{V}\ \Rightarrow I_۲(T_1)=\frac{۱۰-۶}{۱۲۰}=۰/۰۳۳\ \mathrm{mA}$$
$$I_1(T_1)=I_{B۲}(T_1)-I_۲(T_1)=۰/۰۱۸\ \mathrm{V}$$
$$V_{C1}(T_1)=۱۰-۰/۰۱۸=۹/۹۸۲\ \mathrm{V}\Rightarrow V_{Cap}(T_1)=۹/۹۸۲-۶=۳/۹۸۲\ \mathrm{V}$$

در این زمان $Q_۲$ قطع شده و Q_1 روشن می‌شود، در این شرایط داریم:



$$\begin{cases} I_1=۱۲۰I_۲-۳/۹۸ \\ I_1+I_۲=۲/۷ \end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases} I_1=۲/۶۴۵\ \mathrm{mA} \\ I_۲=۰/۰۵۵\ \mathrm{mA} \end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases} V_{B۲}(T_1^+)=۱۰-۱۲۰\times ۰/۰۵۵=۳/۴\ \mathrm{V} \\ V_{C1}(T_1^+)=۱۰-۱\times ۲/۶۴۵=۷/۳۵۵\ \mathrm{V} \end{cases}$$

قطع بودن Q_2 بدیهی است. حال بیس Q_2 وکلکتور Q_1 با ثابت زمانی ۱۲۱ ms به سمت مقادیر نهایی خود که به ترتیب ۱۰ V و ۷٫۳ V میل می‌کنند.بنابراین می توان نوشت:

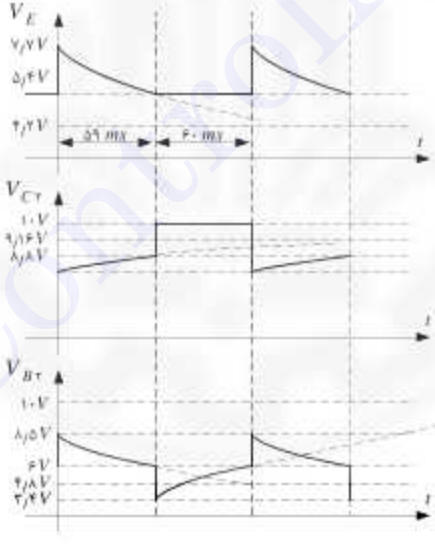
$$V_{B2}(t)=10+(3.4-10)e^{-\frac{t-T_1}{121ms}}=10-6.6e^{-\frac{t-T_1}{121ms}}$$

حال زمانی را محاسبه می‌کنیم که Q_2 در آستانه هدایت قرار گیرد، داریم:

$$V_{B2}(t)=10-6.6e^{-\frac{t-T_1}{121ms}}=6\ \text{V}\Rightarrow t=T_1+121\,Ln\frac{6.6}{4}=T_1+60\ \text{ms}$$

$$\Rightarrow T_2=60\ \text{ms}$$

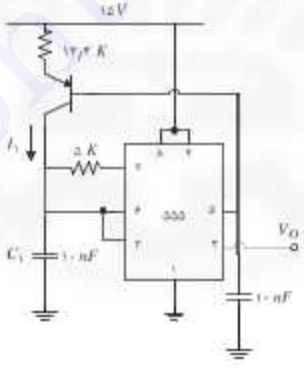
شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:



۷

مولتی‌ویبراتورهای مبتنی بر تراشهٔ ۵۵۵

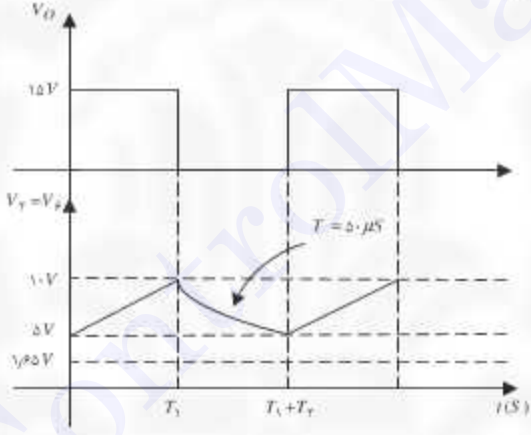
۱. در مدار شکل زیر، شکل موج خروجی و $V_o(t)$ را محاسبه و رسم کنید.



در این مدار $V_5 = \frac{2}{3}V_{CC} = 10$ V پس I_1 به‌صورت یک منبع جریان عمل می‌کند پس خواهیم داشت:

$$I_1 = \frac{15 - 0.6 - 10}{13.3} = 0.33\,\text{mA}$$

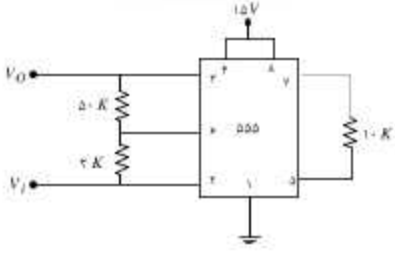
حال اگر $V_O = V_{CC}$ پس پین رها ۷ است در این صورت خازن C_1 با منبع جریان I_1 شارژ می‌شود و $V_C = V_2$ افزایش می‌یابند تا اینکه به $\frac{2}{3}V_{CC}$ یعنی ۱۰ V می‌رسد. در این زمان سیگنال ریست فعال و $V_{o1} = 0$ می‌شود. در این صورت $V_7 = 0$ است، یعنی پین تخلیه به زمین وصل می‌شود به‌عبارت دیگر مقاومت ۵ K موازی خازن C_1 قرار می‌گیرد. در این شرایط خازن تخلیه می‌شود و می‌خواهد به مقدار نهایی یعنی ۱٫۶۵ V برسد که در مسیرش به $\frac{1}{3}V_{CC}$ یا ۵K می‌رسد و دوباره $V_O = 15$ و مقاومت ۵ K یک سرش که پین ۷ یا تخلیه است رها شده و خازن با جریان I_1 شارژ می‌شود پس شکل موج $V_2(t) = V_6(t)$ و $V_O(t)$ به‌طور خلاصه به‌صورت زیر است.



۲. مدار شکل زیر یک اشمیت تریگر است.

الف) مشخصه $V_O - V_i$ را برای آن رسم کنید.

ب) حداکثر مقدار R_1 چقدر است؟



حل. فرض می‌کنیم V_i به اندازهٔ کافی کوچک باشد در این صورت V_7 و V_2 بسیار کوچک‌اند و $S=1$ ، $R=0$ پس $V_O=V_{CC}=15\ \text{V}$. همچنین پایه ۷ رهاست. پس مقاومت $10\ \text{K}$ در مدار قرار ندارد. همچنین $V_{control}=\frac{2}{3}V_{CC}=10\ \text{V}$ و با افزایش V_i ولتاژ گره‌های V_2 و V_6 افزایش می‌یابند. زمانی که $V_6>\frac{2}{3}V_{CC}$ مدار تغییر وضعیت می‌دهد:

$$V_6=V_i\times\frac{50}{12+2+50}+V_O^{15}\times\frac{2+12}{2+12+50}$$

$$V_6=0.781V_i+3.28$$

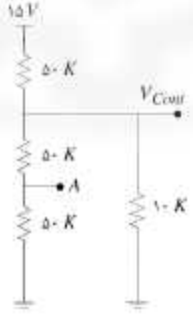
$$V_2=V_i\times\frac{50+2}{50+2+12}+V_O\times\frac{12}{50+2+12}$$

$$V_2=0.812V_i+2.81$$

$$V_6=\frac{2}{3}V_{CC}\Rightarrow 0.781V_i+3.28=10\Rightarrow V_i=8.6\ \text{V}$$

$$\Rightarrow V_2=0.812\times 8.6+2.81=9.79>\frac{1}{3}V_{CC}=5\ \text{V}$$

پس مشکلی وجود ندارد و در این شرایط یعنی در $V_i=8.6\ \text{V}$ و V_O صفر می‌شود حال وقتی V_i را از مقادیر بزرگ، کم می‌کنیم $V_O=0$ است و پایه ۷ به زمین وصل است و یعنی $10\ \text{K}$ در مدار قرار دارد. پس مدار زیر را داریم:



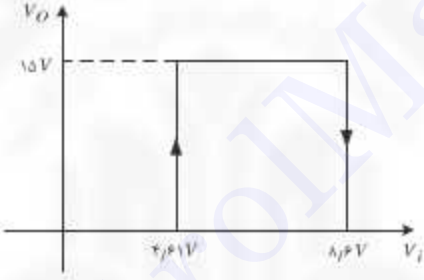
$$V_{control}=\frac{15}{2}=7.5\ \text{V}\qquad V_A=3.75\ \text{V}$$

حال وقتی که V_i مقادیر بزرگ دارد $V_O = ۶\ V$ است و برای تغییر وضعیت باید $V_۲ \leq ۳/۷۵$ پس:

$$V_۲ = V_i \times \frac{۵۰+۲}{۵۰+۱۲+۲} = ۰/۸۱۲V_i = ۳/۷۵$$

$$\Rightarrow V_i = ۴/۶۱\ V$$

$$V_۴ < V_۲$$



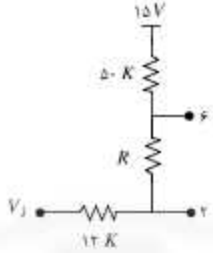
ب) وقتی $R_۱$ را زیاد می‌کنیم در حالتی که $V_O = ۰$ مشکلی پیش نمی‌آید چون $V_۲ > V_۴$ است فقط سیگنال ریست فعال می‌شود. ولی در حالتی که $V_O = V_{CC}$ است ممکن است با افزایش V_i سیگنال ریست فعال شود در حالی‌که سیگنال ریست فعال بماند یعنی:

$$V_۴ > \frac{۲}{۳}V_{CC} \ , \ V_۲ < \frac{۱}{۳}V_{CC}$$

$$V_۴ = ۱۵ \times \frac{R+۱۲}{R+۱۲+۵۰} + V_i \frac{۵۰}{R+۱۲+۵۰}$$

$$= \frac{۲}{۳}V_{CC} = ۱۰\ V$$

$$\Rightarrow V_i = \frac{R+۶۲}{۵۰}\left[۱۰ - \frac{۱۵(R+۱۲)}{R+۶۲}\right]$$



$$V_i = V_1 = \frac{R+۶۲}{۵} - \frac{۳(R+۱۲)}{۱۰} = \frac{۲R+۱۲۴-۳R-۳۶}{۱۰}$$

$$V_i = V_1 = \frac{۸۸-R}{۱۰} \qquad V_2\Big|_{V_i=V_1} > \frac{V_{CC}}{۳} = ۵$$

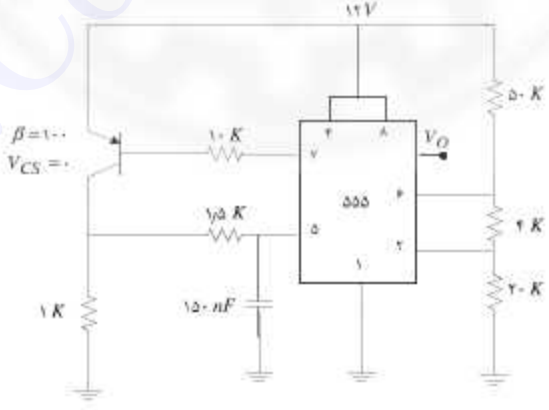
$$V_2 = \frac{R+۵۰}{R+۵۰+۱۲} \times V_i + ۱۵ \times \frac{۱۲}{۱۲+R+۵۰}\Big|_{V_i=V_1}$$

$$= \frac{R+۵۰}{R+۶۲} \times \frac{۸۸-R}{۱۰} + \frac{۱۵\times۱۲}{R+۶۲} > ۵$$

$$\Rightarrow -۶۲ < R < ۵۰ \Rightarrow R < ۵۰$$

---

۳. مدار استابل زیر را تحلیل کنید



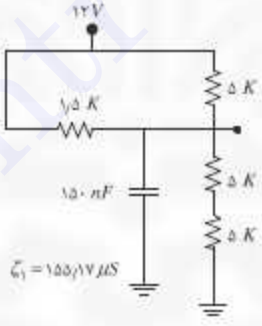
حل. ابتدا $V_۴$ و $V_۲$ را که ثابت هستند محاسبه می‌کنیم

$$V_۲ = ۱۲ \times \frac{۲۰}{۵۰ + ۴ + ۲۰} = ۳/۲۴۳ \text{ V}$$

$$V_۴ = ۱۲ \times \frac{۲۰ + ۴}{۵۰ + ۴ + ۲۰} = ۳/۸۹ \text{ V}$$

حال، می‌دانیم در این مدار $V_۵$ و $\frac{V_۵}{۲}$ با $V_۴$ و $V_۲$ مقایسه می‌شوند و براساس آن خروجی تغییر می‌کند. فرض می‌کنیم $V_O = ۰$ در این صورت باید $V_۲ > \frac{۱}{۲} V_۵$ و $V_۲ = ۰$ یا $V_۵ > ۲V_۲$ و Q اشباع باشد پس $V_۵$ مدار زیر را حس می‌کند. مقدار نهایی $V_۵$ در این حالت برابر است با:

$$V_۵ = \frac{۱۰}{۱/۵۱۱۵ + ۱۰} \times ۱۲ = ۱۰/۷۵ \text{ V}$$



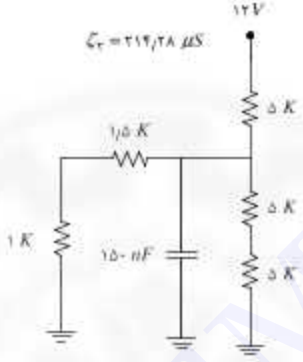
$$\tau = ۱۵۵/۱۷ \mu s \qquad V_۵ > V_۴ \Rightarrow R = ۰$$

$$\Rightarrow V_O = V_{CC}$$

$$\frac{V_۵}{۲} > V_۲ \Rightarrow S = ۱$$

یعنی مدار در مسیرش به حالت دیگر منتقل می‌شود. پس $V_۵$ شارژ می‌شود تا $\frac{V_۵}{۲}$ از $V_۲$

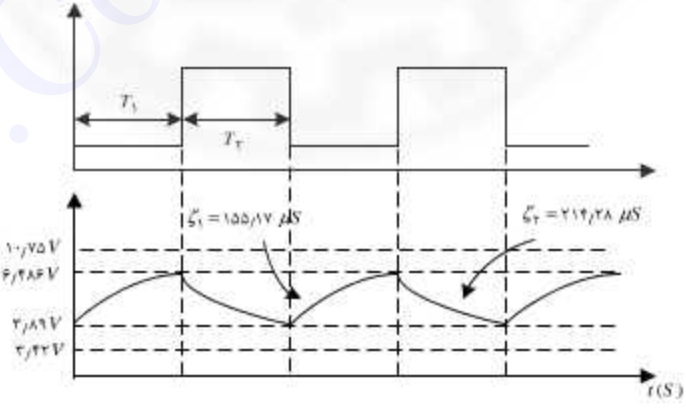
بیشتر شود. در این لحظه داریم: $V_5 = 2V_2 = 6.486\ V$. از این لحظه به بعد $V_O = V_{CC}$ و پایهٔ ۷ رها می‌شود و Q قطع می‌شود و مدار زیر را خواهیم داشت. در این حالت V_5 به سمت مقدار زیر میل می‌کند.



$$V_5(\infty) = 12 \times \frac{1000 \times 1.5}{1000 \times 1.5 + 5} = 3.42\ V$$

$$\tau = 214.28\ \mu s \qquad \begin{matrix} \frac{V_5}{2} < V_2 \Rightarrow S = 0 \\ V_5 < V_4 \Rightarrow S = 0 \end{matrix} \qquad \Rightarrow V_O = 0$$

در مرز تغییر داریم: $V_5 = V_4 = 3.89\ V$ پس V_5 بین $3.89\ V$ و $6.48\ V$ در نوسان است.



$$0 \le t \le T_1 \Rightarrow V_5(t) = 10/75 + (3/89 - 10/75)\, e^{-t/\tau_1}$$

$$V_5(t) = 10/75 - 6/86 e^{-t/\tau_1} = 6/48 \qquad \Rightarrow T_1 = 73/56\ \mu s$$

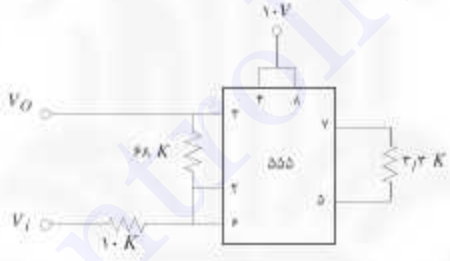
$$T_1 \le t \le T_1 + T_2 \Rightarrow V_5(t) = 3/42 + (6/48 - 3/42) Z e^{-(t-T_1)/\tau_2}$$

$$= 3/42 + 3/06 e^{-(t-T_1)/\tau_2} = 3/89$$

$$\Rightarrow T_2 = 401/44\ \mu s$$

---

۴. مدار شکل زیر را در نظر بگیرید. مشخصهٔ $V_O - V_i$ را برای این مدار محاسبه کنید.



حل. فرض می‌کنیم V_i بسیار کوچک باشد. در این صورت $V_{2,6} < \frac{1}{3}V_{CC}$، پس $R = 0$ ، $S = 1$.
پس $V_O = V_3 = V_{CC}$ در این حالت می‌توان نوشت:

$$V_{2,6} = V_O \times \frac{10}{10+68} + V_i \times \frac{68}{10+68}$$

$$V_{2,6} = 10 \times \frac{10}{78} + V_i \times \frac{68}{78} = \frac{1}{78}(68\, V_i + 100)$$

در این شرایط چون $V_O = V_{CC}$ ، پایهٔ تخلیه رهاست، مقاومت $3/3\,K$ رهاست و دخالتی

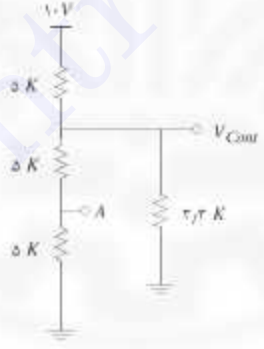
در مدار ندارد. یعنی $V_{کنترل} = \frac{۲}{۳}V_{CC}$. حال با افزایش V_i برای اینکه مدار تغییر وضعیت دهد باید:

$$V_۲ > \frac{۱}{۳}\ V_{کنترل}$$

پس در $V_{۲,۶} = \frac{۲}{۳}V_{CC}$ مدار تغییر وضعیت می‌دهد.

$$\frac{۱}{۷۸}(۶۸V_i + ۱۰۰) = \frac{۲}{۳}\times ۱۰ \Rightarrow V_i = ۶/۱۷\ \text{V}$$

وقتی V_i از مقدار یاد شده در بالا می‌گذرد، $V_O = ۰$ خواهد شد. در این صورت $V_۷ = ۰$ و مقاومت ۳/۳ K وارد مدار می‌شود و $V_{کنترل}$ را که $\frac{۲}{۳}V_{CC}$ بوده است کم می‌کند. حال حساب می‌کنیم:



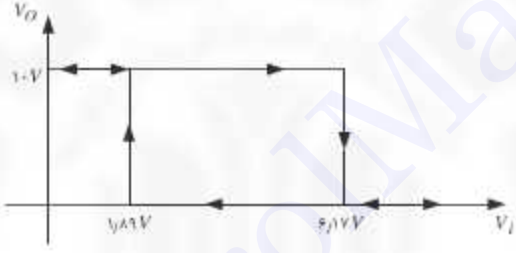
$$V_{کنترل} = ۱۰ \times \frac{(۱۰ \parallel ۳/۳)}{۱۰ \parallel ۳/۳ + ۵}$$

$$V_{کنترل} = \frac{۱۰ \times ۳/۴۸}{۳/۴۸ + ۵} = ۳۳۱\ \text{V} \Rightarrow V_A = \frac{V_{کنترل}}{۲} = ۱/۶۵\ \text{V}$$

حال اگر V_i را کم کنیم برای تغییر وضعیت باید $V_{T,P} \leq ۱/۶۵\ V$ باشد تا S فعال شود. در این شرایط با توجه به اینکه $V_O = ۰$ است می‌توان نوشت:

$$V_{T,P} = V_i \times \frac{۶۸}{۶۸+۱۰} = \frac{۶۸}{۷۸} V_i = ۱/۶۵$$
$$\Rightarrow V_i = ۱/۸۹\ V$$

در حقیقت مدار بالا به‌صورت یک اشمیت تریگر عمل می‌کند که مشخصه آن به‌صورت زیر است:



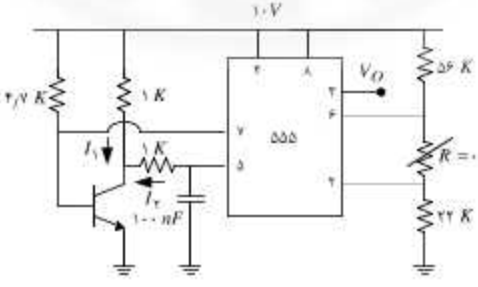
---

۵. در مدار شکل زیر $V_{CS} = ۰$ ، $\beta = ۴۰$

الف) با فرض $R = ۰$ نیم‌پریودهای مدار نوسانی را محاسبه کنید.

ب) با فرض $R = ۵/۶K$، نیم‌پریودهای این مولتی‌ویبراتور را محاسبه کنید.

پ) حداکثر R، برای آنکه مدار به‌صورت یک مولتی‌ویبراتور نوسانی عمل کند چقدر است.



حل. الف) وقتی $R = ۰$ داریم:

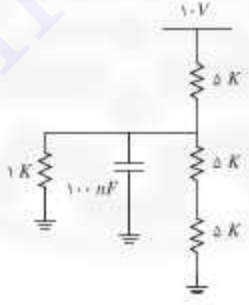
$$V_{۲,۶} = ۱۰ \times \frac{۲۲}{۲۲+۵۶} = ۲/۸۲ \text{ V}$$

فرض می کنیم $V_O = ۰$ ، در این صورت $V_۲ > \frac{۱}{۲} V_{\text{کنترل}}$ و $V_۷ = ۰$ است پس ترانزیستور قطع است. $V_۵$ با همان ولتاژ خازن از طریق مقاومت‌های $۱K$ شارژ می‌شود. تا اینکه $V_۲ = \frac{۱}{۲} V_{\text{کنترل}}$. در این شرایط سیگنال S فعال شده و $V_O = V_{CC}$ می‌شود در ادامه پایه $V_۷$ رها می‌شود، در این زمان $V_{\text{کنترل}} = ۲V_۲ = ۲ \times ۲/۸۲ = ۵/۶۴ \text{ V}$ است. حال در این زمان ترانزیستور روشن می‌شود و $V_۵$ از طریق ترانزیستور شارژ می‌شود.

$$I_B = \frac{۱۰ - ۰/۶}{۴/۷} = ۲\text{mA}$$

$$I_{CX} = I_۱ + I_۲ = \frac{۱۰}{۱} + \frac{۵/۵۶}{۱} = ۱۵/۶۴\text{mA} < \beta I_B$$

پس ترانزیستور بلافاصله بعد از روشن‌شدن اشباع است. حال مدار زیر را برای خازن ۱۰۰ nF داریم:



$$V_C(۰) = ۵/۶۴ \text{ V}$$

$$V_C(\infty) = ۱۰ \times \frac{۱ \| ۱۰}{۱ \| ۱۰ + ۵} = ۱/۵۳ \text{ V}$$

$$V_C = V_{\text{کنترل}}(t) = ۱/۵۳ + ۴/۱۱ e^{-t/\tau_۱}$$

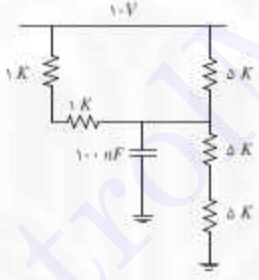
زمانی تغییر وضعیت اتفاق می‌افتد که:

$$\tau_1 = ۷۶/۹\ \mu s \qquad V_{کنترل} = V_\varepsilon = V_\gamma$$

$$۱/۵۳ + ۴/۱۱ e^{-t/\tau_1} = ۲/۸۲$$

$$\Rightarrow t = \tau_1 \operatorname{Ln} \frac{۴/۱۱}{۱/۲۹} = ۷۶/۹ \operatorname{Ln} \frac{۴/۱۱}{۱/۲۹} \Rightarrow T_1 = ۸۹/۱۱\ \mu s$$

در $t = T_1$ دوباره مدار تغییر وضعیت می‌دهد و ترانزیستور قطع می‌شود پس V_C یا V_ε شارژ می‌شود تا زمانی که $R = ۵/۶K$ یا $V_C = ۵/۶۴$ شوند. مدار به‌صورت زیر است.



$$\tau_2 = (۲ \| ۵ \| ۱۰) \times ۱۰۰\ nF = ۱۲۵\ \mu s$$

$$V_C(T_1) = ۲/۸۲\ V$$

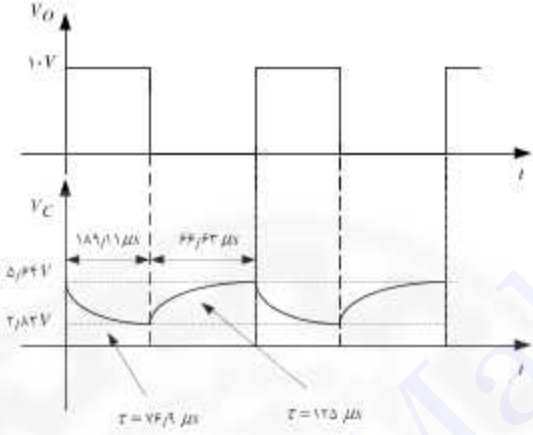
$$V_C(\infty) = ۱۰ \times \frac{۱۰}{۱۰ + ۲ \| ۵} = ۸/۷۵\ V$$

$$V_C(t) = ۸/۷۵ + [۲/۸۲ - ۸/۷۵]\, e^{-\frac{t - T_1}{\tau_2}}$$

$$V_C(t) = ۸/۷۵ - ۵/۹۳\, e^{-\frac{t - T_1}{T_2}}$$

$$V_C(t) = ۵/۶۴\ V \qquad ۸/۷۵ - ۵/۹۳\, e^{-\frac{t - T_1}{\tau_2}} = ۵/۶۴$$

$$T_2 = ۶۶/۶۳\ \mu s \qquad T_2 = \tau_2 \operatorname{Ln} \frac{۵/۹۳}{۳/۱۱} \Rightarrow$$



ب) وقتی $R = ۵/۶K$ آنگاه خواهیم داشت

$$V_۶ = \frac{۳۳+۵/۶}{۳۳+۵/۶+۵۶} \times ۱۰ = ۳/۳ \text{ V}$$

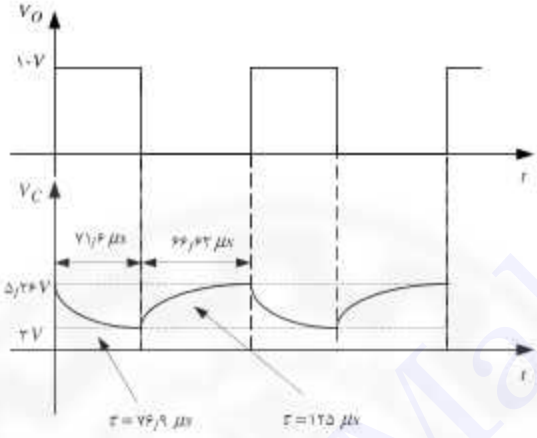
$$V_۲ = \frac{۳۳}{۳۳+۵/۶+۵۶} \times ۱۰ = ۲/۶۳ \text{ V}$$

حال $V_{کنترل}$ با همان $V_۵$ به‌گونه‌ای تغییر می‌کند که:

$$V_۲ \geq \frac{V_{کنترل}}{۳} \quad \Rightarrow \quad V_{کنترل} \leq ۲V_۲$$

$$V_{کنترل} \geq V_۶ \quad \Rightarrow \quad V_۶ \leq V_{کنترل} \leq ۲V_۲$$

پس $V_{کنترل}$ بین سطوح $۲V_۲$ به $V_۶$ و برعکس به‌ترتیب دشارژ و شارژ می‌شود و یعنی بین سطوح $۲\times۲/۶۳ = ۵/۲۶$ V و ۳ V



$$0 \le t \le T_1 \Rightarrow V_C(t) = 8.85 + (3 - 8.85)\, e^{-t/\tau_1}$$

$$= 8.85 - 5.85\, e^{-t/\tau_1}$$

$$V_C(t) = 5.26 \Rightarrow T_1 = 61\ \mu s$$

$$T_1 \le t \le T_1 + T_2 \Rightarrow V_c(t) = 1.53 + (5.26 - 1.53)\, e^{-\frac{t - T_1}{\tau_2}}$$

$$= 1.53 + 3.73 e^{-\frac{t - T_1}{\tau_2}} = 3\ V$$

$$\Rightarrow T_2 = \tau_2 \mathrm{Ln} \frac{3.73}{1.47} = 71.6\ \mu s$$

گفتیم که با قرار دادن R، $V_{کنترل}$ بین V_ε و $2V_2$ در نوسان است و $V_\varepsilon < V_{کنترل} < 2V_2$، پس شرط نوسان $V_\varepsilon < 2V_2$ است.

$$V_{CC} \times \frac{R + 22}{R + 22 + 56} < 2 \times \frac{22}{R + 22 + 56} \times V_{CC}$$

$$R < 22\ K\Omega \qquad R + 22 < 44 \Rightarrow$$

۸

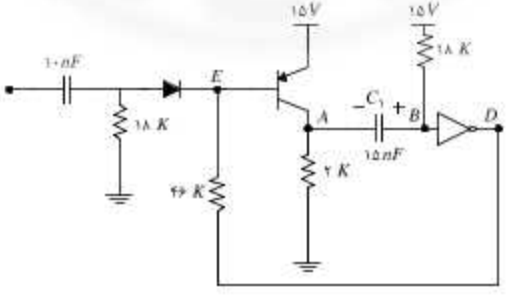
مولتی‌ویبراتورهای مبتنی بر گیت معکوس‌کننده

۱. برای مدار مولتی‌ویبراتور تک‌حالته شکل زیر

الف) با فرض ایده‌ال بودن گیت NOT، شکل موج $V_A(t)$، $V_B(t)$، $V_E(t)$ و $V_D(t)$ را رسم و T را محاسبه کنید.

ب) اگر مشخصه گیت NOT مطابق شکل (ب) باشد شکل موج‌های $V_A(t)$ و $V_B(t)$ و $V_E(t)$ و $V_D(t)$ و T را محاسبه کنید.

$$V_{BE} = V_\gamma = V_\sigma = ۰/۶V \qquad \beta = ۱۰۰ \qquad V_{CS} = ۰$$



حل. مدار را در $t=0^-$ تحلیل می‌کنیم. خازن C_1 مدار باز است، پس می‌توان نوشت:

$$V_B = V_{CC} = 15\ \text{V} \Rightarrow V_D = 0 \Rightarrow i_B = \frac{15-0.6-0}{46} = 0.313\ \text{mA}$$

$$I_{CS} = \frac{15}{2} = 7.5\ \text{mA}\ ,\ I_{CS} < \beta i_B \Rightarrow$$ ترانزیستور اشباع است.

$$V_A = 15\ \text{V} \Rightarrow V_{C_1} = 0$$

وقتی پالس تریگ اعمال می‌شود ترانزیستور قطع می‌شود و در ورودی گیت NOT مدار زیر را خواهیم داشت:

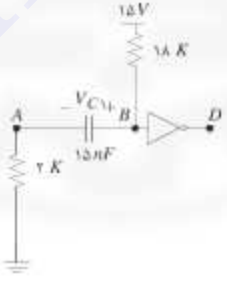
$$\Rightarrow V_A(0^+) = 0 \Rightarrow V_{C_1}(0^+) = 0$$

$$\Rightarrow V_A(0^+) = 15 \times \frac{2}{2+18} = 1.5\ \text{V}$$

$$V_B(0^+) = V_A(0^+) = 1.5\ V \Rightarrow V_D(0^+) = 15\ \text{V}$$

$$V_B(\infty) = 15 \qquad V_A(\infty) = 0$$

$$\Rightarrow V_B(t) = 15 - 13.5\, e^{-t/\tau} \qquad \tau = (2+18)^{K} \times 15^{nF} = 300\ \mu s$$



$$V_A(t) = 1.5\, e^{-t/\tau}$$

حال باید زمانی را محاسبه کنیم که در آن $V_B = 7.5\ \text{V}$ است. در این زمان خروجی گیت NOT تغییر وضعیت خواهد داد.

$$V_B(T) = ۱۵ - ۱۳/۵ e^{-T/\tau} = ۷/۵ \Rightarrow T = ۱۷۶/۳۳^{\mu s}$$
$$V_A(T^-) = ۱/۵\, e^{-T/\tau_۱} = ۰/۸۳۳ \text{ V}$$
$$V_C(T^-) = ۷/۵ - ۰/۸۳۳ = ۶/۶۶۷ \text{ V} = V_{C_۱}(T^+)$$

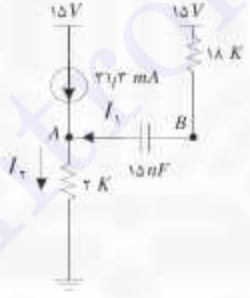
حال در $t = T^+$ خروجی گیت NOT به صفر سقوط می‌کند، ترانزیستور روشن می‌شود و داریم:

$$I_B(T^+) = ۰/۳۱۳ \text{ mA}$$

حال این پرش پیش می‌آید که ترانزیستور اشباع است یا خطی، ابتدا ترانزیستور را خطی در نظر می‌گیریم.

$$I_C = \beta I_B = ۳۱/۳ \text{ mA}$$

پس مدار در کلکتور به‌صورت زیر است.

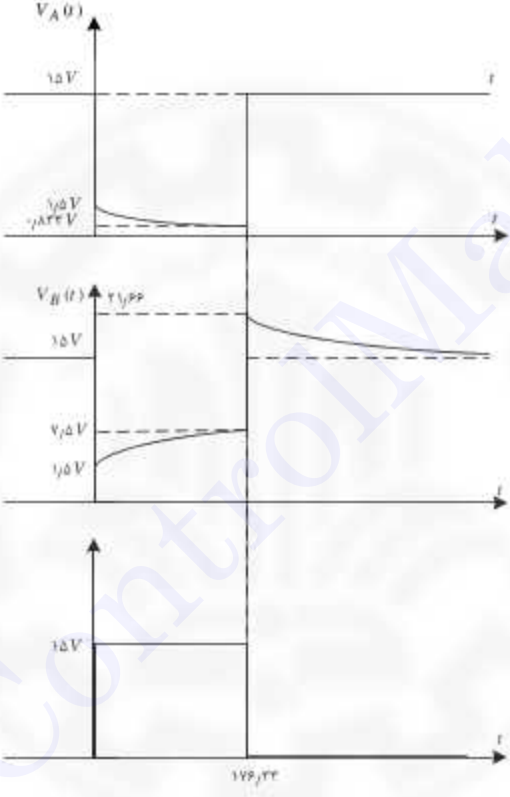


$$KCL \text{ at } A: \quad ۳۱/۳^{mA} + I_۱ = I_۲$$
$$KVL: \quad ۱۵ - ۱۸ I_۱ - V_{C_۱}(T^+) - ۲ I_۲ = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} I_۲ = ۲۹/۲ \text{mA} \\ I_۱ = -۲/۱ \text{mA} \end{cases}$$
$$I_۲ = ۲۹/۲ \text{mA} \Rightarrow V_A(T^+) = ۲ \times ۲۹/۲ = ۵۸/۲ \text{ V} \rangle ۱۵ \text{ V}$$

پس فرض خطی نادرست است . بنابراین

$$V_A(T^+) = ۱۵$$
$$\Rightarrow V_B(T^+) = V_A(T^+) + V_{C_۱}(T^+) = ۱۵ + ۶/۶۶۷ = ۲۱/۶۶ \text{ V}$$

پس از T^+، V_B با ثابت زمانی $\tau_2 = 15^{nF} \times 18 = 270^{\mu s}$ به مقدار نهایی خود یعنی ۱۵ V صعود می‌کند.

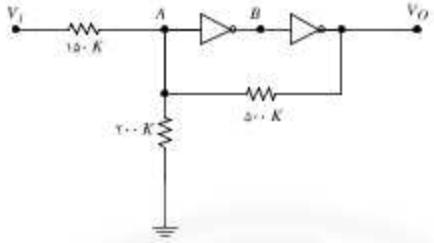


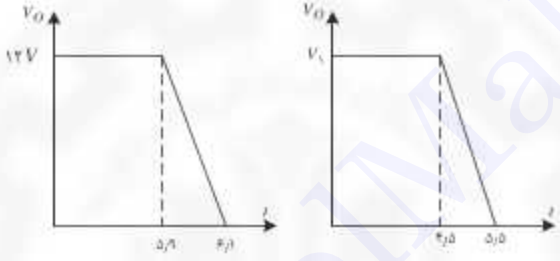
---

۲. مدار شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) اگر مشخصهٔ گیت‌های NOT مطابق شکل (الف) باشد، مشخصهٔ $V_O - V_i$ را برای اشمیت تریگر محاسبه کنید.

ب) اگر مشخصهٔ گیت‌های NOT مطابق شکل (ب) باشد حداقل V_1 برای اینکه مدار اشمیت تریگر باشد چقدر است؟





حل. الف) وقتی $V_i = -\infty$ آنگاه $V_O = 0$ و $V_A < 0$. پس و $V_B = 12$ V برای نقطهٔ V_A داریم:

$$V_A = V_i \times \frac{200 \parallel 500}{150^{K} + 200 \parallel 500} = V_i \frac{142.8}{292.8}$$

زمانی‌که به ۶ V برسد مدار تغییر وضعیت خواهد داد، پس:

$$V_i \frac{142.8}{292.8} = 6 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad V_i = 12.3 \text{ V} = V_1$$

حال اگر V_i خیلی بزرگ باشد V_A بزرگ است. پس $V_B = 0$ و $V_O = 12$ V، حال داریم:

$$V_A = V_i \times \frac{200 \parallel 500}{150 + 200 \parallel 500} + 12 \times \frac{200 \parallel 150}{200 \parallel 150 + 500}$$

$$V_A = V_i \frac{142.8}{292.8} + \frac{85.7}{585.7} \times 12 = 0.48 V_i + 1.755$$

$$V_A = 6 \Rightarrow V_i = V_2 = 8.7 \text{ V}$$

ب) گین حلقه باید بیشتر از یک باشد:

$$Loop\ gain = (V_1)^2 \times \frac{150 \parallel 200}{150 \parallel 200 + 500} = (V_1)^2 \times \frac{85/7}{585/7} > 1$$

$$\Rightarrow (V_1)^2 > 6/83 \Rightarrow V_1 > 2/61\ \text{V}$$

---

۳. مدار آستابل شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) شکل موج‌های V_A, V_X, V_B را محاسبه و با دقت رسم کنید.

ب) به ازای چه مقادیری از R_1, R مدار به‌درستی کار می‌کند.

* گیت‌های معکوس‌کننده ایده‌آل هستند.

حل. نقاط A, B خروجی‌های گیت‌ها NOT هستند. پس مقادیر V_{DD}، ۰ خواهند داشت. فرض کنید $V_B = V_{DD}$ باشد. در این صورت $V_X < \frac{V_{DD}}{2}$، $V_A = 0$ خواهد بود. پس مدار به‌صورت شکل زیر است:

در این مدار V_X به سمت مقدار نهایی خود یعنی $\frac{R_1}{R_1 + R} V_{DD}$ میل می‌کند. برای اینکه مدار تغییر وضعیت دهد باید داشته باشیم:

$$\frac{R_1}{R_1 + R} V_{DD} > \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow R_1 > R$$

با این شرط V_X از $\frac{V_{DD}}{۲}$ عبور می‌کند. فرض کنید که این زمان $t=۰$ باشد. خواهیم داشت:

$$i_L(۰^-)=\frac{V_X-VA}{R_۱}=\frac{\frac{V_{DD}}{۲}-۰}{R_۱}=\frac{V_{DD}}{۲R_۱}$$

در $t=۰^+$ داریم: $V_A(۰^+)=V_{DD}$ ، $V_B(۰^+)=۰$. چون جریان سلف جهش نمی‌کند خواهیم داشت:

$$V_X(۰^+)=V_A(۰^+)+R_۱ i_L(۰^-)=V_{DD}+R_۱\frac{V_{DD}}{۲R_۱}=\frac{۳V_{DD}}{۲}$$

از این زمان به بعد مدار به‌صورت شکل زیر است:

در این مدار می‌توان نوشت:

$$V_X(t)=V_X(\infty)+(V_X(۰^+)-V_X(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_X(t)=\frac{R}{R+R_۱}V_{DD}+(\frac{۳V_{DD}}{۲}-\frac{R}{R+R_۱}V_{DD})e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حال زمانی خروجی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم: $V_X(t_۱)=\frac{V_{DD}}{۲}$

می‌توان نوشت:

$$t_۱=\tau\, Ln(\frac{\frac{۳}{۲}-\frac{R}{R+R_۱}}{\frac{۱}{۲}-\frac{R}{R+R_۱}})=T_۱$$

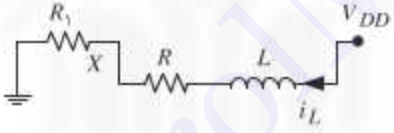
در $t=t_1^-$ خواهیم داشت:

$$i_L(t_1^-)=\frac{V_X-VA}{R_1}=\frac{\frac{V_{DD}}{2}-V_{DD}}{R_1}=-\frac{V_{DD}}{2R_1}$$

در $t=t_1^+$ خواهیم د اشت:

$$V_X(t_1^+)=V_A(t_1^+)+R_1 i_L(t_1^-)=0+R_1\times-\frac{V_{DD}}{2R_1}=-\frac{V_{DD}}{2}$$

از این زمان به بعد مدار به‌صورت شکل زیر است:



$$V_X(t)=V_X(\infty)+(V_X(0^+)-V_X(\infty))e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

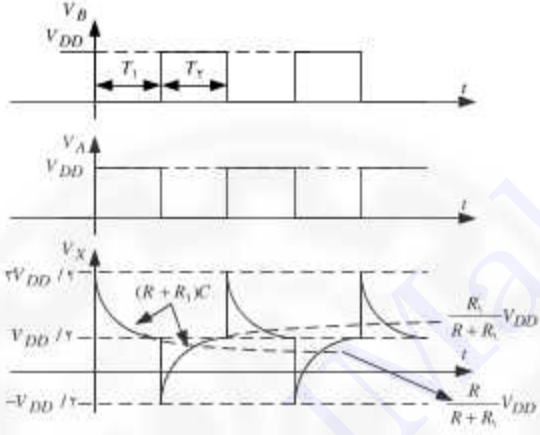
$$V_X(t)=\frac{R_1}{R+R_1}V_{DD}+(-\frac{V_{DD}}{2}-\frac{R_1}{R+R_1}V_{DD})e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

حال زمانی خروجی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم: $V_X(t_2)=\frac{V_{DD}}{2}$.

می‌توان نوشت:

$$t_2=\tau\, Ln(\frac{\frac{1}{2}+\frac{R_1}{R+R_1}}{\frac{1}{2}+\frac{R_1}{R+R_1}})+t_1 \Rightarrow T_2=\tau\, Ln(\frac{\frac{1}{2}+\frac{R_1}{R+R_1}}{\frac{1}{2}+\frac{R_1}{R+R_1}})$$

به این ترتیب شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:

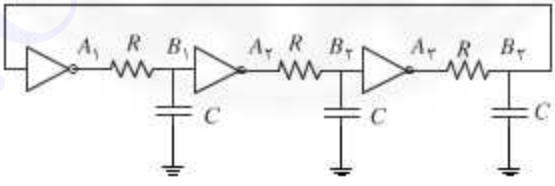


---

۴. مدار شکل مقابل یک آستابل است. شکل موج‌های $V_{A1}, V_{B1}, V_{A2}, V_{B2}$ V_{A2}, V_{B2} را محاسبه و با تمام جزییات رسم کنید.

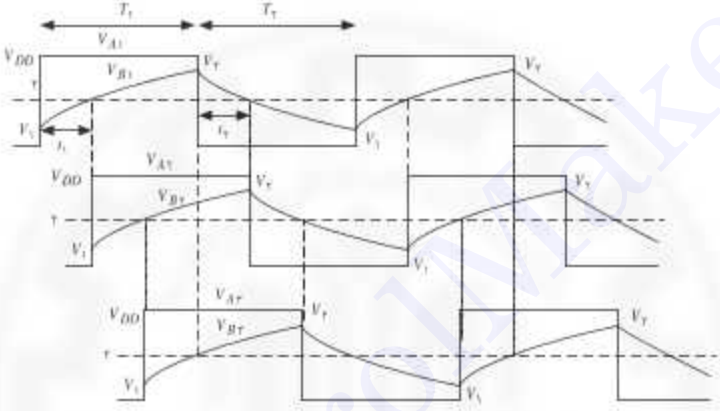
* گیت‌های معکوس‌کننده ایده‌آل هستند.

** نوسانی‌بودن مدار مفروض است یعنی می‌دانیم خروجی‌های گیت‌های معکوس‌کننده موج‌های مربعی هستند.



حل. نوسانی بودن مدار فوق مفروض است البته می‌توان با کمی مباحث پیشرفته‌تر آن را اثبات کرد. در این صورت شکل موج‌های V_{A1}, V_{B1} به‌صورت شکل زیر خواهند بود. حال از روی شکل‌های یاد شده می‌توان شکل موج‌های V_{A2}, V_{B2} را رسم کرد. دقت کنید که زمان‌هایی

که $V_{B1} > \frac{V_{DD}}{2}$ است $V_{A2} = V_{DD}$ بوده و برای بقیه زمان‌ها صفر است. به همین ترتیب شکل موج‌های هر طبقه را می‌توان از روی شکل موج‌های طبقات قبلی به‌دست آورد. دقت کنید که طبقهٔ اول برای طبقهٔ آخر، طبقهٔ بعد محسوب می‌شود.



حال که شکل کلی موج‌های موردنظر را مطابق شکل‌های بالا بیان کردیم، باید پارامترهای T_2، T_1، V_2، و V_1 را محاسبه کنیم. برای این منظور ضابطه V_{B1} را برای بازه‌های زمانی T_2 و T_1 می‌نویسیم:

$$V_{B1}(t) = V_{DD} + (V_1 - V_{DD})\, e^{-\frac{t}{RC}} \qquad 0 \le t \le T_1$$

$$V_{B1}(t) = V_2\, e^{-\frac{t-T_1}{RC}} \qquad T_1 \le t \le T_1 + T_2$$

حال با توجه به شکل موج‌های فوق موارد زیر را می‌توان بیان کرد:

$$V_2 = V_{DD} + (V_1 - V_{DD})\, e^{-\frac{T_1}{RC}} \qquad (1)$$

$$V_1 = V_2\, e^{-\frac{T_2}{RC}} \qquad (2)$$

از طرف دیگر مدت زمانی که طول می‌کشد که یک شکل موج نمایی در هر یک از دو نیم‌پریود از مقادیر اولیه به $\frac{V_{DD}}{۲}$ برسد یک سوم آن نیم‌پریود است بر این اساس ابتدا زمان‌های یاد شده $t_۱, t_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

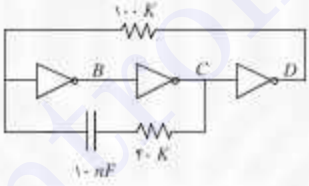
$$\frac{V_{DD}}{۲} = V_{DD} + (V_۱ - V_{DD})e^{-\frac{T_۱}{۲RC}} \quad (۳)$$

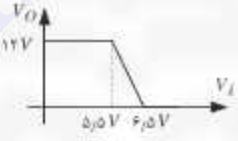
$$\frac{V_{DD}}{۲} = V_۲ e^{-\frac{T_۲}{۲RC}} \quad (۴)$$

حال چهار معادله و چهار مجهول داریم که با حل این معادلات چهار مجهول مسئله به محاسبه می‌شوند.

---

۵. مدار آستابل شکل مقابل را تحلیل کنید. مشخصه گیت‌های معکوس‌کننده داده شده است.





حل. فرض کنید $D = ۱۲$ V پس $C = ۰$ و $B = ۱۲$ V (دقت کنید که این متغیرها خروجی گیت‌های معکوس‌کننده هستند). در ادامه با توجه به $B = ۱۲$ V و با توجه به مشخصه $A < ۵٫۵$ V است. در این مدار نقطه A در یک مدار RC قرار دارد که به سمت مقدار نهایی خود یعنی ۱۲ V پیش خواهد رفت در مسیرش به ۶V می‌رسد که در این شرایط حالت مدار عوض می‌شود. در این زمان که $A = ۶$V داریم:

$$V_{Cap} = ۶ - ۴۰ \times \frac{۱۲-۶}{۱۰۰} = ۳٫۶ \text{ V}$$

کسری که در عدد ۴۰ ضرب شده است جریان مقاومت K ۱۰۰ در شرایط بالا است. در این زمان حالت مدار عوض می‌شود و خواهیم داشت: $D=0$ پس $C=12$ و $B=0$. چون ولتاژ خازن جهش نمی‌کند برای $V_A(0^+)$ داریم:

$$V_A(0^+)=(12+3/6)\times\frac{100}{100+40}=11/14\ \text{V}$$

در شرایط جدید نقطه A به سمت صفر میل کرده و ولتاژ دو سر خازن به سمت ۱۲ V میل می‌کند پس می‌توان نوشت:

$$V_A(t)=11/14e^{-\frac{t}{\tau}}\qquad \tau=(100\ \text{K}+40\ \text{K})\times 10\ \text{nF}=1/4\ \text{ms}$$

$$V_{Cap}(t)=-12+(3/6+12)e^{-\frac{t}{\tau}}=-12+15/6e^{-\frac{t}{\tau}}$$

دوباره زمانی مدار تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

$$V_A(t)=6\ \text{V}\Rightarrow T_1=1/4\ \text{ms}Ln\frac{11/14}{6}=0/886\ \text{ms}=886\ \mu\text{s}$$

در این زمان برای خازن داریم:

$$V_{Cap}(0/886)=-3/6\ \text{V}$$

در این زمان دوباره حالت مدار عوض شده ولی ولتاژ خازن جهش نمی‌کند یعنی داریم: $D=12$ V، $C=0$ و $B=0$ پس می‌توان نوشت:

$$V_A(0/886^+)=(12-V_{Cap})\times\frac{40}{100+40}+V_{Cap}=0/857\ \text{V}$$

در شرایط جدید ولتاژ نقطهٔ A به سمت مقدار نهایی خود که ۱۲ V است شارژ می‌شود. پس می‌توان نوشت: (در نوشتن معادلات زیر مبدا زمانی را به زمان ms ۰/۸۸۶ منتقل کردیم!)

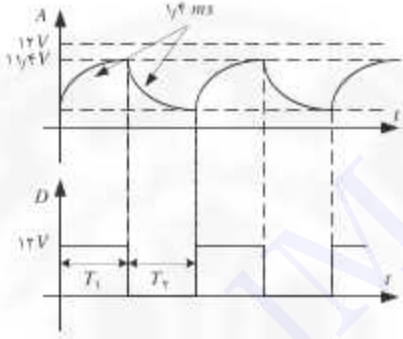
$$V_A(t)=12+(0/857-12)e^{-\frac{t}{\tau}}=12-11/143e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_{Cap}(t)=12+(-3/7-12)e^{-\frac{t}{\tau}}=12-15/7e^{-\frac{t}{\tau}}$$

دوباره زمانی مدار تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

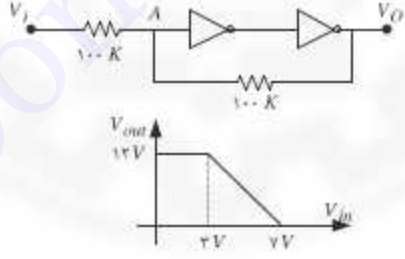
$$V_A(t) = ۶\ \text{V} \Rightarrow T_۲ = ۸۸۶\ \mu\text{s}$$

به این ترتیب نقطهٔ A بین ۰٫۸۶۷ V و ۱۱٫۱۴ V تغییر می‌کند. پس شکل موج‌های مدار به‌صورت شکل زیر است:

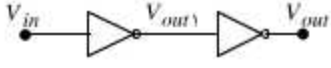


---

۶. مدار اشمیت تریگر مقابل را تحلیل کرده و مشخصه ورودی و خروجی آن را محاسبه و رسم کنید.



حل. ابتدا برای دو گیت متوالی مشخصه ورودی- خروجی را رسم می‌کنیم:



در این مدار ولتاژ ورودی را از صفر تا ۱۰ V تغییر داده و V_{Out} را بر حسب آن محاسبه و رسم می‌کنیم. وقتی $V_{in} = ۰$ بدیهی است که $V_{Out۱} = ۱۰$ و در نتیجهٔ $V_{Out} = ۰$.

مشخصه گیت اول را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$\begin{cases} V_{in} < ۳\ V \Rightarrow V_{Out۱} = ۱۰\ V \\ V_{in} > ۷\ V \Rightarrow V_{Out۱} = ۰\ V \end{cases}$$

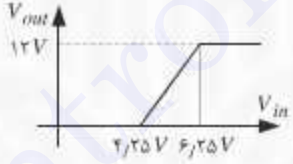
حال اگر همین مشخصه را برای گیت دوم در نظر بگیریم می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_{Out۱} < ۳\ V \Rightarrow V_{Out} = ۱۰\ V \\ V_{Out۱} > ۷\ V \Rightarrow V_{Out} = ۰\ V \end{cases}$$

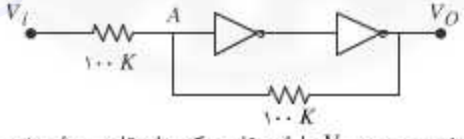
حال از ترکیب این روابط به همراه ناحیه شیب‌دار مشخصه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} V_{Out} = ۱۰\ V \Rightarrow V_{Out۱} < ۳\ V \Rightarrow V_{in} > ۶٫۲۵\ V \\ V_{Out} = ۰\ V \Rightarrow V_{Out۱} > ۷\ V \Rightarrow V_{in} < ۴٫۲۵\ V \end{cases}$$

حال مشخصه ترکیب سری دو گیت معکوس‌کننده بالا به‌صورت شکل زیر است:



به این ترتیب ترکیب دو گیت پشت سرهم را به‌صورت یک بافر نشان می‌دهیم که مشخصه آن به‌صورت شکل بالا است



با توجه به مشخصه جدید، V_I را از مقادیر کم تا مقادیر زیاد تغییر می‌دهیم و ولتاژ خروجی را محاسبه و رسم می‌کنیم. وقتی ولتاژ ورودی کم است آنگاه نقطهٔ A ولتاژ کمی دارد و در نتیجه V_O صفر است. تحت این شرایط داریم:

$$V_A = \frac{V_I}{۲}$$

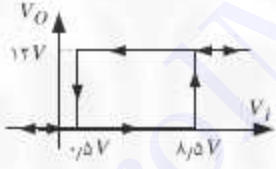
زمانی مدار تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم $V_A = ۴٫۲۵\ V$ که این امر برای $V_i = V_1 = ۸٫۵\ V$ اتفاق می‌افتد. حال وقتی ولتاژ ورودی مقادیر بزرگ دارد، آنگاه نقطهٔ A ولتاژ بالایی دارد و در نتیجه $V_O = V_{DD} = ۱۲\ V$ است. تحت این شرایط داریم:

$$V_A = \frac{V_i + ۱۲}{۲}$$

حال با کاهش ولتاژ ورودی زمانی مدار تغییر وضعیت خواهد داد که داشته باشیم:

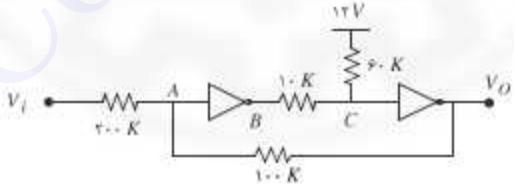
$$V_A = \frac{V_i + ۱۲}{۲} = ۶٫۲۵ \Rightarrow V_i = V_2 = ۰٫۵\ V$$

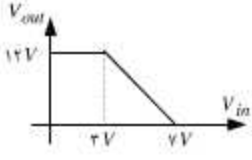
بنابراین مشخصه اشمیت به‌صورت زیر است:



---

۷. مشخصه ورودی- خروجی اشمیت تریگر شکل زیر را محاسبه و رسم کنید. مشخصات گیت‌ها در شکل مقابل داده شده است.





حل. V_i را از مقادیر کم تا مقادیر زیاد تغییر می‌دهیم. وقتی V_i مقادیر کوچک دارد بدیهی است که $V_B = ۱۲\ V$ که در نتیجه آن $V_C = ۱۲\ V$ و در نتیجه $V_O = ۰\ V$. به این ترتیب برای مقادیر کوچک V_i می‌توان نوشت:

$$V_A = V_i \frac{۱۰۰}{۱۰۰ + ۲۰۰} = \frac{۱}{۳} V_i$$

با افزایش V_i، V_A افزایش یافته و گیت اول به ناحیه خطی وارد می‌شود ولی این افزایش برای تغییر وضعیت مدار کافی نیست. بلکه برای تغییر وضعیت، گیت دوم نیز باید وارد ناحیه خطی شود. این گیت زمانی وارد ناحیه خطی می‌شود که داشته باشیم، $V_C = ۷\ V$ (دقت کنید که V_C در این تغییرات از مقادیر زیاد به مقادیر کم میل می‌کند). خواهیم داشت:

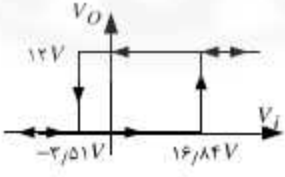
$$V_C = ۷\ V \Rightarrow V_B = ۴/۱۶\ V \Rightarrow V_A = ۵/۶۱$$
$$\Rightarrow V_i = ۳V_A = ۱۶/۸۴\ V = V_۱$$

در این شرایط فیدبک مثبت عمل کرده و خروجی $V_O = ۱۲$ می‌شود. حال با افزایش بیشتر V_i دیگر تغییری در V_O ایجاد نخواهد شد. در شرایط جدید داریم:

$$V_A = V_i \frac{۱۰۰}{۱۰۰ + ۲۰۰} + ۱۲ \frac{۲۰۰}{۱۰۰ + ۲۰۰} = \frac{۱}{۳} V_i + ۸$$

حال با کاهش V_i برای تغییر مجدد مدار باید داشته باشیم $V_C = ۳\ V$ (دقت کنید که V_C در این تغییرات از مقادیر زیاد به مقادیر کم میل می‌کند) خواهیم داشت:

$$V_C = ۳\ V \Rightarrow V_B = ۲/۵\ V \Rightarrow V_A = ۶/۸۳\ V$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۳} V_i + ۸ = ۶/۸۳ \Rightarrow V_i = -۳/۵۱\ V = V_۲$$



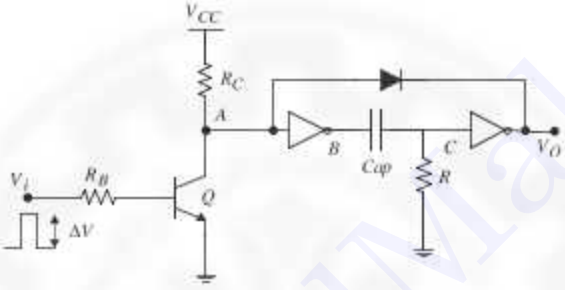
---

۸. مدار مونوستایل زیر را در نظر بگیرید.

الف) حداقل دامنه پالس تریگ را محاسبه کنید.

ب) با فرض اعمال پالس تریگ مناسب شکل موج‌های خروجی را با تمام جزییات محاسبه و رسم کنید.

برای ترانزیستور β، V_{BE} و برای دیود V_D مفروض است. گیت‌های معکوس‌کننده ایده‌آل هستند.



حل. در شرایط پایدار Q قطع است، همچنین خازن Cap مدار باز است. بنابراین داریم $V_C = 0$ که در نتیجه آن $V_O = V_{DD}$ به این ترتیب دیود قطع است و داریم: $V_B = 0$، $V_A = V_{DD}$. حال برای تریگ کردن مدار پالس بالا رونده اعمال می‌شود، در نتیجه آن Q روشن می‌شود و حال برای $\Delta V_{\min}$ داریم:

$$i_B = \frac{\Delta V_{\min} - V_{BE}}{R_B} \Rightarrow i_C = \beta i_B = \beta \frac{\Delta V_{\min} - V_{BE}}{R_B} \qquad (1)$$

حال برای اینکه مدار تریگ شود باید در اثر جریان کلکتور ترانزیستور، V_A به زیر $\frac{V_{DD}}{2}$ سقوط کند. بنابراین برای حداقل دامنه پالس تریگ داریم:

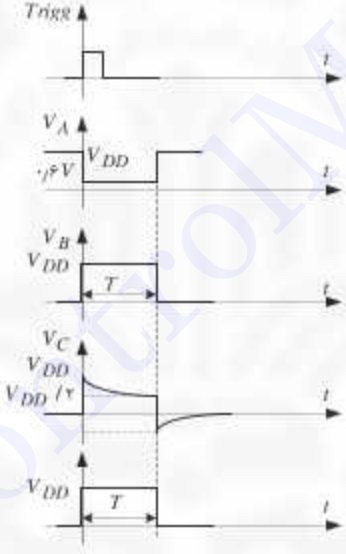
$$V_{DD} - R_C i_C = \frac{V_{DD}}{2} \Rightarrow i_C = \frac{V_{DD}}{2R_C} \qquad (2)$$

حال از روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\Delta V_{\min} = \frac{R_B}{2\beta R_C} + V_{BE}$$

تحت این شرایط مدار تریگ می‌شود یعنی B به V_{DD} جهش می‌کند که در نتیجه آن C به V_{DD} جهش می‌کند پس V_O به صفر جهش کرده و در نتیجه آن دیود روشن می‌شود

و ولتاژ نقطهٔ A مقدار V ۰٫۶ به خود می‌گیرد. از این زمان به بعد که همان زمان صفر است نقطهٔ A از ولتاژ ورودی مستقل می‌شود. حال نقطه C در مدار RC به سمت مقدار صفر میل می‌کند درزمانی‌که به $\frac{V_{DD}}{۲}$ می‌رسد V_O به V_{DD} جهش کرده و دیود قطع می‌شود در نتیجه آن A به V_{DD} پرش کرده و در ادامه B از V_{DD} به صفر جهش می‌کند پس C از $\frac{V_{DD}}{۲}$ به $-\frac{V_{DD}}{۲}$ سقوط کرده و سپس با ثابت زمانی RC به حالت ماندگار خود که صفر است میل می‌کند.



برای محاسبهٔ T داریم:

$$V_{DD}e^{-\frac{T}{RC}} = \frac{V_{DD}}{۲} \Rightarrow T = RCLn۲$$

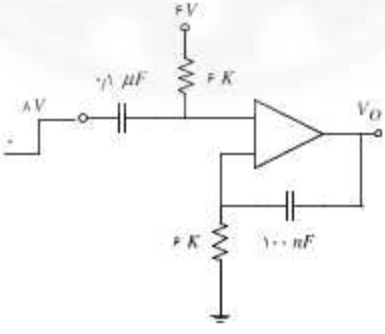
۹

مولتی‌ویبراتورهای مبتنی بر تقویت‌کنندهٔ عملیاتی

۱. در مدار تک‌حالتهٔ زیر

الف) شکل موج‌های V^+، V^- و V_O را برای زمان‌های بعد از تریگ‌شدن محاسبه و رسم کنید.

ب) حداقل دامنهٔ پالس ورودی برای تریگ‌شدن چقدر است.



حل. الف) ابتدا باید مدار را در $t = 0^-$ تحلیل کنیم. در این زمان مدار در حالت پایدار قرار دارد، و خازن‌ها مدار بازند پس داریم:

$$V^- = -6\ \text{V} \quad , \quad V^+ = 0$$

$$V^+ > V^- \Rightarrow V_O = +V_{Sat} = +10\ \text{V}$$

حال وقتی پالس تریگ اعمال می‌شود در $t = 0^+$ خواهیم داشت:

$$V^-(0^+) = V^-(0^-) + 8 = -6 + 8 = 2$$

$V^-(0^+)$ از V^+ بیشتر می‌شود پس تقویت‌کنندهٔ عملیاتی تغییر وضعیت داده و به اشباع منفی می‌رود. یعنی $V_O(0^+) = -10\ \text{V}$ پس V_O به اندازهٔ $20\ \text{V}$ سقوط می‌کند در نتیجه V^+ نیز به همین اندازه سقوط می‌کند. پس داریم:

$$V^+(0^+) = V^+(0^-) - 20 = 0 - 20 = -20\ \text{V}$$

از زمان‌های 0^+ به بعد V^+ با ثابت زمانی $6\ \text{K}\Omega \times 100\ \text{nF} = 600\ \mu\text{s} = 0.6\ \text{ms}$ به سمت $0\ \text{V}$ و V^- با ثابت زمانی $6\ \text{K}\Omega \times 0.1\ \mu\text{F} = 600\ \mu\text{s} = 0.6\ \text{ms}$ میل می‌کند می‌توان نوشت:

$$V^-(t) = V^-(\infty) + \left[V^-(0^+) - V^-(\infty)\right] e^{\frac{-t}{0.6\ \text{ms}}}$$

$$= -6 + \left[2 - (-6)\right] e^{\frac{-t}{0.6}} = -6 + 8\, e^{\frac{-t}{0.6\ \text{ms}}}$$

$$V^+(t) = -20\, e^{\frac{-t}{0.6\ \text{ms}}}$$

این شرایط تا زمانی برقرار است که $V^+(t) < V^-(t)$. پس تقویت‌کننده در زمانی که $V^+(t) = V^-(t)$ تغییر وضعیت می‌دهد. پس خواهیم داشت:

$$-6 + 8e^{-t/0.6\ \text{ms}} = -20\, e^{t/0.6\ \text{ms}}$$

$$T = 0.6\ \text{ms}\, \text{Ln}\frac{28}{6} \Rightarrow T = 0.924\ \text{ms}$$

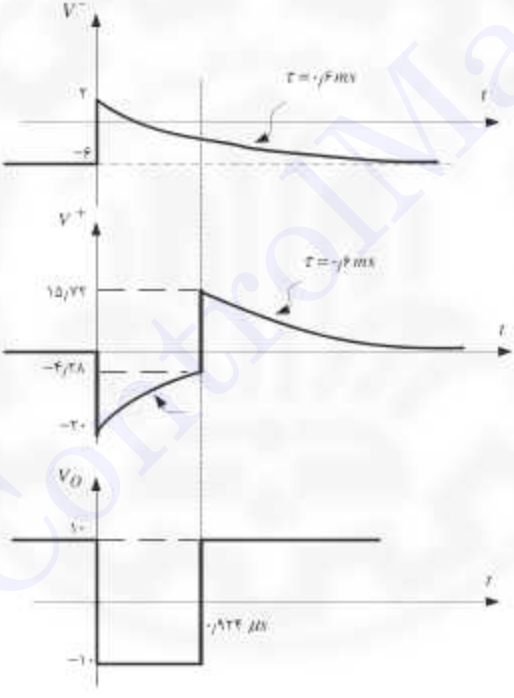
حال باید $V^-(T^-)$ و $V^+(T^-)$ را حساب کنیم. داریم:

$$V^+(T^-) = V^+(0.924\ \text{ms}) = -20\, e^{-\frac{0.924}{0.6}} = -4.28\ \text{V}$$

در $t = T^+$، تقویت‌کنندهٔ عملیاتی تغییر وضعیت می‌دهد و $V_O(T^+) = ۱۰$ V پس V_O به اندازهٔ ۲۰ V صعود می‌کند پس V^+ نیز چنین است.

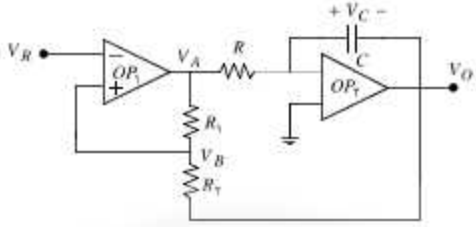
$$V^+(T^+) = V^+(T^-) + ۲۰ = -۴٫۲۸ + ۲۰ = ۱۵٫۷۲ \text{ V}$$

سپس V^+ با ثابت زمانی ۰٫۶ ms به سمت صفر خواهد رفت.



---

۲. در مدار شکل صفحهٔ بعد اپ‌امپ‌ها ایده‌ال هستند، شکل موج‌های V_A، V_O را محاسبه و رسم کنید. فرض کنید که خروجی اپ‌امپ در حالت اشباع $\pm Vsat$ است.



حل. به سادگی معلوم است که OP_2 دارای فیدبک منفی است بنا براین در ناحیهٔ خطی قرار دارد. یعنی $V^- = V^+ = 0$. از طرفی دارای فیدبک مثبت است بنابراین همواره در اشباع است. در اینجا فرض می‌کنیم که در اشباع مثبت باشد یعنی $V_A = Vsat$ آنگاه خواهیم داشت:

چون OP_1 در اشباع مثبت است داریم: $V_B > V_R$

$$I_1 = \frac{V_A}{R} = \frac{Vsat}{R} \quad , \quad I_1 = C\frac{dV_C}{dt} \quad , \quad V_O = -V_C \Rightarrow -I_1 = C\frac{dV_O}{dt} = -\frac{Vsat}{R}$$

با توجه به نتیجهٔ بالا معلوم است که V_O کاهش می‌یابد. از طرفی برای V_B می‌توان نوشت:

$$V_B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_O + \frac{R_2}{R_1 + R_2}Vsat$$

بنا براین با کاهش V_O ولتاژ V_B نیز کاهش می‌یابد. تا جایی که $V_B = V_R$ در این صورت OP_1 به اشباع منفی می‌رود که در نتیجه آن $V_A = -Vsat$ است. فرض کنیم که این اتفاق در $t = 0$ بیفتد. در این شرایط داریم $V_B = V_R$ اما جهت جریان I_1 معکوس شده که سبب افزایش ولتاژ خروجی می‌شود در این شرایط داریم:

$$I_1 = \frac{V_A}{R} = -\frac{Vsat}{R} \quad , \quad I_1 = C\frac{dV_C}{dt}$$

$$V_O = -V_C \Rightarrow I_1 = C\frac{dV_O}{dt} = \frac{Vsat}{R} \Rightarrow V_O = \frac{Vsat}{RC}t + V_O(0^-) = \frac{Vsat}{RC}t + V_R$$

در این شرایط برای ولتاژ V_B می‌توان نوشت:

$$V_B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_O - \frac{R_2}{R_1 + R_2}Vsat = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\left(\frac{Vsat}{RC}t + V_R\right) - \frac{R_2}{R_1 + R_2}Vsat$$

دوباره زمانی تغییر وضعیت به‌وجود می‌آید که $V_B = V_R$ این زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_B = V_R \Rightarrow t = T_1 = \frac{R_2}{R_1} RC \left(\frac{V_R}{Vsat} + 1 \right)$$

در $t = T_1$ دوباره OP_1 به اشباع مثبت رفته و روابط زیر را خواهیم داشت:

$$V_A = Vsat$$

چون OP_1 در اشباع مثبت است: $V_B > V_R$

$$I_1 = \frac{V_A}{R} = \frac{Vsat}{R} \ , \ I_1 = C \frac{dV_C}{dt}$$

$$V_O = -V_C \Rightarrow -I_1 = C \frac{dV_O}{dt} = -\frac{Vsat}{R}$$

$$\Rightarrow V_O = -\frac{Vsat}{RC}(t - T_1) + V_O(0^-) = -\frac{Vsat}{RC}(t - T_1) + V_R$$

با توجه به نتیجهٔ بالا معلوم است که V_O کاهش می‌یابد. از طرفی برای V_B می‌توان نوشت:

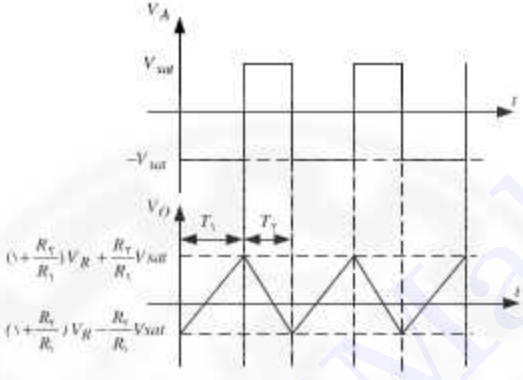
$$V_B = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_O + \frac{R_2}{R_1 + R_2} Vsat$$

$$= \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left(-\frac{Vsat}{RC}(t - T_1) + V_R \right) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} Vsat$$

دوباره زمانی تغییر وضعیت به‌وجود می‌آید که $V_B = V_R$ این زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_B = V_R \Rightarrow t - T_1 = T_2 = \frac{R_2}{R_1} RC \left(-\frac{V_R}{Vsat} + 1 \right)$$

به این ترتیب شکل موج‌های V_B ،V_R به‌صورت صفحهٔ بعد خواهد بود.



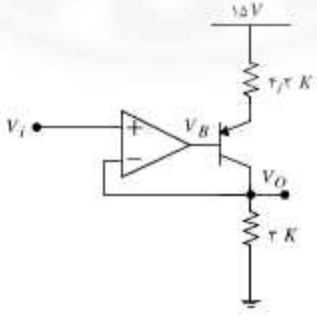
دقت کنید که به ازای $V_R = 0$ شکل موج کاملاً مربعی خواهد بود.

---

۳. در مدار شکل زیر مشخصهٔ $V_O - V_i$ را محاسبه و رسم کنید.

$$V_{BE} = 0/7\ V \quad , \quad \beta = 100$$

$$V_{CEsat} = 0/2\ V \quad , \quad |V_{Opamp\,sat}| = 10$$



حل. به‌راحتی می‌توان دید که مدار فیدبک مثبت دارد بنابراین انتظار داریم که مشخصه خواسته شده دارای حلقهٔ هیسترزیس باشد. به همین دلیل ابتدا ولتاژ V_i را یک بار از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت تغییر داده و مشخصه را به‌دست می‌آوریم. در ادامه برعکس V_i را از مثبت بی‌نهایت تا منفی بی‌نهایت تغییر داده و مشخصه جدیدی به‌دست آورده و هر دو را در یک صفحه رسم می‌کنیم:

اگر $V_i = -\infty$ بدیهی است که اپامپ در اشباع منفی است چون V_O در هر شرایطی مقداری محدود دارد. آنگاه: $V_B = -۱۰\ \text{V}$

$$I_E = \frac{۱۵ - ۰/۷ - (-۱۰)}{۴/۳\text{K}} = ۵/۶۵\ \text{mA}$$

با فرض خطی بودن ترانزیستور ولتاژ خروجی را محاسبه می‌کنیم:

$$I_C = I_E = ۵/۶۵\ \text{mA} \Rightarrow V_O = -۱۵ + ۳ \times ۵/۶۵ = ۱/۹۵\ \text{V}$$

به‌راحتی می‌توان دید که $V_{CE} < ۰/۲\ \text{V}$ یعنی ترانزیستور در اشباع است. پس با فرض اشباع بودن ترانزیستور، ولتاژ خروجی را محاسبه می‌کنیم. می‌دانیم که ولتاژ کلکتور در شرایط اشباع $۰/۵\ \text{V}$ از بیس بیشتر است (در ترانزیستور PNP) پس در این شرایط $V_O = -۹/۵\ \text{V}$ است.

با افزایش ولتاژ ورودی تا $V_i = -۹/۵\ \text{V}$ اتفاقی نمی‌افتد یعنی اپامپ در اشباع منفی باقی می‌ماند با توجه به اینکه ترانزیستور در ناحیهٔ اشباع است گین آن مثبت است یعنی تغییرات بیس با تغییرات کلکتور هم‌فاز است بنابراین با افزایش ولتاژ ورودی ابتدا اپامپ وارد ناحیه خطی می‌شود این روال تا جایی ادامه دارد که ترانزیستور وارد ناحیهٔ خطی شود که در این صورت گین آن منفی شده و سبب می‌شود مدار فیدبک مثبت پیدا کند و در این شرایط اپامپ وارد ناحیهٔ اشباع مثبت شود.

ابتدا سطحی از ولتاژ خروجی را محاسبه می‌کنیم که به‌ازای آن ترانزیستور در لبهٔ اشباع خطی است داریم

$$I_C = I_E = \frac{۱۵ - ۰/۲ - (-۱۵)}{۴/۳ + ۳} = ۴/۰۸\ \text{mA}$$

$$\Rightarrow V_O = -۱۵ + ۴/۰۸ \times ۳ = -۲/۷۵\ \text{V}$$

یعنی وقتی ولتاژ ورودی در جهت افزایش در فاصلهٔ $-۹٫۵\ V$ ، $-۲٫۷۵\ V$ قرار می‌گیرد اپ‌امپ در ناحیهٔ خطی خواهد بود. بنابراین وقتی ولتاژ ورودی به $-۲٫۷۵\ V$ می‌رسد اپ‌امپ تغییر وضعیت داده و به اشباع مثبت خواهد رفت یعنی:

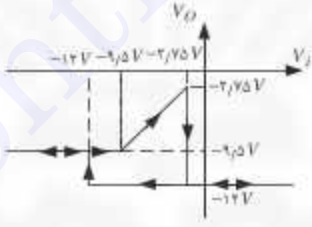
$$V_B = ۱۰\ V$$

در این شرایط با فرض خطی‌بودن ترانزیستور خواهیم داشت:

$$I_C = I_E = \frac{۱۵ - ۰٫۷ - ۱۰}{۴٫۳} = ۱mA \Rightarrow V_O = -۱۵ + ۳ \times ۱ = -۱۲\ V$$

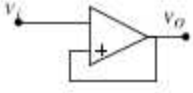
با توجه به سطوح ولتاژ بیس و کلکتور شرط خطی بودن تأیید می‌شود. حال با افزایش بیشتر ولتاژ بیس دیگر اتفاقی نمی‌افتد.

وقتی ولتاژ ورودی را کاهش می‌دهیم چون در این شرایط ترانزیستور در ناحیهٔ خطی است اپ‌امپ هیچ‌گاه وارد ناحیهٔ خطی نخواهد شد بنابراین با رسیدن ولتاژ ورودی به $-۱۲\ V$ شرایط مدار به حالت اولیه بر می‌گردد. شکل زیر مشخصه به‌دست آمده را نشان می‌دهد.

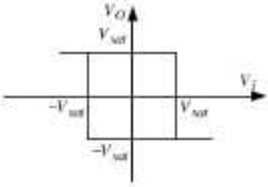


---

۴. در مدار شکل زیر مشخصه $V_O - V_i$ را محاسبه و رسم کنید.

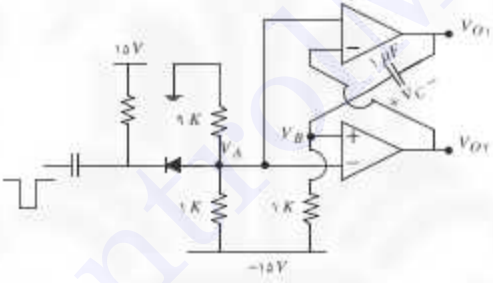


حل. به سادگی می‌توانید محاسبه کنید که به‌صورت صفحهٔ بعد است.



۵. مدار یک‌حالته مقابل را تحلیل کرده و همه سیگنال‌های مهم را پس از تریگ محاسبه و رسم کنید.

$$Vsat = ۱۵\ \text{V}$$



حل. به‌راحتی می‌توان دید که مدار فیدبک مثبت دارد و یک مولتی‌ویبراتور است حال برای به‌دست آوردن حالت پایدار می‌دانیم که مدار تریگ بی‌اثر است زیرا دیود در بایاس معکوس و قطع است. فرض می‌کنیم که خازن مدار باز باشد تا به این ترتیب حالت پایدار مدار را به‌دست آوریم. در این شرایط به‌راحتی می‌توان نوشت:

$$V_A = -۱۵ \times \frac{۹}{۹+۱} = -۱۳/۵\ \text{V}$$
$$V_B = -۱۵\ \text{V}$$
$$V_A > V_B \Rightarrow V_{O۲} = -۱۵\ \text{V}$$
$$V_A > V_{O۲} \Rightarrow V_{O۱} = -۱۵\ \text{V} \Rightarrow V_C = ۰$$

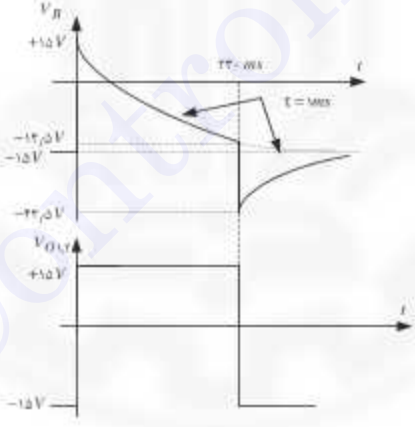
محاسبات بالا ولتاژ گره‌های مختلف را در زمان پایدار یا زمانی که پالس تریگ اعمال نشده است به‌دست می‌دهد. حال وقتی پالس تریگ در جهت منفی اعمال می‌شود اپ‌امپ پایین را به

اشباع مثبت می‌برد. در نتیجه آن اپامپ بالایی نیز به اشباع مثبت می‌رود که در نتیجه آن ولتاژ نقطهٔ B به اندازهٔ V ۱۵− جهش می‌کند و از V ۱۵− به ۰ می‌رسد. و از آن پس با ثابت زمانی $\tau = 1\mu F \times 1K = 1\ ms$ به سمت V ۱۵− می‌رود و وقتی به V ۱۳٫۵− رسید اپامپ‌ها به اشباع منفی می‌روند که در نتیجه آن ولتاژ نقطهٔ B به اندازهٔ V ۱۵− جهش می‌کند و به V ۲۸٫۵− می‌رسد و دوباره با همان ثابت زمانی به V ۱۵− میل می‌کند. به سادگی می‌توان ضابطه زمانی V_B را برای زمان‌های مثبت به‌صورت زیر نوشت:

$$V_B(t) = -15 + (15+15)e^{-\frac{t}{1ms}} = -15 + 30e^{-\frac{t}{1ms}}$$

$$V_B(t) = -13.5\ V \Rightarrow t = T = 2.99\ ms$$

شکل موج‌های نقاط مهم مدار به‌صورت زیر است:



---

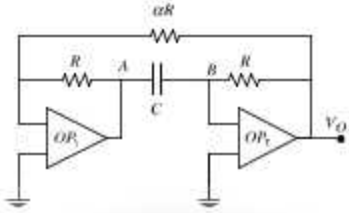
۶. مدار استابل شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) استدلال کنید که OP_2 فیدبک مثبت دارد و بنابراین همواره در اشباع است.

ب) شکل موج‌های V_A ،V_B ،V_O را محاسبه و با تمام جزییات رسم کنید.

* اپامپ‌ها کننده ایده‌آل هستند و $\alpha > 1$.

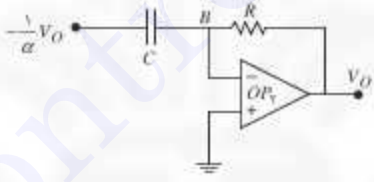
* $Vsat$ برای اپامپ‌ها مفروض است.



حل. الف) قبل از هر چیز می‌توان دید که OP_1 در ناحیهٔ خطی است چون فیدبک منفی دارد و با توجه به $\alpha>1$ می‌توان نوشت:

$$V_A=-\frac{R}{\alpha R}V_o=-\frac{1}{\alpha}V_o \Rightarrow |V_A|=\frac{1}{\alpha}|V_o|<|V_o|\le Vsat$$

به این ترتیب از V_O به V_A یک طبقه گین ساده با گین $-\frac{1}{\alpha}$ داریم. حال مدار OP_2 به‌صورت شکل زیر خواهد بود.

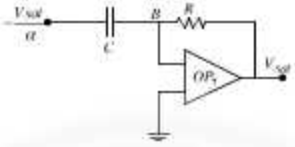


در این مدار معادل V_O به $-\frac{1}{\alpha}V_O$ روی V_B اثر می‌گذارند. اگر این تأثیر با ضریب مثبت باشد آنگاه OP_2 فیدبک منفی دارد (دقت کنید که $V_B=V^-$) با توجه به خازن به‌راحتی می‌توان گفت تأثیر خروجی روی V_B منفی است. یعنی OP_2 فیدبک مثبت دارد. این استدلال کیفی و نادقیق بود با مفاهیم پیشرفته‌تر نیز می‌توان اثبات دقیق‌تری ارائه داد.

ب) با توجه به بند (الف) OP_2 فیدبک مثبت دارد بنابراین در اشباع خواهد بود. فرض کنید که OP_2 در اشباع مثبت باشد آنگاه $V_O=Vsat$ پس $V_B<V^+=0$. به همین ترتیب داریم:

$$V_A=-\frac{1}{\alpha}V_O=-\frac{Vsat}{\alpha}$$

با این شرح با مدار شکل زیر مواجه خواهیم بود:



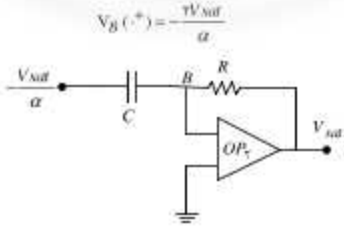
در این مدار به‌راحتی می‌توان دید که V_B به سمت $\frac{2Vsat}{\alpha}$ میل می‌کند که در مسیرش از $0V$ می‌گذرد فرض کنید که این اتفاق در $t=0$ واقع شود خواهیم داشت:

$$V_O(0^-)=Vsat \ , \ V_B(0^-)=0 \ , \ V_A(0^-)=-\frac{Vsat}{\alpha}$$

در $t=0^+$، خروجی V_O از $Vsat$ به $-Vsat$ جهش می‌کند. بنابراین $V_A(0^-)=\frac{Vsat}{\alpha}$، در حقیقت V_O در $t=0$ به اندازهٔ $\frac{2Vsat}{\alpha}$ در جهت مثبت جهش می‌کند. با توجه به مدار RC، این جهش به سر دیگر خازن منتقل می‌شود پس داریم:

$$V_O(0^+)=0+\frac{2Vsat}{\alpha}=\frac{2Vsat}{\alpha}$$

از این زمان به بعد مدار به‌صورت شکل زیر است:



بدیهی است که V_O به سمت $-Vsat$ میل می‌کند. ضابطهٔ تغییرات V_B به‌صورت زیر است:

$$V_B(t) = V_B(\infty) + (V_B(0) - V_B(\infty))\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

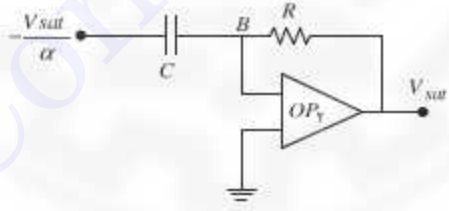
$$V_B(t) = -Vsat + \left(\frac{2Vsat}{\alpha} + Vsat\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

حال خروجی زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم $V_B(t) = 0$.

$$V_B(t) = 0 \Rightarrow t = t_1 = RCLn\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right)$$

در $t = t_1$، V_O از $-Vsat$ به $Vsat$ جهش می‌کند و در نتیجه $V_A = -\frac{Vsat}{\alpha}$ خواهد شد. یعنی در این زمان V_A پرشی منفی به اندازهٔ $\frac{2Vsat}{\alpha}$ دارد. این پرش به سمت دیگر خازن منتقل می‌شود پس $V_B(t_1^+) = -\frac{2Vsat}{\alpha}$ به این ترتیب مدار به‌صورت شکل زیر خواهد بود:

$$V_B(t_1^+) = -\frac{2Vsat}{\alpha}$$



در این شکل برای V_B می‌توان نوشت:

$$V_B(t) = V_B(\infty) + (V_B(t_1^+) - V_B(\infty))\, e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

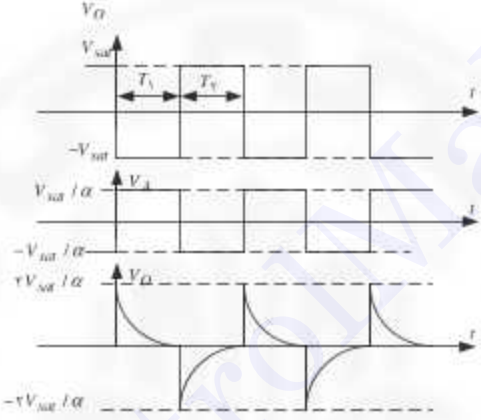
$$V_B(t) = Vsat + \left(-\frac{2Vsat}{\alpha} - Vsat\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

حال خروجی زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم $V_B(t)=0$.

$$V_B(t)=0 \Rightarrow t_2 = RCLn(1+\frac{2}{\alpha})+t_1$$

با محاسبات بالا نیم‌پریودهای مدار مساوی و برابر با $T_1=T_2=RC\ \mathrm{Ln}(1+\frac{2}{\alpha})$ است.

شکل موج‌های نقاط مختلف مدار به‌صورت شکل زیر است:



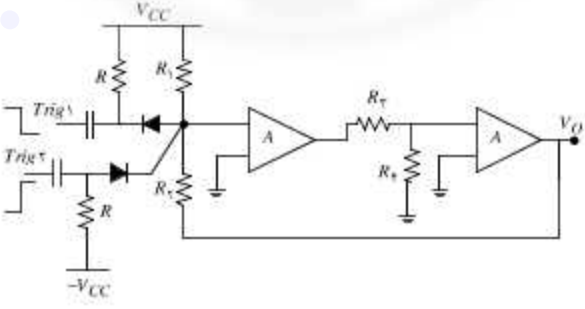
---

۷. مدار دو حالتهٔ شکل زیر را در نظر بگیرید.

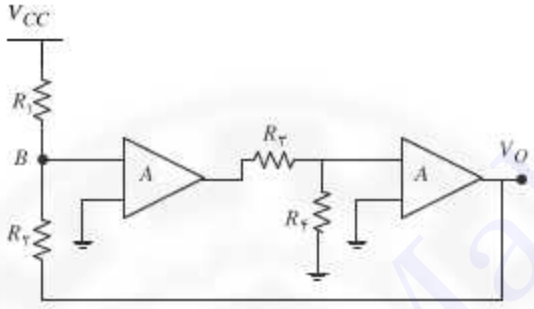
الف) حداقل مقدار گین اپ‌امپ‌ها برای اینکه مدار دوحالته باشد چقدر است؟

ب) با فرض $A=\infty$ حداقل دامنهٔ پالس‌های تریگ را برای تغییر وضعیت مدار در هر یک از حالات پایدار محاسبه کنید.

$$|Vsat|=V_{CC}$$



حل. الف) می‌دانیم مدارهای تریگ در حالت پایدار از مدار جدا هستند در حقیقت دیودها هر دو قطع هستند. به این ترتیب در حالت پایدار با مدار زیر مواجه هستیم:



در این مدار برای اینکه مدار دوحالته باشد باید گین حلقهٔ بزرگ‌تر از یک باشد می‌توان نوشت:

$$Loop\ Gain = A \times \frac{R_4}{R_3+R_4} \times A \times \frac{R_4}{R_3+R_4} = A^2 \times \frac{R_1 R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)} > 1$$

$$A > \sqrt{\frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1 R_4}}$$

ب) فرض کنید که برای خروجی داریم: $V_O = Vsat = V_{CC}$ از این رو خواهیم داشت:

$$V_B = V_{CC}$$

برای اینکه در مدار تغییر وضعیت به‌وجود آید، باید ولتاژ نقطهٔ B به زیر صفر برسد، یعنی نقطهٔ B باید به اندازهٔ V_{CC} در جهت منفی پرش داشته باشد. به‌عبارت دیگر:

$$\Delta V_{Trig1} = V_{CC}$$

حال فرض کنید که برای خروجی داریم: $V_O = -Vsat = -V_{CC}$. از این رو می‌توان نوشت:

$$V_B = \frac{R_1}{R_1+R_2}(-V_{CC} - V_{CC}) + V_{CC} = V_{CC}\frac{R_2 - R_1}{R_1+R_2}$$

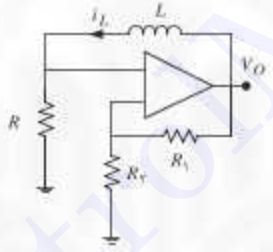
برای اینکه این حالت پایدار باشد باید داشته باشیم $R_2 < R_1$.

برای اینکه در مدار تغییر وضعیت داشته باشیم باید ولتاژ نقطهٔ B به بالای صفر برسد یعنی نقطهٔ B باید به اندازهٔ $V_{CC}\dfrac{R_1-R_2}{R_1+R_2}$ در جهت مثبت پرش داشته باشد. به‌عبارت دیگر:

$$\Delta V_{Trig1}=V_{CC}\frac{R_1-R_2}{R_1+R_2}$$

---

۸. مدار آستابل زیر را تحلیل و شکل موج‌های خروجی و سرهای ورودی اپامپ را محاسبه و رسم کنید.



حل. فرض می‌کنیم اپامپ در اشباع مثبت باشد پس $V_O=Vsat$ آنگاه داریم:

$$V^+=\frac{R_2}{R_1+R_2}Vsat=\alpha Vsat$$

از طرفی چون اپامپ در اشباع مثبت است باید داشته باشیم: $V^+>V^-$. با این شرایط V^- در مدار RL به سمت مقدار نهایی خود که $Vsat$ است میل می‌کند. در مسیرش به $\alpha Vsat$ خواهد رسید که سبب تغییر وضعیت خروجی می‌شود. اگر این زمان $t=0$ باشد آنگاه داریم:

$$i_L(0^-)=\frac{V^-(0^-)}{R}=\frac{\alpha Vsat}{R}$$

در $t=0^+$ خروجی به $-Vsat$ سقوط می‌کند که در نتیجه آن داریم:

$$V_O(0^+)=-Vsat \quad , \quad V^+(0^+)=-\alpha Vsat$$

در این زمان جریان سلف نمی‌تواند جهش کند بنابراین:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{\alpha V sat}{R} \Rightarrow V^-(0^+) = \alpha V sat$$

حال در شرایط جدید نیز V^- در مدار RL به سمت مقدار نهایی خود که $-Vsat$ است میل می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V^-(t) = V^-(\infty) + (V^-(0) - V^-(\infty))e^{-\frac{Rt}{L}} = -Vsat + (\alpha Vsat + Vsat)e^{-\frac{Rt}{L}}$$

مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

$$V^-(t) = -\alpha Vsat \Rightarrow t = \frac{L}{R}\mathrm{Ln}\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) = T_1$$

در زمان T_1 داریم:

$$i_L(T_1^-) = \frac{V^-(T_1^-)}{R} = -\frac{\alpha Vsat}{R}$$

در $t = T_1^+$ خروجی به $Vsat$ پرش می‌کند که در نتیجه آن داریم:

$$V_O(T_1^+) = Vsat \quad V^+(T_1^+) = \alpha Vsat$$

در این زمان جریان سلف نمی‌تواند جهش کند بنابراین:

$$i_L(T_1^+) = i_L(T_1^-) = -\frac{\alpha Vsat}{R} \Rightarrow V^-(T_1^+) = \alpha Vsat$$

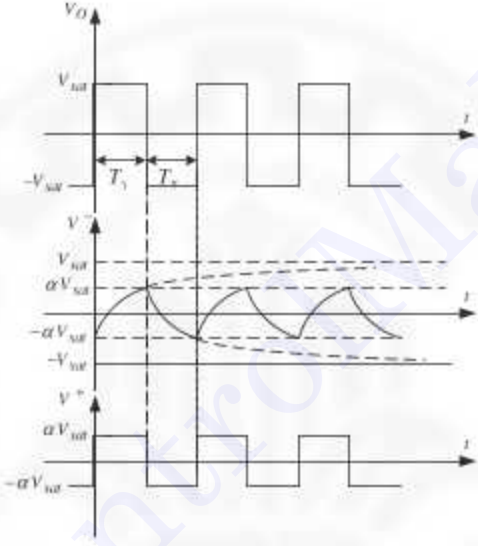
حال در شرایط جدید نیز V^- در مدار RL به سمت مقدار نهایی خود که $Vsat$ است میل می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V^-(t) = V^-(\infty) + (V^-(T_1) - V^-(\infty))e^{-\frac{R(t-T_1)}{L}}$$

$$= Vsat + (-\alpha Vsat - Vsat)e^{-\frac{Rt}{L}}$$

حال مدار زمانی تغییر وضعیت می‌دهد که داشته باشیم:

$$V^{-}(t)=\alpha V sat \quad \Rightarrow \quad t=\frac{L}{R}\mathrm{Ln}(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})+T_1 \Rightarrow T_2=\frac{L}{R}\mathrm{Ln}(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})$$



۱۰

مدارهای قفل شونده با فاز

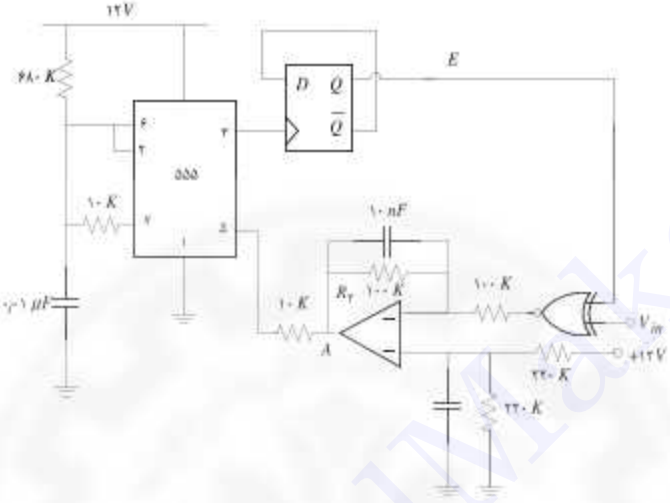
۸. مدار PLL شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) به فرض آنکه $V_A = \frac{V_{CC}}{۲} = ۶\ V$، فرکانس نوسانات را بیابید.

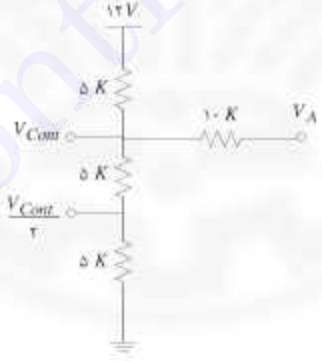
ب) اگر اختلاف فاز خروجی و ورودی ۱۲۵° باشد، فرکانس ورودی چقدر است؟

پ) به فرض آنکه ورودی VCO ، نقطهٔ A و خروجی نقطهٔ E باشد، ضریب VCO چقدر است.

ت) تابع فرکانسی فیلتر را حساب کنید.

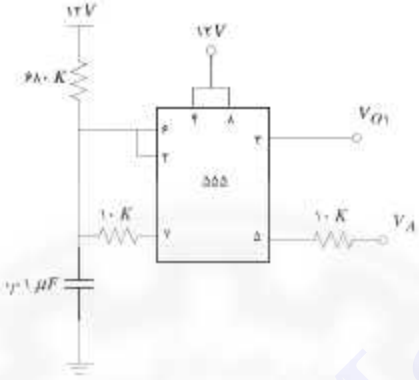


حل. الف) اثر نقطهٔ A روی تایمر به‌صورت زیراست:

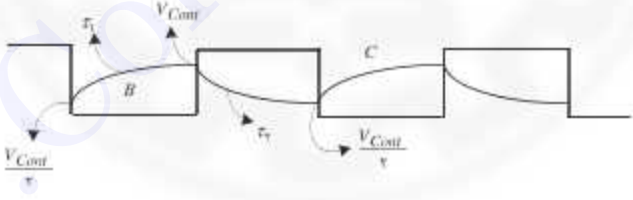


$$\frac{V_{Cont}}{۱۰}+\frac{V_{Cont}-V_A}{۱۰}+\frac{V_{Cont}-۱۲}{۵}=۰$$

$$\Rightarrow V_{Cont}=\frac{۱}{۴}V_A+۶$$



وقتی خروجی *High* است پین ۷ها است و خازن ۰/۰۱ μF با ثابت زمانی $\tau_1 = 680^K \times 0/01^{\mu F} = 6/8$ ms از $\frac{V_{Cont}}{2}$ به سمت $V_{CC} = 12$ V میل می‌کند و در مسیرش به V_{Cont} می‌رسد که در نتیجه آن خروجی *Low* می‌شود و پین ۷ صفر شده و خازن به‌سمت مقدار نهایی خود یعنی $\frac{10}{10+680} \times 12 = 0/173$ V میل می‌کند با ثابت زمانی $\tau_2 = 10^K \times 0/01^{\mu F} = 0/1$ ms پس شکل موج‌های زیر را خواهیم داشت:



$$B: V_{2,6}(t) = 12 + [\frac{V_{Cont}}{2} - 12]e^{-\frac{t}{6/8\,\text{ms}}} = V_{Cont}$$

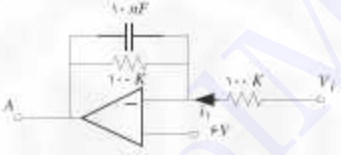
$$\Rightarrow T_1 = 6/8\ Ln\frac{72 - V_A}{48 - 2V_A}$$

$$C: V_{۲,۶}(t) = ۰/۱۷ + [V_{Cont} - ۰/۱۷]e^{-\frac{t}{\tau_۰}} = \frac{V_{Cont}}{۲}$$

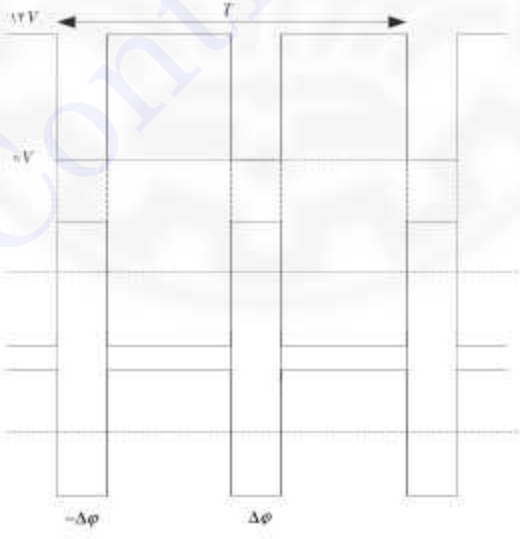
$$\Rightarrow T_۲ = ۰/۱ \ \mathrm{Ln}\frac{۲V_A - ۴۶/۶۴}{V_A - ۲۲/۶۴}$$

$$F(E) = \frac{۱}{۲(T_۱ + T_۲)}$$

حال به مدار اپ‌امپ توجه می‌کنیم:



چون V_1 خروجی $XNor$ است شکل موج زیر را برای V_1 داریم:



$$i(dc)=[2\Delta\varphi\times(-I_0)+(2\pi-2\Delta\varphi)(-I_0)]/2\pi$$
$$=\frac{2I_0}{2\pi}[-\Delta\varphi+\pi-\Delta\varphi]=\frac{I_0}{\pi}[\pi-2\Delta\varphi]$$

$$V_A=6-100^K\times I_1(dc)=6-\frac{100\times I_0}{\pi}(\pi-2\Delta\varphi)$$
$$=6-\frac{6}{\pi}(\pi-2\Delta\varphi)=\frac{12}{\pi}\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi\in[0,\pi]\Rightarrow V_A\in[0,12]$$

حال محدودهٔ فرکانسی را حساب می‌کنیم:

$$V_A=0\Rightarrow T_1=6.8\ln\frac{72}{48}=6.8\ln 1.5$$

$$T_2=0.1\ln\frac{46.64}{22.64}$$

$$\Rightarrow f=\frac{1}{(T_1+T_2)}$$

$$V_A=12\Rightarrow T_1=6.8\ln\frac{72-12}{48-24}$$

$$T_2=0.1\ln\frac{24-46.64}{12-22.64}$$

$$\Rightarrow f=\frac{1}{(T_1+T_2)}$$

$$V_A=6\Rightarrow T_1=6.8\ln\frac{72-6}{48-12}$$

$$T_2=0.1\ln\frac{12-46.64}{6-22.64}$$

$$\Rightarrow f=\frac{1}{(T_1+T_2)}$$

ب)

$$\Delta\varphi = ۱۲۵^\circ \Rightarrow \Delta\varphi = \pi \times \frac{۱۲۵}{۱۸۰} \Rightarrow V_A = \frac{۱۲}{\pi}\Delta\varphi = \frac{۱۲\times ۱۲۵}{۱۸۰}$$

$$V_A = \frac{۱۲\times ۱۲۵}{۱۸۰} = \frac{۴\times ۱۲۵}{۶۰} = \frac{۱۲۵}{۱۵} = \frac{۲۵}{۳} = ۸/۳۴V$$

$$\Rightarrow T_۱ = ۶/۸ \ln \frac{۷۲ - ۸/۳۴}{۴۸ - ۲\times ۸/۳۴}$$

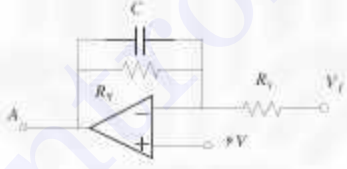
$$T_۲ = ۰/۱ \ln \frac{۲\times ۸/۳۴ - ۴۶/۶۴}{۸/۳۴ - ۲۲/۶۴}$$

$$\Rightarrow f = \frac{۱}{(T_۱ + T_۲)}$$

پ)

$$K_{VCO} = \frac{f(۱۲) - f(۱۲)}{۱۲ - ۰}$$

ت)



چون شرایط تعادل $V_A = V_i = ۶$ V است انحراف از این شرایط را به‌عنوان دینامیک در نظر می‌گیریم.

$$V_O(s) = \frac{۶}{s} - \frac{V_i(s) - ۶/s}{R_۱} \times Z(s)$$

$$V_O(s) - \frac{۶}{s} = \frac{V_i(s) - ۶/s}{R_۱} \times (-Z(s))$$

$$\Rightarrow \frac{V_{Ox}(s)}{V_{ix}(s)} = -\frac{Z(s)}{R_۱} = -\frac{۱}{R_۱} \times \frac{R_۲ \times ۱/CS}{R_۲ + ۱/CS}$$

$$\frac{V_{Ox}(s)}{V_{ix}(s)} = -\frac{۱}{R_۱} \times \frac{R_۲}{R_۲CS + ۱} = \frac{-R_۲/R_۱}{R_۲CS + ۱}$$

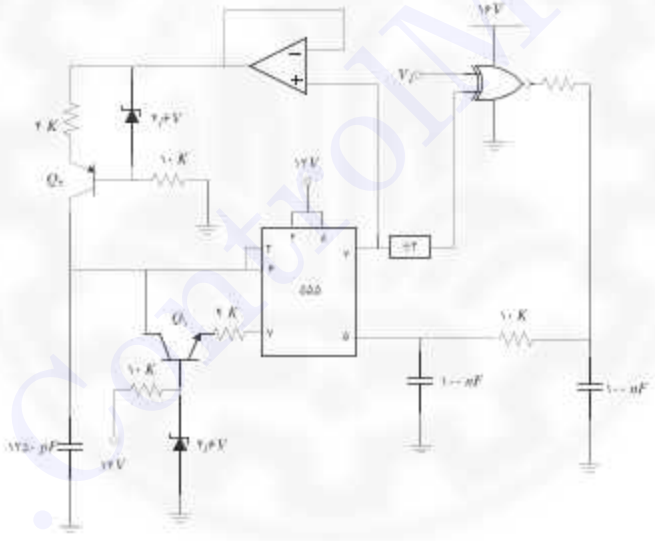
$$R_۱ = R_۲ \Rightarrow \frac{V_{Ox}(s)}{V_{ix}(s)} = \frac{-۱}{R_۲CS + ۱}$$

شرایط تعادل $\Delta\varphi = \frac{\pi}{۲}$ یا $V_A = ۶$ است.

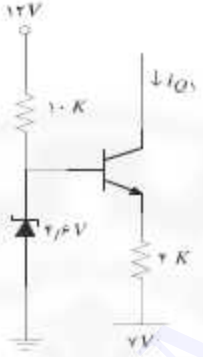
سیستم حلقهٔ بسته برای این PLL به‌صورت زیر است.

---

۲. اگر فرکانس ورودی را به مدار شکل زیر اعمال کنیم ورودی پایهٔ ۵ شمارهٔ مدار مجتمع چه ولتاژی خواهد داشت؟ تست VCO را بدون استفاده از منابع جریان بازسازی کنید. $(T = T)$

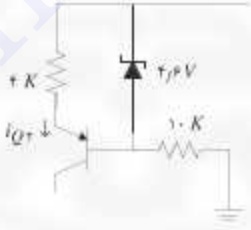


حل. Q_1 و Q_2 نقش دو منبع جریان را دارند برای Q_1 داریم:



$$if \quad pin\,۷ = ۰ \Rightarrow i_{Q_1} = \frac{۴/۶ - ۰/۶}{۴} = ۱\,\text{mA}$$

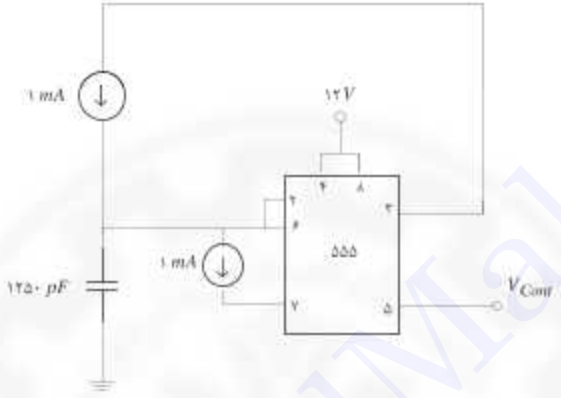
$$if \quad pin\,۷ = \Rightarrow i_{Q_1} = ۰$$



$$if \quad Q = ۱۲ \Rightarrow i_{Q_2} = \frac{۴/۶ - ۰/۶}{۴} = ۱\,\text{mA}$$

$$if \quad Q = ۰ \Rightarrow i_{Q_2} = ۰$$

با این شرایط برای این قسمت VCO مدار زیر را داریم:



برای تحلیل این اسیلاتور می‌نویسیم:

حل را به اختصار با رسم شکل موج $V_{۲,۶}$ بیان می‌کنیم

$$V_{۲,۶}(t)=\frac{۱}{۲}V_{Cont}+\frac{۱^{mA}}{۱۲۵۰^{pF}}\times t=V_{Cont}$$

$$\Rightarrow t=T_۱=T_۲=\frac{۱}{۲}V_{Cont}\times\frac{۱۲۵۰^{pF}}{۱^{mA}}=\frac{۱}{۲}V_{Cont}\times\frac{۱۲۵۰\times ۱۰^{-۱۲}}{۱۰^{-۳}}$$

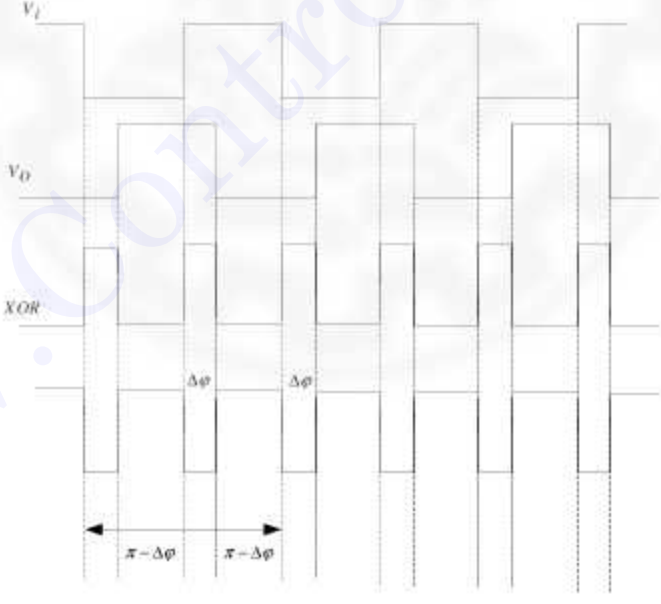
$$=\frac{۱}{۲}V_{Cont}\times ۱/۲۵۰\times ۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۲}V_{Cont}\times ۱/۲۵۰\ \mu s$$

$$\Rightarrow f_{۵۵۵}=\frac{۱}{۲T_۱}=\frac{۱}{V_{Cont}\times ۱/۲۵۰\mu s}$$

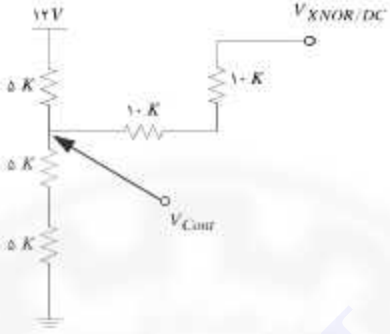
$$f_{÷۲}=\frac{۱}{V_{Cont}\times ۲/۵۰\mu s}=\frac{۴۰۰}{V_{Cont}}\ \text{KHZ}$$

$$f_{out}=\frac{۴۰۰}{V_{Cont}}\ \text{KHZ}$$

حال قسمت آشکارساز فاز را تحلیل می‌کنیم.



می‌دانیم در حالت دایمی مقدار DC این تحریک VCO است.



$$V_{XNor/DC} = \frac{۱۶(۲\pi - ۲\Delta\varphi)}{۲\pi} = ۱۶(۱ - \frac{\Delta\varphi}{\pi})$$

$$\Delta\varphi = ۰ \Rightarrow V_{XNor/DC} = ۱۶$$

$$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow V_{XNor/DC} = ۰$$

$$\frac{V_{Cont}}{۱۰} + \frac{V_{Cont} - ۱۲}{۵} + \frac{V_{Cont} - V_{XNor}}{۲۰} = ۰$$

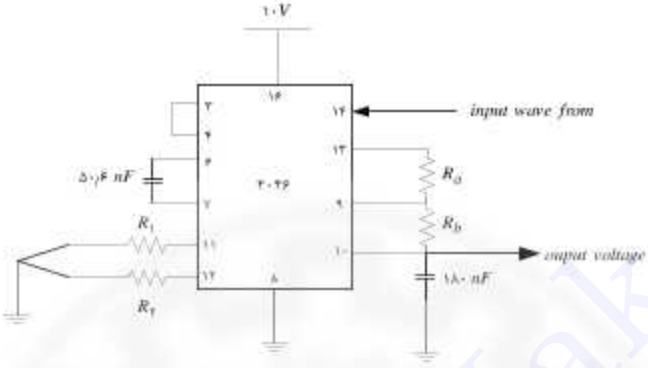
$$\Rightarrow V_{Cont} = \frac{V_{XNor/DC} + ۴۸}{۷}$$

$$f_i = ۵۰/۱ KHZ \Rightarrow f_{Out} = f_{in} = ۵۰/۱ \text{ KHZ}$$

$$f_{Out} = \frac{۴۰۰}{V_{Cont}} \Rightarrow V_{Cont} = \frac{۴۰۰}{۵۰/۱} \text{ KHZ}$$

---

۳. مدار PLL شکل زیر برای آشکارسازی یک موج FSK مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرکانس این موج برای ۳ KHZ.۱ و برای ۲ KHZ.۰ است. ورودی VCO (پین۹) باید در زمان‌های قفل به‌ترتیب ۲٫۵ V و ۷٫۵ V باشد. مقادیر مقاومت‌های این مدار را برای برآورد نیاز گفته شده در بالا و همچنین پاسخی مناسب کنید.



حل.

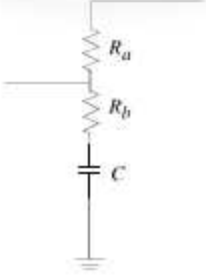
$$\frac{f-۲}{V_{Con}-۲/۵}=\frac{۳-۲}{۷/۵-۲/۵}\Rightarrow f=\frac{۱}{۵}(V-۲/۵)+۲$$

$$f_{min}\,|_{V=۰}=۱/۵\text{KHZ}\Rightarrow\frac{۱}{R_۲(C_۱+۳۲\text{pF})}=۱/۵\ \text{KHZ}$$

$$R_۲=\frac{۱}{۱/۵\text{KHZ}(۵/۶nF+۳۲\text{pF})}=\frac{۱}{۱/۵\times۱۰^{۳}\times۵۶۳۲\times۱۰^{-۱۲}}=۱۱۸\ \text{K}\Omega$$

$$\frac{۱}{R_۱(C_۱+۳۲\text{pF})}=۳/۵\text{KHZ}-۱/۵\text{KHZ}=۲\ \text{KHZ}$$

$$\Rightarrow R_۱=\frac{۱}{۲\times۱۰^{۳}\times۵۶۳۲\times۱۰^{-۱۲}}=۸۹\ \text{K}\Omega$$



$$\omega = \sqrt{\frac{K_\varphi K_{VCO}}{NC(R_a + R_b)}}$$

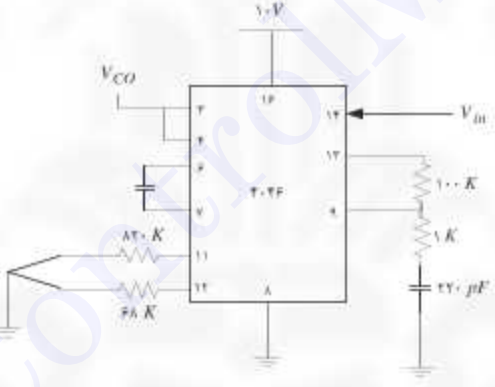
$$\xi = ۰/۵\omega_n \left(R_۲C + \frac{N}{K_\varphi K_{VCO}}\right)$$

---

۴. مدار شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف) فرکانس‌های f_{min} $(V_{Cont} = ۰)$، f_{max} $(V_{Cont} = ۱۰)$ را محاسبه کنید.

ب) اگر مدار با یک موج مربعی در ورودی با فرکانس $f = ۱۱۸$ KHZ قفل شود V_{Cont} چقدر است؟ شکل موج آن را محاسبه و رسم کنید.



حل.

$$f_{min} = \frac{۱}{R_۲(C_۱ + ۳۲\text{pF})} = \frac{۱}{۶۸^K(۱۰۰ + ۳۲)\text{pF}} = ۱۱۱/۴ \text{ KHZ}$$

$$f_{max} = f_{min} + \frac{۱}{R_۱(C_۱ + ۳۲\text{pF})} = ۱۲۰/۶ \text{ KHZ}$$

$$\frac{f - ۱۱۱/۴}{V - ۰} = \frac{۱۲۰/۶ - ۱۱۱/۴}{۱۰}$$

$$\Rightarrow f = ۰/۹۲V + ۱۱۱/۴$$

$$f = ۱۱۸\text{KHZ} \Rightarrow V = ۷/۱۷ \text{ V}$$

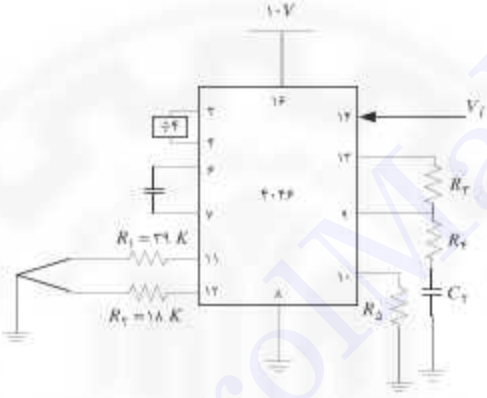
---

۵. مدار PLL شکل زیر را در نظر بگیرید.

الف)

ب) حدود فرکانس در ورودی مدار که بتواند با آن قفل شود را بیابید.

پ) برای $f = f_o$ ، ولتاژ پایهٔ ۹ برابر V ۷٫۵ است f_o را بیابید.



حل.

الف)

$$f_{min} = \frac{۱}{R_۲(C_۱ + ۳۳pF)} = \frac{۱}{۱۸K(۱۰nF + ۳۳pF)} = ۵٫۵۳ \ KHZ$$

$$f_{max} = ۵٫۵۳ = \frac{۱}{۳۹K(۱۰nF + ۳۳pF)} = ۸٫۰۸ \ KHZ$$

$$f_C = \frac{۵٫۵۳ + ۸٫۰۸}{۲} = ۶٫۸۰۵$$

ب)

$$f_C = [\frac{f_{min}}{۴}, \frac{f_{max}}{۴}]$$

پ)

$$V_{Cont} = ۷/۵ \text{ V} \Rightarrow f_{VCO} = ?$$

$$\frac{V - ۰}{۱۰ - ۰} = \frac{f - ۵/۵۳}{۸/۰۸ - ۵/۵۳} \Rightarrow V_{Con} = ۱۰\left(\frac{f - ۵/۵۳}{۲/۵۵}\right)$$

$$V_{Cont} = ۳/۹۲f - ۲۱/۶۸$$

$$f_{VCO} = \frac{۷/۵ + ۲۱/۶۸}{۳/۹۲} = ۷/۴۴ \text{ KHZ}$$

$$\Rightarrow f_o = \frac{f_{VCO}}{۴} = ۱/۸۶ \text{ KHZ}$$

---

۶. مدار PLL زیر را در نظر بگیرید.

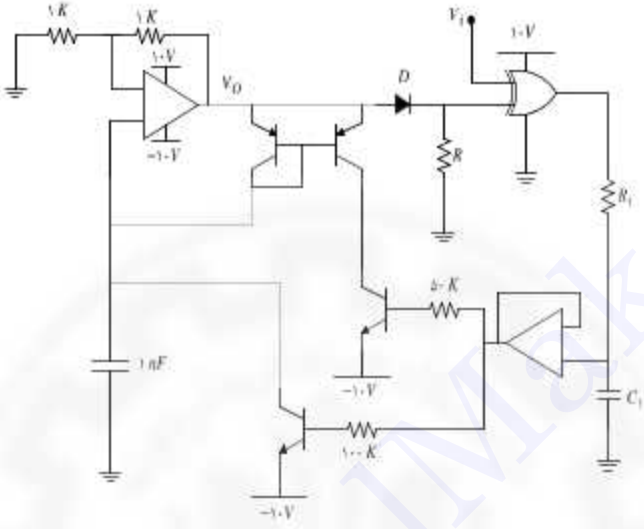
الف) محدوده فرکانسی که این PLL امکان قفل دارد را محاسبه کنید.

$(f_{\min} \text{ و } f_{\max}) = ?$

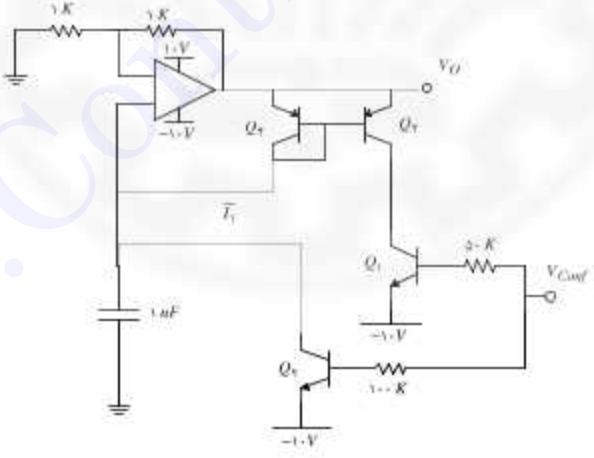
ب) اگر اختلاف فاز موج ورودی و خروجی اسیلاتور ۶۰ درجه باشد آنگاه فرکانس ورودی را محاسبه کنید.

ت) K_{VCO} ، K_{PD} را محاسبه کنید و از روی آنها برای عملکرد مناسب مدار مقادیر R_1, C_1 را محاسبه کنید.

$$\beta = ۳۰۰ \quad , \quad V_{BE} = ۰/۶ \text{ V} \quad , \quad V_D = ۰$$



حل. به‌راحتی می‌توان تشخیص داد که شکل زیر در مدار فوق VCO را تشکیل می‌دهد.

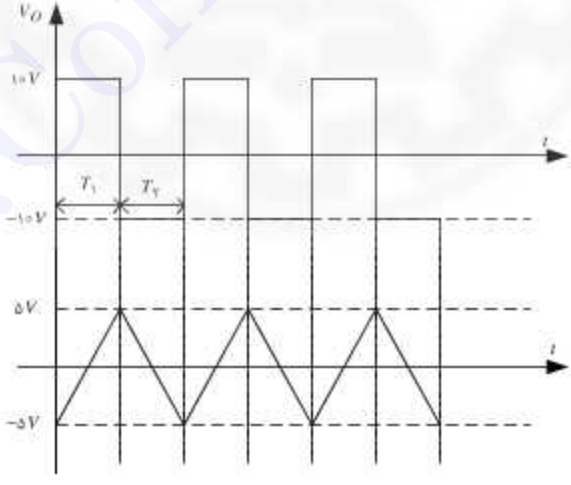


می‌دانیم اپ‌امپ فیدبک مثبت دارد، بنابراین یا در اشباع مثبت است و یا در اشباع منفی. فرض می‌کنیم در اشباع مثبت باشد در این صورت ولتاژ سر مثبت اپ‌امپ ۵ V+ است پس ولتاژ سر منفی یا همان ولتاژ خازن از ۵ V کمتر است. در این شرایط برای جریان‌های I_1 و I_2 در شکل فوق را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$I_1 = I_{C2} = I_{C3} = I_{C1} = \beta \frac{V_{Con} - 0/6 - (-10)}{50} = 6(V_{Con} + 9/4)$$

$$I_2 = I_{C4} = \beta \frac{V_{Con} - 0/6 - (-10)}{100} = 3(V_{Con} + 9/4)$$

در این شرایط خازن با جریان $I_{cap} = I_1 - I_2 = I_2 - I_1 = I_2$ شارژ می‌شود تا زمانی‌که ولتاژ خازن به ۵ V+ برسد در این لحظه ولتاژ خروجی اپ‌امپ برابر با ۵ V− خواهد بود. در این شرایط ترانزیستورهای Q_3 و Q_4 قطع خواهند بود و Q_1 در ناحیه اشباع عمیق با جریان صفر است یعنی $I_1 = 0$، در این شرایط خازن C با جریان I_2 تخلیه می‌شود تا V_C به ۵ V− برسد در این زمان ولتاژ خروجی به ۱۰ V+ پرش می‌کند و این روال تکرار می‌شود به این ترتیب شکل موج‌های مدار به‌صورت زیر است:



برای محاسبه نیم پریدها معادله ولتاژ خازن را در نواحی A و B می‌نویسیم:

$$A: \quad V_C(t) = -۵ + \frac{I_۲}{C}.t$$

$$V_C(t) = ۵ \Rightarrow t = T_۱ = \frac{۱۰C}{I_۲}$$

با توجه به تقارن شکل موج و برابر بودن جریان‌های شارژ ودشارژ خازن به‌راحتی می‌توان نوشت:

$$T_۱ = T_۲$$

حال برای محاسبه فرکانس نوسان داریم:

$$f = \frac{۱}{۲T_۱} = \frac{T_۲}{۲۰C} = \frac{۳(V_{Cont} + ۹/۴)}{۲۰ \times ۱۰^{-۹}}$$

$$f = ۱۵۰ \times ۱۰^{۶} V_{Cont} + ۱۴۱۰ \times ۱۰^{۶}$$
$$= (۱۵۰V_{Cont} + ۱۴۱۰)\ \text{MHZ}$$

دیود و مقاومت سبب می‌شوند تا موج مربعی خروجی یک‌سو شده و یک موج مربعی بین و داشته باشیم. گیت به همراه و آشکارساز فاز هستند. با توجه به گیت اگر اختلاف فاز ورودی و خروجی اسیلاتور باشد آنگاه برای ولتاژ خازن می‌توان نوشت:

$$V_{C۱} = V_{Cont} = \frac{۲V_O}{\pi} \cdot \Delta\varphi = \frac{۱۰}{\pi}\Delta\varphi$$

حال با این معادله می‌توان به پرسش مسئله پاسخ گفت:

$$f_{min} = f(V_{Con} = ۰) = ۱۴۱۰\ \text{MHZ}$$

$$f_{max} = f(V_{Con} = ۱۰) = (۱۵۰۰ + ۱۴۱۰)\text{MHZ} = ۲۹۱۰\ \text{MHZ}$$

ب)

$$\Delta\varphi = ۶۰ \Rightarrow V_{Cont} = \frac{۱۰}{\pi} \times \frac{\pi}{۳} = ۳/۳۱\ \text{V}$$

$$f = f(۳/۳۱) = (۱۵۰ \times ۳/۳۱ + ۱۴۱۰) = ۱۹۰۶/۵\ \text{MHZ}$$